УДК 537.311.322 : 538.61

УШИРЕНИЕ ЭКСИТОННЫХ ЛИНИЙ В ПОЛУМАГНИТНОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ

М. Э. Райх, Ал. Л. Эфрос

Показано, что уширение экситонных линий в полумагнитном полупроводнике определяется уходом рожденного светом экситона в состояния с большими квазиимпульсами при рассеянии на флуктуациях состава. Получены выражения для ширин экситонных линий. Проводится сравнение с экспериментальными результатами.

Полумагнитные полупроводники (ПМП) представляют собой твердые растворы, в которых одна из компонент замещения обладает нескомпенсированным магнитным моментом. В магнитном поле эти моменты выстраиваются параллельно, и их обменное взаимодействие со спинами электронов и дырок приводит к расщеплению валентной зоны и зоны проводимости на отдельные спиновые подзоны. Важно, что величина расщепления оказывается значительной (порядка 10 мэВ) уже в достаточно слабом магнитном поле, таком, что его влияние на орбитальное движение носителей пренебрежимо мало (эффект гигантского спинового расщепления). При этом вместо одной экситонной линии в обычном кубическом полупроводнике в спектрах экситонного отражения полумагнитных полупроводников в условиях гигантского спинового расщепления наблюдается шесть различных линий (по две в каждой из трех поляризаций возбуждающего света) [1].

Случайный характер расположения атомов замещения приводит к тому, что в твердом растворе имеется случайный потенциал, действующий на электрон и на дырку и приводящий к уширению экситонной линии. Соответственно в ПМП уширяются все шесть линий, поэтому исследование этого уширения в зависимости от магнитного поля и от состава дает в случае ПМП дополнительную по сравнению с обычными твердыми растворами информацию о роли флуктуационных эффектов.

Экспериментально уширение экситонных линий в ПМП исследовалось в [2]. В этой работе изучались спектры экситонного отражения кристаллов $Cd_{1-x}Mn_xTe$ с составом $0.002 \leqslant x \leqslant 0.05$ в магнитных полях до 19 кЭ при температуре $T=1.9$ К. Ширина каждой экситонной линии определялась как расстояние между максимумом и минимумом на экспериментальной кривой. Полученные результаты сравнивались с теоретическим расчетом, проведенным в [3]. Для ширины линии экситонного поглощения в твердом растворе с составом x в [3] было найдено выражение

$$\Gamma_0 = 0.08 \frac{x^2 (1-x)^2 \alpha_g^4 M^3}{\hbar^6 N^2}, \tag{1}$$

где M — трансляционная масса экситона, $\alpha_g = dE_g/dx$ — скорость изменения ширины запрещенной зоны E_g с составом, N — концентрация узлов подрешетки, в которой располагаются атомы замещения. Сравнение экспериментальных значений ширины $\Gamma_{\text{эксп}}$ со значениями Γ_0, рассчитанными по формуле (1), показало, что, во-первых, $\Gamma_{\text{эксп}}$ значительно превышает Γ_0, а, во-вторых, зависимость $\Gamma_{\text{эксп}}$ от состава является гораздо более слабой, чем зависимость (1).

На наш взгляд, причина подобного расхождения состоит в том, что формула (1) не применима к ПМП типа $Cd_{1-x}Mn_xTe$, поскольку при ее выводе не учитывался эффект гигантского спинового расщепления экситонного спектра, возникающего в ПМП в слабом магнитном поле. Как показано в настоящей работе, этот эффект приводит к тому, что ширина экситонной линии определяется отличным от рассмотренного в [3] механизмом. Для его объяснения проанализируем сначала причину малости величины Γ_0 при малых x.

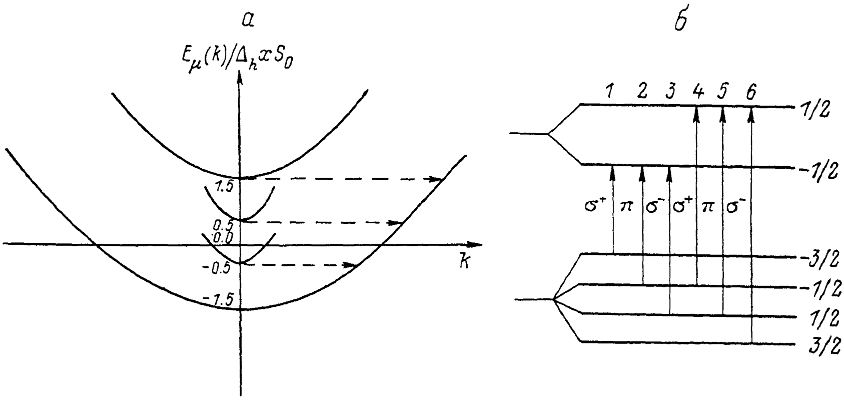

Рис. 1.

а — закон дисперсии экситона в полумагнитном полупроводнике для импульсов, параллельных направлению магнитного поля. Стрелками показаны разрешенные законом сохранения энергии процессы ухода. *б* — схема расположения спиновых подзон в полумагнитном полупроводнике и оптических переходов, разрешенных в различных поляризациях света. Использованная нумерация линий соответствует принятой в работе [2].

С точностью до численного коэффициента выражение (1) может быть получено на основании следующих соображений. Для экситона с волновым вектором трансляционного движения $\mathbf{k}$ время релаксации импульса, обусловленное рассеянием на флуктуациях состава, есть

$$\frac{1}{\tau}=\frac{2\pi}{\hbar}\langle|V_{\mathbf{k},\mathbf{k}}|^2\rangle\rho_0(\varepsilon_{\mathbf{k}}),\tag{2}$$

где $\varepsilon_{\mathbf{k}}=\hbar^2k^2/2M$, $\rho_0(\varepsilon_{\mathbf{k}})=(2M)^{3/2}\varepsilon_{\mathbf{k}}^{1/2}/2\pi^2\hbar^3$ — плотность состояний; $V_{\mathbf{k},\mathbf{k}}$ — матричный элемент случайного потенциала $V(r)=\alpha_g\xi(\mathbf{r})/N$, создаваемого отклонениями $\xi(\mathbf{r})$ концентрации атомов замещения от среднего значения. Функция $\xi(\mathbf{r})$ удовлетворяет корреляционному соотношению

$$\langle\xi(\mathbf{r})\,\xi(\mathbf{r}')\rangle=Nx(1-x)\,\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}'),\tag{3}$$

где символ $\langle\ldots\rangle$ означает конфигурационное усреднение. Уширение экситонной линии можно оценить, полагая в (2) $\hbar/\tau\sim\varepsilon$; при этом соотношение (2) превращается в уравнение для определения ε, решение которого есть $\varepsilon\sim\Gamma_0$. Из приведенных оценок видно, что малость уширения при малых x: $\Gamma_0\sim x^2$ обусловлена как малостью квадрата модуля матричного элемента $\langle|V_{\mathbf{k},\mathbf{k}}|^2\rangle\propto x$, так и малостью плотности состояний $\rho_0(\varepsilon)\propto x$ при $\varepsilon\sim\Gamma_0$. Однако, если в законе дисперсии экситона состояние с $k=0$ не соответствует минимуму энергии, плотность состояний при энергиях $\varepsilon(k)$ с $k\to 0$ может быть не мала. В этом случае имеется возможность ухода экситона, рожденного светом в состоянии с $k=0$, в состояния с большими квазиимпульсами при упругом рассеянии на флуктуациях состава. Именно такая ситуация реализуется в ПМП в условиях гигантского спинового расщепления. На рис. 1, *а* схематически представлен закон дисперсии экситона в ПМП для квазиимпульсов, направленных вдоль магнитного поля. Видно, что для всех спиновых ветвей, кроме нижней, закон сохранения энергии допускает уход в состояния с большими квазиимпульсами.

Ширина линии, определяемая этим процессом, будет при малых x гораздо больше рассчитанной по формуле (1) вследствие большой плотности конечных состояний. В этом и состоит специфический для ПМП механизм уширения. Определяемая им форма линии поглощения $K(\omega)$ является лоренцевой

$$\mathrm{K}(\omega)=\frac{\gamma}{2\pi\left[\hbar^2(\omega-\omega_0)^2+\frac{\gamma^2}{4}\right]}, \tag{4}$$

где $\hbar\omega_0$ — энергия кванта, соответствующая центру экситонной линии. Для нахождения величины γ необходимо рассчитать закон дисперсии и волновые функции экситона в начальном и конечном состояниях. Такой расчет проведен в следующем разделе. Вычисление ширин экситонных линий и сравнение с экспериментом проведено в разделе 2.

1. Закон дисперсии и волновые функции экситона

Гамильтониан, описывающий движение электрона и дырки в полумагнитном полупроводнике, имеет вид

$$\hat{H}=\hat{H}_L(\hat{\mathbf{p}}_h)+\frac{\hat{\mathbf{p}}_e^2}{2m_e}-\frac{e^2}{\varkappa|\mathbf{r}_e-\mathbf{r}_h|}+\Delta_e(\hat{\mathrm{S}}_e\mathrm{S}(r_e))+$$

$$+\Delta_h(\hat{\mathrm{J}}\mathrm{S}(\mathbf{r}_h))+\frac{\alpha_e}{N}\xi(\mathbf{r}_e)+\frac{\alpha_h}{N}\xi(\mathbf{r}_h), \tag{5}$$

где $\hat{\mathbf{p}}_e$ и $\hat{\mathbf{p}}_h$ — операторы импульса электрона и дырки; $\varkappa$ — диэлектрическая проницаемость; $\alpha_e=dE_c/dx$, $\alpha_h=dE_v/dx$ — скорости изменения положения краев зоны проводимости и валентной зоны с составом x; Δ_e, Δ_h — константы обменного взаимодействия электрона и дырки с магнитным ионом; $\hat{s}_e$ — оператор спина электрона; $\hat{\mathrm{J}}$ — оператор спинового момента дырки со значением 3/2 [4]; $\hat{\mathrm{H}}_L$ — гамильтониан Латтинжера;

$$\hat{H}_L(\hat{\mathbf{p}})=\frac{1}{4m_h}\left((\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathrm{J}})^2-\frac{1}{4}\hat{\mathbf{p}}^2\right)+\frac{1}{4m_l}\left(\frac{9}{4}\hat{\mathbf{p}}^2-(\hat{\mathbf{p}}\hat{\mathrm{J}})^2\right), \tag{6}$$

m_h, m_l — массы тяжелой и легкой дырок. Функция $\mathrm{S}(r)$ в (5) определяется следующим образом

$$\mathrm{S}(r)=v\sum_i \mathrm{S}_i\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i), \tag{7}$$

где v — объем элементарной ячейки, S_i — спин магнитного иона, расположенного в точке $\mathbf{r}_i$. Его среднее значение в магнитном поле $H\,(H\,||\,z)$ обозначим через S_0

$$\langle S_i\rangle=\mathbf{z}_0 SB\left(\frac{g\mu_B HS}{\mathrm{T}}\right)=\mathbf{z}_0 S_0, \tag{8}$$

где $\mathbf{z}_0$ — орт оси z; S и g — абсолютная величина спина и g — фактор магнитного иона; μ_B — магнетон Бора; T — температура; $B\,(x)=\mathrm{cth}\,x-1/x$ — функция Бриллюэна.

Разобьем гамильтониан (5) на два слагаемых $\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{W}$, где

$$\hat{H}_0=\hat{H}_L(\hat{\mathbf{p}}_h)+\frac{\hat{\mathbf{p}}_e^2}{2m_e}-\frac{e^2}{\varkappa|\mathbf{r}_e-\mathbf{r}_h|}+\Delta_e xS_0\hat{s}_e^z+\Delta_h xS_0\hat{J}_z \tag{9}$$

— невозмущенный гамильтониан, а

$$\hat{W}=\frac{\alpha_e}{N}\xi(\mathbf{r}_e)+\frac{\alpha_h}{N}\xi(\mathbf{r}_h)+\Delta_e(\mathrm{S}(\mathbf{r}_e)-\mathbf{z}_0 xS_0)\hat{\mathbf{s}}_e+\Delta_h(\mathrm{S}(\mathbf{r}_h)-\mathbf{z}_0 xS_0)\hat{\mathrm{J}} \tag{10}$$

— оператор взаимодействия с флуктуациями состава. Кроме обычных для твердого раствора первых двух слагаемых он содержит два слагаемых, обусловленных флуктуациями спиновой плотности примесных ионов.

Первые три слагаемых в гамильтониане $\hat{H}_0$ описывают экситон в полупроводнике с вырожденной валентной зоной в нулевом магнитном поле. Для такого экситона разделить относительное движение электрона и дырки и трансляционное движение экситона как целого в общем случае невозможно. Нас, однако, будут интересовать волновые функции и закон дисперсии экситона лишь при нулевом ($k=0$) и при больших ($k \gg 1/a_B$, $a_B=\hbar^2 \varkappa/m_e e^2$ — боровский радиус электрона) квазиимпульсах трансляционного движения. Как показано в Приложении, при выполнении условия $m_e \ll m_l$ волновые функции при $k=0$ имеют вид

$$\Psi^{(0)}_{\mu, \sigma} = \varphi_0 (\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h)\, \chi_{z, \mu} \,|\sigma\rangle, \tag{11}$$

где функция $\varphi_0 (r_e - r_h)$ описывает относительное движение электрона и дырки; $\chi_{z,\mu}$ — собственная функция оператора $\hat{J}_z : \hat{J}_z \chi_{z,\mu} = \mu \chi_{z,\mu}$ ($\mu = \pm 1/2, \ \pm 3/2$), а $|\sigma\rangle$ — собственная функция оператора $\hat{s}^z_e$ ($\sigma = \pm 1/2$). Уровни энергии четырехкратно вырождены по индексу μ и двукратно по спину электрона σ. В магнитном поле обменное взаимодействие, описываемое двумя последними слагаемыми в гамильтониане (9), приводит к полному снятию вырождения. Энергии уровней, отсчитанные от их общего положения при $H=0$, определяются выражением

$$E_{\mu, \sigma} (0) = (\mu \Delta_h + \sigma \Delta_e)\, x S_0. \tag{12}$$

При больших квазиимпульсах удается отделить внутреннее движение экситона от его движения, как целого (см. Приложение). В этом случае волновые функции имеют вид

$$\Psi^{(f)}_{\mathbf{k}, \sigma} (\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = F_{\mathbf{k}} (\mathbf{r}_h)\, \varphi_f (\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h)\, |\sigma\rangle, \tag{13}$$

где $\varphi_f (r) = (\pi a_B^3)^{-1/2} \exp(-r/a_B)$ — водородоподобная функция основного состояния, а четырехкомпонентная функция $F_{\mathbf{k}} (\mathbf{r})$ удовлетворяет уравнению

$$\left(\hat{H}_L (\mathbf{k}) + \Delta_h x S_0 \hat{J}_z\right) F_{\mathbf{k}} (\mathbf{r}) = \varepsilon_{\mathbf{k}} F_{\mathbf{k}} (\mathbf{r}). \tag{14}$$

В нулевом магнитном поле, т. е. при $\Delta_h = 0$, решениями уравнения (14) являются функции $\chi_\mu (\mathbf{k}) \exp (i\mathbf{kr})$, где $\chi_\mu (\mathbf{k})$ — собственные функции оператора $(\hat{\mathbf{J}}\mathbf{k})/k$ — проекции спинового момента 3/2. Значения $\mu = \pm 1/2$ соответствуют ветви легких дырок со спектром $\varepsilon_l = \hbar^2 k^2 / 2m_l$, а $\mu = \pm 3/2$ — ветви тяжелых дырок со спектром $\varepsilon_h = \hbar^2 k^2 / 2m_h$. При $\Delta_h \neq 0$ решение уравнения (14) следует искать в виде линейной комбинации всех четырех функций $\chi_\mu (\mathbf{k})$. Как следует из введения, интересующие нас состояния, в которые переходит экситон при рассеянии, обладают энергией порядка $\Delta_h x$ и квазиимпульсами порядка $(m_h \Delta_h x)^{1/2}/\hbar$. Энергия легких дырок при таких квазиимпульсах порядка $\Delta_h x m_h / m_l \gg \Delta_h x$ (рис. 1, *а*), так что их вклад в линейную комбинацию оказывается порядка $m_l/m_h \ll 1$. Пренебрегая этим вкладом, представим $F_k (r)$ в виде

$$F_{\mathbf{k}} (r) = e^{i\mathbf{kr}} \left(A (\mathbf{k})\, \chi_{^3/_2} (\mathbf{k}) + B (\mathbf{k})\, \chi^{(\mathbf{k})}_{-^3/_2}\right). \tag{15}$$

Подставляя (25) в (14) и домножая обе части на $\chi^*_{^3/_2} (\mathbf{k})$ и $\chi^*_{-^3/_2} (\mathbf{k})$, получим уравнения для коэффициентов $A (\mathbf{k})$ и $B (\mathbf{k})$

$$A (\mathbf{k}) \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - \varepsilon_{\mathbf{k}} + \Delta_h x S_0 f_{\mathbf{k}}\right) = -\Delta_h x S_0 h_{\mathbf{k}} B (\mathbf{k}), \tag{16}$$

$$B (\mathbf{k}) \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_h} - \varepsilon_{\mathbf{k}} - \Delta_h x S_0 f_{\mathbf{k}}\right) = -\Delta_h x S_0 h^*_{\mathbf{k}} B (\mathbf{k}), \tag{17}$$

где введены обозначения

$$f_{\mathbf{k}} = (\chi^*_{^3/_2} (\mathbf{k})\, \hat{J}_z \chi_{^3/_2} (\mathbf{k})) = -(\chi^*_{-^3/_2} (\mathbf{k})\, \hat{J}_z \chi_{-^3/_2} (\mathbf{k})), \tag{18}$$

$$h_{\mathbf{k}} = (\chi^*_{^3/_2} (\mathbf{k})\, \hat{J}_z \chi_{-^3/_2} (\mathbf{k})). \tag{19}$$

Используя явный вид функций $\chi_{3/2}(\mathbf{k})$ и $\chi_{-3/2}(\mathbf{k})$

$$\chi_{3/2}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}(1+3\cos^2\theta)^{-1/2}\begin{pmatrix} 1+3\cos^2\theta \\ \sqrt{3}\, e^{i\varphi}\sin 2\theta \\ \sqrt{3}\, e^{2i\varphi}\sin^2\theta \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\chi_{-3/2}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}(1+3\cos^2\theta)^{-1/2}\begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{3}\, e^{-2i\varphi}\sin^2\theta \\ -\sqrt{3}\, e^{-i\varphi}\sin 2\theta \\ 1+3\cos^2\theta \end{pmatrix}, \tag{20}$$

где φ и θ — азимутальный и полярный углы вектора $\mathbf{k}$, для величин $f_\mathbf{k}$ и $h_\mathbf{k}$ находим

$$f_\mathbf{k} = \frac{3\cos^2\theta\,(3+\cos^2\theta)}{2\,(1+3\cos^2\theta)}, \tag{21}$$

$$h_\mathbf{k} = \frac{3\sin^3\theta\cos\theta}{2\,(1+3\cos^2\theta)}\, e^{-3i\varphi}. \tag{22}$$

Решая систему уравнений (16), (17), получим закон дисперсии для двух нижних ветвей экситонного спектра

$$\varepsilon_\mathbf{k}^\pm = \frac{\hbar^2k^2}{2m_h} \pm \Delta_h x S_0 \sqrt{f_\mathbf{k}^2 + |h_\mathbf{k}|^2} = \frac{\hbar^2k^2}{2m_h} \pm \Delta_h x S_0\, |\cos\theta|. \tag{23}$$

Соответствующие волновые функции имеют вид

$$F_\mathbf{k}^+(r) = \frac{e^{i\mathbf{kr}}}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} (1+|\cos\theta|)^{3/2} \\ \sqrt{3}\, e^{i\varphi}\dfrac{|\cos\theta|}{\cos\theta}(1-|\cos\theta|)^{1/2}(1+|\cos\theta|) \\ \sqrt{3}\, e^{2i\varphi}(1+|\cos\theta|)^{1/2}(1-|\cos\theta|) \\ e^{3i\varphi}\dfrac{|\cos\theta|}{\cos\theta}(1-|\cos\theta|)^{3/2} \end{pmatrix}, \tag{24}$$

$$F_\mathbf{k}^-(r) = \frac{e^{i\mathbf{kr}}}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} (1-|\cos\theta|)^{3/2} \\ -\sqrt{3}\, e^{i\varphi}\dfrac{|\cos\theta|}{\cos\theta}(1+|\cos\theta|)^{1/2}(1-|\cos\theta|) \\ \sqrt{3}\, e^{2i\varphi}(1-|\cos\theta|)^{1/2}(1+|\cos\theta|) \\ -e^{3i\varphi}\dfrac{|\cos\theta|}{\cos\theta}(1+|\cos\theta|)^{3/2} \end{pmatrix}. \tag{25}$$

Окончательное выражение для закона дисперсии экситона при больших квазиимпульсах запишем, учитывая снятие спинового вырождения электрона в магнитном поле

$$E_{\mathbf{k},\sigma}^\pm = \varepsilon_\mathbf{k}^\pm + \sigma\Delta_e x S_0. \tag{26}$$

В выражения для вероятностей перехода экситона входят усредненные по азимутальному углу φ произведения компонент $F_{\mathbf{k},\mu}^*$ и $F_{\mathbf{k},\nu}$ волновых функций $F_\mathbf{k}^+(r)$ и $F_\mathbf{k}^-(r)$. Используя формулы (24) и (25), находим

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi\left(F_{\mathbf{k},\mu}^\pm\right)^* F_{\mathbf{k},\nu}^\pm = \delta_{\mu,\nu} P_\mu^\pm(\theta), \tag{27}$$

$$P_\mu^\pm(\theta) = \frac{3}{16\,|\mu|}(1\pm|\cos\theta|)^{\frac{3}{2}+\mu}(1\mp|\cos\theta|)^{\frac{3}{2}-\mu}. \tag{28}$$

2. Вероятности переходов и ширины экситонных линий

Как уже указывалось во введении, уширение экситонных линий в ПМП в магнитном поле определяется уходом экситона при рассеянии на флуктуациях состава из состояния с $k=0$ в состояния с большими квазиимпульсами. Вероятность такого процесса определяется выражением

$$\gamma_{\mu\to\pm}^{\sigma\to\sigma'} = 2\pi \sum_{\mathbf{k}} \langle\!\langle |\hat{W}_{\mu,\sigma}^{\pm,\sigma'}|^2 \rangle\!\rangle \delta\left(E_{\mathbf{k},\sigma'}^{\pm} - E_{\mu,\sigma}^{(0)}\right), \qquad (29)$$

где индексы μ, σ соответствуют начальному состоянию. Конечные состояния характеризуются значками $+$, σ' и $-$, σ'. Энергии начального и конечного состояний определяются выражениями (12), (26); $\hat{W}_{\mu,\sigma}^{\pm,\sigma'}$ — матричный элемент оператора возмущения (10). Символ $\langle\!\langle \ldots \rangle\!\rangle$ означает усреднение как по всем конфигурациям магнитных ионов, так и по направлениям их спинов. При вычислении величины $\langle\!\langle |\hat{W}_{\mu,\sigma}^{\pm,\sigma'}|^2 \rangle\!\rangle$ следует использовать корреляционное соотношение (3), а также соотношения

$$\langle S_z S_x \rangle = \langle S_z S_y \rangle = \langle S_x S_y \rangle = 0. \qquad (30)$$

При этом получаем

$$\langle\!\langle |W_{\mu,\sigma}^{\pm,\sigma'}|^2 \rangle\!\rangle = \frac{x(1-x)}{N\Omega} |\alpha_e I_e + \alpha_h I_h + \Delta_e S_0 Q_e^z + \Delta_h S_0 Q_h^z|^2 + \frac{x\Delta_e^2}{N\Omega} (\langle S_x^2 \rangle |Q_e^x|^2 +$$
$$+ \langle S_y^2 \rangle |Q_e^y|^2 + (\langle S_z^2 \rangle - S_0^2) |Q_e^z|^2) + \frac{x\Delta_h^2}{N\Omega} (\langle S_x^2 \rangle |Q_h^x|^2 + \langle S_y^2 \rangle |Q_h^y|^2 +$$
$$+ (\langle S_z^2 \rangle - S_0^2) |Q_h^z|^2), \qquad (31)$$

где Ω — нормировочный объем; $\langle S_x^2 \rangle$, $\langle S_y^2 \rangle$, $\langle S_z^2 \rangle$ — средние квадраты проекций спина магнитного иона

$$\langle S_x^2 \rangle = \langle S_y^2 \rangle = \frac{S^2 - \langle S_z^2 \rangle}{2}, \qquad (32)$$

$$\langle S_z^2 \rangle = S^2 \left(1 - \frac{2T}{g\mu_B HS} B\left(\frac{g\mu_B HS}{T}\right)\right). \qquad (33)$$

Кроме того, в (31) введены следующие обозначения

$$\left.\begin{aligned} I_e &= \int d^3r_h e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_h} \Psi_{\pm,\mathbf{k},\sigma'}^{(f)*}(\mathbf{r}_h)\, \Psi_{\mu,\sigma}^{(0)}(\mathbf{r}_h), \quad I_h = \int d^3r_h \Psi_{\pm,\mathbf{k},\sigma'}^{(f)*}(\mathbf{r}_h)\, \Psi_{\mu,\sigma}^{(0)}(\mathbf{r}_h), \\ Q_e^j &= \int d^3r_h e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_h} \Psi_{\pm,\mathbf{k},\sigma'}^{(f)*}(\mathbf{r}_h)\, \hat{S}_e^j \Psi_{\mu,\sigma}^{(0)}(\mathbf{r}_h), \quad Q_h^j = \int d^3r_h \Psi_{\pm\mathbf{k},\sigma'}^{(f)*}(\mathbf{r}_h)\, \hat{J}_j \Psi_{\mu,\sigma}^{(0)}(\mathbf{r}_h), \end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

где индекс j пробегает значения x, y, z. В интегралы (34) входят волновые функции начального и конечного состояний, определяемые выражениями (11), (13), в которых следует положить $r_e=0$. При нахождении закона дисперсии и волновых функций конечных состояний мы предполагали, что соответствующие им квазиимпульсы $k \gg 1/a_B$. Это условие позволяет пренебречь интегралами I_e, Q_e по сравнению с интегралами I_h, Q_h. Действительно, оценка этих интегралов дает: $Q_e/Q_h \sim I_e/I_h \sim (ka_B)^{-4} \ll 1$. Отметим, что, отбрасывая интегралы Q_e, мы пренебрегаем переходами с изменением спина электрона.

Суммирование по конечным состояниям в формуле (29) для вероятности перехода удобно производить в два этапа. На первом этапе осуществляется усреднение по азимутальному углу φ квазиимпульса $\mathbf{k}$. В (29) от этого угла зависит лишь квадрат модуля матричного элемента. Используя соотношение (27), получаем

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\varphi \langle\!\langle |\hat{W}_{\mu,\sigma}^{\pm,\sigma}|^2 \rangle\!\rangle = \frac{x}{N\Omega}\left\{P_\mu^{\pm}(\theta)\left[(1-x)(\alpha_h + \mu\Delta_h S_0)^2 + (\langle S_z^2 \rangle - S_0^2)\mu^2\Delta_h^2\right] +\right.$$
$$\left. + \frac{\Delta_h^2}{4}(S^2 - \langle S_z^2 \rangle)\left[(3+\delta_{\mu,-1/2}) P_{\mu+1}^{\pm}(\theta) + (3+\delta_{\mu,1/2}) P_{\mu-1}^{\pm}(\theta)\right]\right\}, \qquad (35)$$

где величины $P_\mu^\pm(\theta)$ определяются формулой (28). При выводе (35) использовались следующие свойства операторов проекций спинового момента [4]

$$(\hat{J}_x \pm i\hat{J}_y)\,\chi_{z,\,\mu} = \pm i\,(3 + \delta_{\mu,\,\mp 1/2})^{1/2}\,\chi_{z,\,\mu\pm 1}. \tag{36}$$

Кроме того, волновые функции $\varphi_f(r)$ и $\varphi_0(r)$ внутреннего движения экситона в начальном и конечном состояниях предполагались одинаковыми. Это справедливо, если масса электрона $m_e \leqslant m_l$ — массы легкой дырки.

На втором этапе производится усреднение по полярному углу θ квазиимпульса $\mathbf{k}$ (интегрирование по модулю $\mathbf{k}$ осуществляется с помощью δ-функции). В результате для вероятности перехода (29) получаем следующее выражение

$$\gamma_{\mu\to\pm}^{\sigma\to\sigma} = \frac{\Gamma_M}{\hbar}\left\{[(1-x)(1+\mu\beta S_0)^2 + \mu^2\beta^2(\langle S_z^2\rangle - S_0^2)]\,\frac{G_\mu^\pm}{|\mu|} + \right.$$
$$\left. + \frac{\beta^2(S^2 - \langle S_z^2\rangle)}{4}\left[\frac{K_\mu^\pm(3+\delta_{\mu,\,-1/2})}{|\mu+1|} + \frac{L_\mu^\pm(3+\delta_{\mu,\,1/2})}{|\mu-1|}\right]\right\}, \tag{37}$$

где $\beta = \Delta_h/\alpha_h$,

$$\Gamma_M = \frac{3^{3/2}\alpha_h^2 x^{3/2} m_h^{3/2}\Delta_h^{1/2} S_0^{1/2}}{16\pi N\hbar^3}, \tag{38}$$

а величины $G_\mu^\pm$, $K_\mu^\pm$ и $L_\mu^\pm$ определяются следующим образом

$$\left.\begin{aligned}
G_\mu^\pm &= \int_0^1 dz\,(1\pm z)^{3/2+\mu}\,(1\mp z)^{3/2-\mu}\sqrt{\frac{2}{3}\mu \mp z}\,,\\
K_\mu^\pm &= \int_0^1 dz\,(1\pm z)^{5/2+\mu}\,(1\mp z)^{1/2-\mu}\sqrt{\frac{2}{3}\mu \mp z}\,,\\
L_\mu^\pm &= \int_0^1 dz\,(1\pm z)^{1/2+\mu}\,(1\mp z)^{5/2-\mu}\sqrt{\frac{2}{3}\mu \mp z}\,.
\end{aligned}\right\} \tag{39}$$

В ряде случаев подкоренное выражение в интегралах (39) оказывается отрицательным либо на нижнем, либо на верхнем пределе. В этих случаях пределы интегрирования следует выбирать из условия неотрицательности подкоренного выражения.

Формула (37) описывает вклад в ширину экситонной линии, связанный с уходом экситона в одну из двух ветвей закона дисперсии с большими квазиимпульсами. Для вычисления полной ширины линии следует просуммировать вклады от всех переходов, разрешенных законом сохранения энергии. При этом в окончательные выражения для ширин входят следующие комбинации интегралов (39)

$$\left.\begin{aligned}
&G_{-1/2}^- = \frac{25}{7}\left(\frac{2}{3}\right)^{13/2}, \quad 2K_{-1/2}^- + \frac{1}{2}L_{-1/2}^- = \frac{425}{63}\left(\frac{2}{3}\right)^{9/2},\\
&G_{1/2}^- + G_{1/2}^+ = \frac{2^{12}}{7\cdot 3^{13/2}}, \quad \frac{1}{2}\left(K_{1/2}^+ + K_{1/2}^-\right) + 2\left(L_{1/2}^+ + L_{1/2}^-\right) = \frac{17\cdot 2^{10}}{7\cdot 3^{13/2}},\\
&G_{3/2}^+ + G_{3/2}^- = \frac{2^{19/2}}{35\cdot 9}, \quad L_{3/2}^+ + L_{3/2}^- = \frac{2^{17/2}}{35\cdot 9}.
\end{aligned}\right\} \tag{40}$$

Выпишем выражения для ширин экситонных линий отдельно для каждой поляризации света (мы используем нумерацию линий, принятую в [2]; схема соответствующих переходов представлена на рис. 1, *б*). Поляризация σ^+

$$\Gamma_1 = 0,$$

$$\Gamma_3 = \gamma_{1/2\to -}^{1/2\to 1/2} = \Gamma_M\left\{0.26\left[2(1-x)\left(1-\frac{\beta S_0}{2}\right)^2 + \frac{\beta^2}{2}(\langle S_z^2\rangle - S_0^2)\right] + \right.$$

$$+1.09\beta^2 (S^2 - \langle S_z^2 \rangle)\Big\}. \tag{41}$$

Поляризация σ^-

$$\begin{aligned} \Gamma_4 &= \gamma_{1/2 \to +}^{-1/2 \to -1/2} + \gamma_{1/2 \to -}^{-1/2 \to -1/2} = \Gamma_M \Big\{0.46 \Big[2(1-x)\Big(1 + \frac{3\beta S_0}{2}\Big)^2 + \\ &\quad + \frac{\beta^2}{2} (\langle S_z^2 \rangle - S_0^2)\Big] + 1.97\beta^2 (S^2 - \langle S_z^2 \rangle)\Big\}, \\ \Gamma_6 &= \gamma_{3/2 \to +}^{1/2 \to 1/2} + \gamma_{3/2 \to -}^{1/2 \to 1/2} = \Gamma_M \Big\{0.77 \Big[2(1-x)\Big(1 + \frac{3\beta S_0}{2}\Big)^2 + \\ &\quad + \frac{9\beta^2}{2} (\langle S_z^2 \rangle - S_0^2)\Big] + 1.72\beta^2 (S^2 - \langle S_z^2 \rangle)\Big\}. \end{aligned} \tag{42}$$

Поляризация π

$$\Gamma_2 = \gamma_{-1/2 \to -}^{-1/2 \to -1/2} = \Gamma_3,$$

$$\Gamma_5 = \gamma_{1/2 \to +}^{1/2 \to 1/2} + \gamma_{1/2 \to -}^{1/2 \to 1/2} = \Gamma_4. \tag{43}$$

В выражениях (41), (42) первое слагаемое в фигурных скобках описывает вклад в ширину линии, обусловленный рассеянием экситона на случайном потенциале, создаваемом примесными ионами; второе же и третье слагаемые описывают вклад, обусловленный неупорядоченностью направлений их спинов. Относительная величина этого вклада определяется значением параметра $\beta = \Delta_h/\alpha_h$. Этот вклад может быть существенным только при условии $g\mu_B HS/T \ll 1$, т. е. при высоких температурах либо в слабых магнитных полях. При низких температурах или в сильных магнитных полях спины магнитных ионов выстраиваются вдоль поля, так что $\langle S_z^2 \rangle = S_0^2 = S^2$, и вклад флуктуаций направления спинов в величину уширения отсутствует.

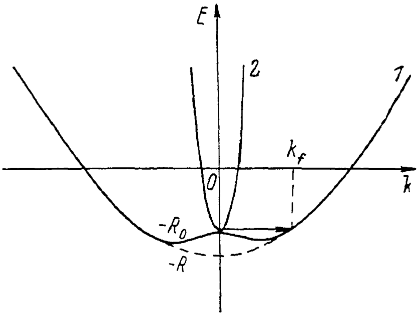

Рис. 2. Закон дисперсии экситона в полупроводнике с вырожденной валентной зоной.

Ветви 1 и 2 отвечают связанным состояниям экситона с тяжелой и легкой дыркой соответственно. Пунктиром показан закон дисперсии экситона в случае невырожденной валентной зоны. Стрелкой показан процесс ухода экситона, разрешенный законом сохранения энергии.

Как видно из формул (41)—(43), основная функциональная зависимость ширин линий от состава и от магнитного поля имеет вид $\Gamma_M \sim x^{3/2} S_0^{3/2}$, где величина S_0 определяется формулой (8). Оценим величину Γ_M, определяющую порядок величины уширения всех линий (кроме линии (1)) для твердых растворов $Cd_{1-x}Mn_xTe$. Используем значения параметров $m_h = 0.9 m_0$ [5] [1] и $N = 1.47 \cdot 10^{22}$ 1/см^3 [6] и положим $\alpha_h = \alpha_e = 1.5$ эВ [2]. Величина спинового расщепления валентной зоны $\Delta_h x S_0$ в магнитном поле 19 кЭ при $T = 1.9$ К и $x = 0.05$, согласно данным работы [2], составляет 14 мэВ. При этом для Γ_M по формуле (38) получается значение 5 мэВ, что по порядку величины согласуется с экспериментальным значением 3 мэВ (для линии *6*). Использование формулы (1), в которую в качестве трансляционной массы M следует подставлять $M = (M_\parallel M_\perp^2)^{1/3} \approx 0.26 m_0$ ($M_\parallel$, $M_\perp$ — массы продольного и поперечного трансляционного движения экситона [7]), дает для ширины линии 6 при $x = 0.05$ значение 0.25 мэВ на порядок меньше экспериментального.

Наиболее существенное расхождение теории с экспериментом [2] имеется для экситонной линии *1*. Теоретически ее ширина получилась равной нулю, в то время как экспериментально отношение Γ_1 к ширине Γ_6 самой широкой линии оказывается не менее 1/3. Кроме того, в пределе

[1] Массы m_e и m_l для CdTe равны соответственно $m_e = 0.096 m_0$ и $m_l = 0.11\ m_0$ [5], поэтому условие $m_e \ll m_l$, использованное при выводе формул (41)—(43), вообще говоря, не выполняется.

слабых магнитных полей имеем $S_0 \to 0$, так что значения ширин всех линий (41)—(43) стремятся к нулю, что также противоречит экспериментальным данным.

Дело в том, что выражения (41)—(43) были получены в пределе достаточно сильных магнитных полей. Для того чтобы установить критерий их применимости, рассмотрим случай нулевого поля. Вследствие вырождения валентной зоны закон дисперсии экситона имеет вид, представленный на рис. 2 [8] с минимумом глубиной $R(1-\tau)$, где $R=e^2/2\varkappa a_B$ — экситонный ридберг; $\tau=2m_l/(m_e+2m_l)$. Уширение экситонной линии обусловлено уходом экситона, рожденного светом в точке $k=0$, в состояния с большими квазиимпульсами k_τ при рассеянии на флуктуациях состава. Величина уширения $\Gamma_{H=0}$, обусловленного этим механизмом, была рассчитана в [9], где было получено выражение

$$\Gamma_{H=0}=\frac{32\sqrt{2}\,x(1-x)\,m_h^{3/2}\alpha_h^2 R^{1/2}}{\pi N\hbar^3}\,\frac{(1-\tau)^{1/2}\tau^3}{(1+\tau)^6}. \tag{44}$$

Ясно, что применимость формул (41)—(43) ограничена условием

$$\Delta_h x S_0 > R(1-\tau), \tag{45}$$

которое означает, что величина спинового расщепления экситона должна быть больше глубины минимума в законе дисперсии в нулевом поле. Сравнивая выражения (38) и (44), легко убедиться, что это условие эквивалентно условию $\Gamma_M > \Gamma_{H=0}$. Таким образом, если магнитное поле или x не достаточно велики, так что условие (45) не выполняется, вместо формул (41)—(43) следует использовать формулу (44). Для твердого раствора $Cd_{1-x}Mn_xTe$ при $x=0.05$ формула (44) дает значение [2] $\Gamma_{H=0}=5.6$ мэВ в разумном согласии с экспериментальным значением $\Gamma_{H=0}=2.5$ мэВ, учитывая, что для оценок мы использовали значение $\alpha_h=\alpha_q$. С ростом магнитного поля происходит перестройка экситонного спектра. С одной стороны, минимум в законе дисперсии экситона пропадает, так что для нижней ветви (линия *1*) становится невозможным уход в состояния с большими квазиимпульсами. С другой стороны, вследствие гигантского спинового расщепления для всех остальных линий растет плотность конечных состояний, в которые происходит рассеяние. Таким образом, линия *1* должна сужаться с ростом H, а остальные линии уширяться. Именно такое поведение ширин и наблюдалось в [2].

ПРИЛОЖЕНИЕ

Гамильтониан, описывающий движение экситона в полупроводнике с вырожденной валентной зоной, имеет вид

$$\hat H(\mathbf r_e,\mathbf r_h)=\frac{\hat p_e^2}{2m_e}+\hat H_L(\hat{\mathbf p}_h)-\frac{e^2}{\varkappa\,|\mathbf r_e-\mathbf r_h|}. \tag{П, 1}$$

Переходя к новым переменным $\mathbf r=\mathbf r_e-\mathbf r_h$ и $\mathbf r_h$, перепишем (П, 1) в виде

$$\hat H=\hat H_L(\hat{\mathbf p})+\frac{\hat p^2}{2m_e}-\frac{e^2}{\varkappa r}+\hat H_L(\hbar\hat{\mathbf k})+\sum_{i,j}\frac{\partial^2\hat H_L(\mathbf p)}{\partial p_i\partial p_j}\,\hat p_i(\hbar\hat k_j), \tag{П, 2}$$

где $\hat{\mathbf p}=-i\hbar\partial/\partial\mathbf r$, $\hat{\mathbf k}=-i\partial/\partial\mathbf r_h$. Наиболее общий вид собственной функции гамильтониана следующий

$$\Psi(\mathbf r_e,\mathbf r_h)=e^{i\mathbf k\mathbf r_h}\varphi_{\mathbf k}(\mathbf r)\,|\,\nu\rangle. \tag{П, 3}$$

Для покоящегося экситона ($k=0$) гамильтониан $\hat H$ совпадает с гамильтонианом, описывающим водородоподобный центр в вырожденной валент-

[2] Глубина минимума в законе дисперсии экситона $R(1-\tau)$ составляет 3 мэВ для CdTe. Формула же (44) справедлива при условии $\Gamma_{H=0} < R(1-\tau)$, поэтому значение $\Gamma_{H=0}=5.6$ мэВ следует рассматривать как порядковую оценку.

ной зоне, в котором в качестве масс тяжелой и легкой дырок следует использовать значения $M_h=(1/m_h+1/m_e)^{-1}$, $M_l=(1/m_l+1/m_e)^{-1}$. Основное состояние в этом случае четырехкратно вырождено по проекции момента μ, а соответствующие волновые функции представляют собой линейные комбинации собственных функций $\chi_{z,\,\mu}$ оператора $\hat{J}_z$ с коэффициентами, аналитическая зависимость которых от r неизвестна [10]. Ситуация существенно упрощается в пределе $m_e \ll m_l$, m_h. При этом в (П, 2) можно пренебречь первым слагаемым. Волновые функции основного состояния в этом пределе принимают вид (11).

При $k \neq 0$ происходит снятие вырождения и спектр распадается на две ветви (рис. 2). Аналитическое описание закона дисперсии такого экситона было получено только в пределе $k \gg 1/a_B$ [8]. Наиболее простым оно становится в адиабатическом пределе, когда $m_e \ll m_l$, m_h и кинетическая энергия экситона $\varepsilon_k \ll R$.

Действительно, зависимость от k определяется двумя последними членами уравнения (П, 2). Причем последний член дает вклад в закон дисперсии экситона только во втором порядке теории возмущений. Этот вклад по порядку величины равен $(m_e/m_l)\,(\hbar^2k^2/m_l)$ и в пределе $m_e < m_l^2/m_h$ им можно пренебречь по сравнению с $\hat{H}_L\,(\hbar\hat{\mathbf{k}})$. Таким образом, трансляционное движение экситона в адиабатическом пределе хорошо описывается дырочным гамильтонианом Латтинжера. Это и приводит к уравнению (14) в отличном от нуля магнитном поле.

Мы благодарны А. Л. Эфросу за обсуждение результатов работы.

Литература

[1] *Рябченко С. М.* Изв. АН СССР, сер. физ., 1982, т. 46, № 3, с. 440—445.
[2] *Рябченко С. М., Семенов Ю. Г., Терлецкий О. В.* ФТТ, 1985, т. 27, № 10, с. 2901—2908.
[3] *Аблязов Н. Н., Райх М. Э., Эфрос Ал. Л.* ФТТ, 1983, т. 25, № 2, с. 353—358.
[4] *Бир Г. Л., Пикус Г. Е.* Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. М.: Наука, 1972. 584 с.
[5] *Сейсян Р. П.* Спектроскопия диамагнитных экситонов. М.: Наука, 1984. 272 с.
[6] *Баранский П. И., Клочков В. П., Потыкевич И. В.* Полупроводниковая электроника. Киев: Наукова думка, 1985. 343 с.
[7] *Семенов Ю. Г.* ФТП, 1985, т. 19, № 11, с. 2047—2051.
[8] *Gelmont B. L., Efros Al. L.* Sol. St. Commun., 1984, vol. 49, N 9, p. 883—884.
[9] *Райх М. Э., Эфрос Ал. Л.* Письма в ЖЭТФ, 1987, т. 45, № 6, с. 301—304.
[10] *Гельмонт Б. Л., Дьяконов М. И.* ФТП, 1971, т. 5, № 12, с. 2191—2195.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
25 января 1988 г.