

УДК 537.3

## ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ АНОМАЛИИ В АНИЗОТРОПНЫХ ТВЕРДЫХ ЭЛЕКТРОЛИТАХ

B. E. Зильберварг, H. A. Труфанов

Исследованы диэлектрические аномалии в резкоанизотропных квазиодномерных твердых электролитах. Показано, что при разумных параметрах в системе может произойти фазовый переход первого рода, связанный со скачкообразным нарастанием числа дипольных дефектов в одной из подрешеток кристалла («плавлением» этой подрешетки). Скачок диэлектрической проницаемости вдоль главной оси кристалла  $\delta\epsilon^x$  при таком переходе существенно больше, чем скачок  $\delta\epsilon$  в исследованном ранее изотропном случае:  $\delta\epsilon^x \sim \delta\epsilon (u_0/T_0)$  ( $u_0$  — энергия образования дефектов при  $T \rightarrow 0$ ,  $T_0$  — температура перехода,  $u_0/T_0 \gg 1$ ). Изменяется и температурная зависимость диэлектрической проницаемости вблизи  $T_0$ . В суперионной фазе может произойти сегнетоэлектрическое упорядочение дипольных моментов (в отличие от сегнетоэлектриков здесь при низких температурах кристалл находится в паразелектрическом состоянии, так как число дефектов мало). При этом реальная ситуация, когда переход паразелектрик—сегнетоэлектрик происходит при температурах выше  $T_0$  в связи с нарастанием числа дефектов, и лишь затем происходит обратный переход в парафазу. Исследованы суперионные переходы во внешнем поле и показано, что относительное смещение температуры перехода в сильноанизотропных кристаллах, а также в кристаллах, где существенную роль играют близкодействующие силы, способствующие установлению сегнетоэлектрического порядка, значительно (примерно в  $\delta\epsilon$  раз) больше, чем в изотропных системах с чисто электростатическим взаимодействием.

Среди твердых электролитов принято выделять суперионные проводники, которые выше некоторой температуры  $T_0$  обладают аномально высокой ионной проводимостью. Многие особенности фазовых переходов в суперионное состояние удалось объяснить в рамках представления о происходящей в таких материалах «поляризационной катастрофе» [1]. В [1] было показано, что «плавление» одной из подрешеток может быть обусловлено коллективным переходом подвижных ионов из узлов в междоузлия своих элементарных ячеек и сопровождаться существенным скачком диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ . Для описания  $\epsilon$  в [1] использовалась классическая модель Онзагера, что позволило рассмотреть только изотропные твердые электролиты. Вместе с тем наиболее значительные диэлектрические аномалии наблюдались в сильноанизотропных квазиодномерных твердых электролитах. Например, в  $CdP_2$  и  $ZnP_2$  значения  $\epsilon$  вдоль главной оси кристалла в суперионной фазе достигали  $\sim 5000$  [2]. В предыдущей работе авторов [3] был развит микроскопический подход, пригодный для описания анизотропных полярных диэлектриков (в том числе и сегнетоэлектриков). Здесь он используется применительно к твердым электролитам.

Одной из особенностей анизотропных кристаллов является то, что электростатические силы экранируются в них существенно слабее, чем в изотропных системах (во избежание недоразумений заметим, что здесь и далее речь идет об экранировании связанными, а не свободными зарядами). Поэтому даже при наличии только диполь-дипольного взаимодействия между ионами, смещающимися из узлов в междоузлия, переход в суперионное состояние в анизотропных твердых электролитах обладает определенной спецификой. В квазиодномерных системах, в которых проводимость велика только вдоль одной оси (т. е. вдоль этой оси и находятся

междоузлия), скачок диэлектрической проницаемости  $\delta\epsilon$  оказывается порядка  $(u_0/T_0)^2$  ( $u_0$  — энергия перехода иона из узла в междоузлие при  $T \rightarrow 0$ ), в то время как в изотропном случае  $\delta\epsilon \sim u_0/T_0$ . Так как  $u_0/T_0 \gg 1$ , этим могут быть обусловлены аномально высокие значения  $\epsilon$ , наблюдавшиеся в таких кристаллах.

Корректный учет близкодействия позволил последовательно описать возможный переход в сегнетоэлектрическое состояние, которое при определенных условиях становится термодинамически выгодным (в рамках классической модели Онзагера не удается последовательно рассмотреть такие состояния). Подчеркнем, что в отличие от обычных полярных диэлектриков в твердых электролитах не только поляризуемость отдельных «молекул», но и само их число зависит от температуры. Поэтому в отличие от сегнетоэлектриков типа порядок—беспорядок, с которыми изучаемые системы весьма схожи, в твердых электролитах при низких температурах дальний сегнетоэлектрический порядок отсутствует, так как практически все ионы находятся в узлах. С увеличением температуры происходит переход в суперионное состояние, заключающийся в скачкообразном нарастании числа дипольных возбуждений, причем переход возможен как в параэлектрическую, так и сегнетоэлектрическую фазу. В первом случае из-за роста количества дефектов с температурой оказывается реальной ситуация, когда с повышением температуры осуществляется переход параэлектрик (суперионик) — сегнетоэлектрик и лишь затем обратный переход в парафазу.

Электрическая природа дефектов указывает на возможность управления суперионным переходом с помощью внешнего электрического поля  $E$ . Проделанный анализ показал, что относительное смещение температур перехода  $\delta T_0/T_0$  в поле  $E$  в сильноанизотропных системах, а также в кристаллах, где существенную роль играют близкодействующие силы, способствующие установлению сегнетоэлектрического порядка, значительно отличаются (примерно в  $\delta\epsilon$  раз больше) от  $\delta T_0/T_0$  в изотропных системах с чисто электростатическим взаимодействием. И действительно, известны как материалы (например, кристаллы на основе  $\text{AgI}$  [4]), где в разумных полях  $\delta T_0$  весьма мало, так и материалы, где смещение температуры достигает десятков градусов [5].

## 1. Свободная энергия и уравнение молекуларного поля

Как и в [1], принимаем следующую модель структуры твердого электролита: на один катионный узел приходится  $v_0$  равноудаленных от него энергетически эквивалентных в отсутствие внешнего поля междоузельных положений (здесь и далее, если не оговорено особо, речь идет о разупорядочивающейся подрешетке, вторая подрешетка обеспечивает жесткость кристалла). При переходе катиона из узла в междоузлие образуется эквивалентный диполь (ион в междоузлии — вакансия в узле). Далее рассматриваются только такие дипольные возбуждения.

Для исследования термодинамики твердого электролита необходимо составить функционал для свободной энергии кристалла  $F$ . Рассмотрим приращение  $dF$  в расчете на одну ячейку при увеличении концентрации дефектов от  $n$  до  $n+dn$

$$\left. \begin{aligned} d\mathcal{F} &= \sum_i U_i(n) dn_i - TdS - T \ln \prod_j (\omega_j/\omega'_j) dn, \\ S &= \frac{1}{N} \ln C_N^{nN} \frac{(nN)!}{\prod_i (n_i N)!}, \quad C_N^{nN} = \frac{N!}{(nN)! (N-nN)!}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое есть энергия образования  $dn$  дефектов,  $dn_i$  — приращение числа возбуждений  $n_i$ , при которых ион переходит в  $i$ -е междоузлие своей элементарной ячейки ( $\sum_i n_i = n$ ),  $U_i(n)$  — энергия такого

возбуждения, которая сама зависит от  $n$ . Действительно, дипольный момент  $p_i$ , возникающий при переходе иона в  $i$ -е междуузлие, поляризует диэлектрическую среду и за счет этого получает выигрыш в энергии. Этот выигрыш тем больше, чем выше поляризуемость материала, а соответственно и концентрация дефектов  $n$ . В присутствии внешнего поля  $E$  энергия  $U_i(n)$  в отличие от случая, рассмотренного в [1], зависит также от номера междуузлия  $i$  (т. е. от направления диполя  $p_i$ ). Здесь рассматривается кристалл в параэлектрической фазе, помещенный в малое внешнее поле. Поэтому считается, что диэлектрическая проницаемость системы далека от насыщения, соответственно значения  $n_i$  близки между собой, и, следовательно, энергия  $U_i(n)$  зависит от числа дефектов  $n$ , но не от расположения ионов по междуузлиям своих элементарных ячеек  $n_i$ .

Во втором слагаемом в (1)  $dS$  — рассчитанное комбинаторно изменение энтропии  $S$  при образовании  $nN$  дефектов в  $N$  ячейках. И, наконец, последнее слагаемое описывает изменение характера колебаний ионов при их перемещении из узлов в междуузлия,  $\omega_j$  и  $\omega'_j$  — частоты нормальных колебаний ионов соответственно в узлах и междуузлиях. Выражение для данного члена выведено при условии  $\hbar\omega_j, \hbar\omega'_j \ll T$  [6].

Минимизируя функционал (1) по  $n_i$  с учетом условия  $\sum_i dn_i = dn$  и проводя интегрирование по  $dn$ , получаем следующее выражение для  $F$

$$\mathcal{F} = T \left\{ - \int_0^n \ln \left[ \frac{1}{\nu_0} \sum \exp(-U_i(n)/T) \right] dn - n \ln \nu + (1-n) \ln(1-n) + n \ln n \right\}, \quad (2)$$

$$\nu = \nu_0 \prod_j (\omega_j / \omega'_j).$$

где  $\nu$  — эффективное число междуузлий. Поскольку обычно связь в междуузлиях слабее, чем в узлах (таким образом,  $\omega'_j < \omega_j$ ),  $\nu$  может значительно превосходить  $\nu_0$ .

Уравнение молекулярного поля для определения  $n$  получаем из условия экстремума  $\mathcal{F}$  ( $\partial F / \partial n = 0$ )

$$n = \frac{\nu/\nu_0 \sum \exp(-U_i(n)/T)}{1 + \nu/\nu_0 \sum \exp(-U_i(n)/T)}. \quad (3)$$

Соотношения (2) и (3) полностью определяют состояние кристалла (при заданном  $U_i(n)$ ). Это позволяет перейти к изучению конкретных систем.

## 2. Диэлектрическая проницаемость сильноанизотропных твердых электролитов

Рассмотрим особенности поведения диэлектрической проницаемости анизотропных твердых электролитов на примере случая максимальной анизотропии — твердого электролита, в элементарной ячейке которого имеется два междуузельных положения ( $\nu_0=2$ ), размещенных по оси  $x$  на одинаковом расстоянии от узла. Такой твердый электролит будем называть квазиодномерным. Считаем, что электронной поляризуемостью элементарной ячейки по сравнению с ориентационной можно пренебречь. Тогда диэлектрическая проницаемость системы представляет собой диагональный тензор, компоненты которого  $\epsilon^y$  и  $\epsilon^z$  равны единице. (Как показано в [3] на примере сильноанизотропных полярных диэлектриков, учет поляризуемости элементарных ячеек неориентационного происхождения не представляет принципиальных трудностей и не изменяет вида температурной зависимости  $\epsilon^x$ ).

В отсутствие внешнего поля энергия образования дефекта  $U_i(n)$  не зависит от номера междуузлия

$$U_i(n) \equiv U(n) = u_0 + u_1(n), \quad (4)$$

где  $u_0$  — энергия образования дефекта при  $T \rightarrow 0$  (т. е. при  $n=0$ ),  $u_1(n)$  описывает взаимодействие эквивалентного диполя с поляризованной им средой. Для определения  $u_1(n)$  и  $x$ -компоненты тензора диэлектрической проницаемости используем микроскопическую методику, развитую в [3] (см. формулы (12), (18), (19) из [3]), и получим

$$u_1(n)/T = -t(F^{xx}(0)/4\pi + (\epsilon^x - 1)^{-1} - (tn)^{-1}), \quad t = 4\pi p^2/v_a T, \quad (5)$$

$$(\epsilon^x - 1) v_a \int \left\{ 1 + \frac{\epsilon^x - 1}{4\pi} (F^{xx}(0) - F^{xx}(k)) \right\}^{-1} d^3k = tn. \quad (6)$$

Здесь  $v_a$  — объем элементарной ячейки кристалла, тензор  $F^{\beta_1 \beta_2}(k)$  ( $\beta_1, \beta_2 = x, y, z$ ) описывает взаимодействие эквивалентных диполей между собой, интегрирование в (6) ведется по первой зоне Бриллюэна. В отличие от обычных полярных диэлектриков, рассмотренных в [3], здесь концентрация диполей  $n$  зависит от температуры и определяется из условия самоогласования (3).

Выражение (5) для энергии  $u_1(n)$  крайне неудобно для дальнейших приложений. Оказывается, что с вполне удовлетворительной точностью его можно заменить существенно более простой интерполяционной формулой. Эту формулу выбираем из условия, чтобы она верно описывала как предельный случай  $tn \gg 1$ , где  $\epsilon^x$  велико (здесь  $u_1(n)/T \approx -tF^{xx}(0)/4\pi$  см. (5)), так и  $tn \ll 1$ ,  $\epsilon^x \rightarrow 1$  (здесь  $u_1(n)/T \approx -nt^2 v_a \int (F^{xx}(k)/4\pi)^2 d^3k$  — это выражение легко получить из (5) и (6), используя правило суммы  $\int F^{xx}(k) d^3k \equiv 0$ ). Окончательно для  $u_1(n)$  находим

$$\left. \begin{aligned} u_1(n)/T &\approx -BCt^2n/(1+Ctn), \\ B &= F^{xx}(0)/4\pi, \quad C = v_a \int (F^{xx}(k))^2 d^3k/(4\pi F^{xx}(0)). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Интерполяция (7) достаточно точна: при различных видах тензора  $F^{xx}(k)$  и во всем диапазоне параметров, используемых в данной работе, она дает значения  $u_1(n)$ , отличающиеся от вычисленных по формулам (5) и (6) не более чем на 10 %.

Подставим выражения (4) и (7) в (3) и (4) и получим уравнение молекулярного поля и формулу для свободной энергии  $F$  исследуемого квазиодномерного твердого электролита

$$\ln(v(1-n)/n) = (A-1)Bt + Bt/(1+Ctn), \quad A = u_0 \frac{F^{xx}(0) p^2}{v_a}. \quad (8)$$

$$\mathcal{F} = T \left\{ \frac{B}{C} \ln(1+Ctn) - Btn/(1+Ctn) + \ln(1-n) \right\}. \quad (9)$$

При выводе соотношения (9) использовано уравнение (8) (т. е. в (9) фигурируют равновесные значения  $n$ ).

Основным физическим параметром задачи является величина  $A$ , представляющая собой отношение  $u_0$  к максимальному возможному выигрышу в энергии за счет поляризации. При  $A \gg 1$  число  $n$  непрерывно и монотонно возрастает с повышением температуры. С уменьшением  $A$  до значений, меньших некоторой величины  $A_{max}$ , появляется область температур, в которой уравнение (8) имеет неоднозначное решение, что свидетельствует о том, что в системе происходит фазовый переход первого рода. Величину  $A_{max}$ , как и в [1], где уравнение молекулярного поля имело аналогичный вид, можно получить из условия появления такой области неоднозначности. Оказывается, что  $A_{max} \sim 1$ . Так как линейный размер диполя порядка постоянной решетки  $a$ , величина  $p^2/v_a \sim q^2/a \sim 1 \text{ эВ} \sim u_0$ . Таким образом, в реальных кристаллах ситуация  $A < A_{max}$  возможна.

Температурные зависимости  $n(T)$  при различных значениях параметров системы рассчитываются с использованием уравнения (8). Температуры фазовых переходов, происходящих при  $A < A_{max}$ , определяются

с помощью (9) из условия минимальности свободной энергии системы. Вид получаемых кривых  $\epsilon^x(T)$  аналогичен виду кривых для изотропного твердого электролита с электростатическим взаимодействием между дефектами, исследованного в [1]. Вместе с тем поведение  $\epsilon^x(T)$  в квазиодномерном твердом электролите значительно отличается от случая, изученного в [1]. Понятно, что это отличие наиболее велико для тех материалов, где наряду с электростатическим взаимодействием между диполями существенно и близкодействие неэлектростатического происхождения. (Такая ситуация вообще не рассматривалась в [1]). Однако, чтобы подчеркнуть особенности одноосных твердых электролитов, связанные с резкой анизотропией системы, а также учитывая, что в твердых электролитах электростатическое взаимодействие велико (из-за того, что велики абсолютные значения дипольных моментов  $p_i$ ), сначала рассмотрим случай, когда, как и в [1], близкодействующей частью взаимодействия между дефектами можно пренебречь.

Для тензора  $F^{xx}(k)$ , описывающего здесь диполь-дипольное взаимодействие, используем длинноволновую асимптотику:  $F^{xx}(k) \approx 4\pi/3 - 4\pi k_x^2/k^2$ . При этом константы  $B$  и  $C$ , входящие в (8) и (9), легко вычисляются и зависимость  $\epsilon^x(T)$  рассчитывается с помощью (6)–(9).

Прежде всего отметим, что скачок диэлектрической проницаемости  $\delta\epsilon^x$  в точке суперионного перехода в одноосном твердом электролите существенно больше, чем скачок  $\delta\epsilon$  в изотропном случае. Действительно, как следует из формулы (6), если переход резкий (т. е. в упорядоченной фазе  $n \ll 1$  и соответственно  $\epsilon^x \approx 1$ , а в суперионной  $n=1$  и  $\epsilon^x \gg 1$ ), то  $\delta\epsilon^x$  оказывается порядка  $(4\pi p^2/v_a T_0)^2 \sim (u_0/T_0)^2$ . С другой стороны, в изотропном кристалле  $\delta\epsilon \sim u_0/T_0$  [1], т. е.  $\delta\epsilon^x/\delta\epsilon \sim u_0/T_0 \gg 1$ .

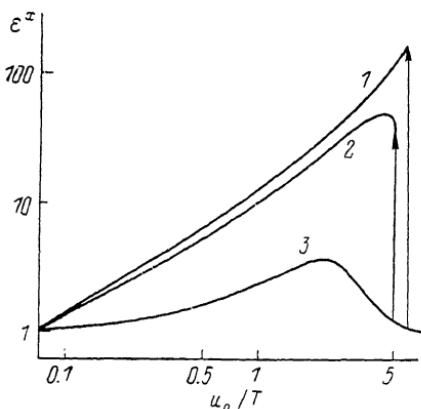
Температурные зависимости  $\epsilon^x(T)$  представлены на рис. 1. При  $T=T_0$

Рис. 1. Зависимость компоненты  $\epsilon^x$  тензора диэлектрической проницаемости квазиодномерного твердого электролита от безразмерной обратной температуры при  $\nu=10$  ( $A_{\max} = 1.104$ ) и различных значениях параметра  $A$ .

1 —  $A=1$ , 2 — 1.05, 3 — 2. Стрелками указаны фазовые переходы.

$\epsilon^x$  может скачком увеличиваться более чем на два порядка. В разупорядоченной фазе, когда неравенство  $A < A_{\max}$  выполняется с запасом (а следовательно, уже при температурах, близких к  $T_0$ , в суперионной фазе  $n$  близко к единице), поведение  $\epsilon^x$  вблизи  $T_0$  приближается к зависимости  $\epsilon^x \sim T^{-2}$  (закон  $\epsilon^x \sim T^{-2}$  при  $\epsilon^x \gg 1$  был получен в [3] для сильноанизотропных полярных диэлектриков) в отличие от ланжевеновского спадания  $\epsilon \sim T^{-1}$  в изотропном твердом электролите [1]. Значительное увеличение  $\epsilon^x$  в суперионной фазе, а также иной, более быстрый закон изменения  $\epsilon^x(T)$  по сравнению с изотропным случаем связан с ослаблением электростатического взаимодействия здесь не в  $\epsilon$ , а в  $(\epsilon^x)^{1/2}$  раз (см. [3]). Отклонения от зависимости  $\epsilon^x \sim T^{-2}$  вблизи  $T_0$  (кривая 2 рис. 1) обусловлены тем, что и при  $T > T_0$  число дипольных возбуждений продолжает нарастать с температурой. При  $A$ , близких к  $A_{\max}$ , это может привести к росту  $\epsilon^x$  с увеличением  $T$  при  $T > T_0$  (рис. 1). Заметим, что и в случае  $A > A_{\max}$ , когда в системе нет фазового перехода и соответственно скачка  $\epsilon^x$ , должны наблюдаться значительные аномалии  $\epsilon^x$ . Так, даже при  $A=2$ ,  $\nu=10$  ( $A_{\max}=1.1$ ) (кривая 3 рис. 1)  $\epsilon^x$  возрастает с температурой более чем в 4 раза.

Рассмотрим, как изменяются температурные зависимости  $\epsilon^x$ , если наряду с диполь-дипольным взаимодействием между дефектами существенным является и близкодействие неэлектростатического происхождения. Исследуем наиболее интересный случай, когда близкодействующие силы



способствуют установлению сегнетоэлектрического порядка и диэлектрические аномалии максимальны. Считаем, что близкодействие описывается моделью Изинга, и для простоты полагаем, что дефекты образуют в пространстве простую кубическую решетку (разумеется, симметрия решетки должна допускать сегнетоэлектрический порядок, но мы, как это часто делается в теории сегнетоэлектриков, ограничимся упрощенной моделью). Тогда тензор  $F^{xx}(\mathbf{k})$  дается выражением

$$F^{xx}(\mathbf{k}) = 4\pi/3 - 4\pi k_x^2/k^2 + (4\pi/9) I(0) (\cos 2\pi k_x a + \cos 2\pi k_y a + \cos 2\pi k_z a), \quad (10)$$

где первые два члена, как и ранее, описывают диполь-дипольные силы, а последний — близкодействие. Безразмерная константа  $I(0)$  характеризует отношение величин близкодействия и дальнодействия.

Используя (10), а также формулы (6)–(9), исследуем поведение  $\epsilon^x$  системы. Заметим, что в рамках используемой модели для определения  $\epsilon^x$  и при выбранном виде взаимодействия (10) в обычных полярных диэлектриках, как показано в [3], при некоторой температуре  $T_c$  (см. формулу (15) из [3])  $\epsilon^x$  расходится, и при  $T < T_c$  в кристалле устанавливается сегнетоэлектрический порядок. Если бы в твердом электролите концентрация дефектов  $n$  оставалась порядка единицы при всех температурах, то и здесь при  $T \sim T_c$  происходил бы сегнетопереход. Однако твердые электролиты качественно отличаются от обычных диэлектриков тем, что здесь величина  $n$  уменьшается с температурой, а в упорядоченной фазе при  $T < T_0$  вообще экспоненциально мала. Поэтому в твердых электролитах возможность сегнетоэлектрических аномалий определяется соотношением температур  $T_0$  и  $T_c$ .

Анализ поведения  $\epsilon^x(T)$ , проделанный с помощью уравнений (6)–(10), показывает, что если параметры системы таковы, что суперионный переход происходит при более высоких температурах, чем реализуются условия для сегнетоперехода, то зависимость  $\epsilon^x(T)$  сходна с полученными при чисто электростатическом взаимодействии (рис. 1). Ситуация может качественно изменяться при увеличении роли близкодействия. При этом, во-первых, снижается температура суперионного перехода  $T_0$  за счет уменьшения параметра  $A$  (см. (8)), а во-вторых, увеличивается температура  $T_c$ . Диэлектрическая проницаемость кристалла значительно возрастает, и, наконец, при некоторых  $I(0)$  может реализоваться условие  $T_c > T_0$ , и в уравнении (6) на  $\epsilon^x$  появляются расходящиеся решения.

На рис. 2 приведена температурная зависимость  $\epsilon^x(T)$  при  $A=1$ ,  $\nu=10$  и различных значениях параметра  $\xi=I(0)/(1+I(0))$ . Здесь при  $\xi=0.14$  имеются два значения температуры  $T_{c1} \approx 1.11T_0$  и  $T_{c2} \approx 1.33T_0$ , при которых  $\epsilon^x \rightarrow \infty$ . Это свидетельствует о том, что при  $T_{c1} < T_0 < T_{c2}$  в кристалле устанавливается сегнетоэлектрический порядок. Такое поведение системы качественно отличается от случая обычных полярных диэлектриков, где в рамках простых моделей имеется единственная критическая температура  $T_c$ . Это связано с температурными изменениями концентрации дефектов  $n$ . Если сегнетопереход, происходящий при  $T=T_{c2}$ , аналогичен тому, который наблюдается в сегнетоэлектриках типа порядок—беспорядок при уменьшении  $T$  (здесь  $n \approx 1$ ), то переход в параллектическое состояние при дальнейшем уменьшении  $T$  до величины  $T_{c1}$  специфичен для систем типа твердого электролита и обусловлен спаданием  $n$ . Заметим, что возможна и ситуация  $T_{c1}=T_0$ , т. е. при суперионном переходе сразу устанавливается сегнетоэлектрический порядок, который затем разрушается при  $T=T_{c2}$ .

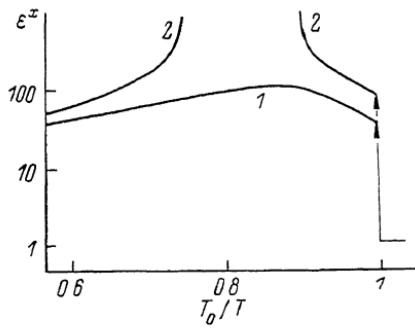


Рис. 2. Температурная зависимость  $\epsilon^x$  квазидимерного твердого электролита при  $A=1$ ,  $\nu=10$  и различных значениях параметра  $\xi$ .

$1 - \xi = 0.1$ ,  $2 - 0.14$ .  $T_0$  — температура суперионного перехода (изменяющаяся с  $\xi$ ).

Подчеркнем, что в настоящей работе исследовались аномалии  $\epsilon^x(T)$  только в паразелектрической области. Мы не ставили своей целью изучение изменений  $\epsilon^x$ ,  $u_1(n)$  и т. п. в сегнетофазе (кстати, поэтому на рис. 2 не приведены значения  $\epsilon^x$  при  $T_{c1} < T < T_{c2}$ ). В принципе необходимо учитывать, что энергия дефектов должна зависеть и от параметра сегнетоэлектрического порядка, который в свою очередь должен зависеть от концентрации дефектов  $n$ . Эти зависимости могут соответствовать установлению положительной обратной связи между данными величинами, что приведет к тому, что переход в сегнетофазу окажется переходом первого рода со скачком как  $n$ , так и параметра порядка. Тогда при сегнетопереходе уже не будет наблюдаться бесконечный рост  $\epsilon^x$ , а определенные здесь величины  $T_{c1}$  и  $T_{c2}$  будут давать верхнюю и нижнюю границы соответственно для температур сегнетоперехода.

### 3. Фазовые переходы в твердых электролитах в присутствии внешнего электрического поля

Исследуем, как влияет внешнее поле  $E$  на суперионные переходы в твердых электролитах. Рассматриваем два предельных случая: изотропный твердый электролит, число междуузлий которого велико ( $v_0 \gg 1$ ), и квазиодномерный твердый электролит ( $v_0=2$ ). Для простоты полагаем, что близкодействующей частью взаимодействия между дефектами можно пренебречь. Величину относительного изменения температуры суперионного перехода  $\delta T_0/T_0 = (T_0^E - T_0)/T_0$  ( $T_0^E$ ,  $T_0$  — температуры перехода в поле  $E$  и при  $E=0$ ) ищем следующим образом.

В присутствии поля  $E$  к энергии образования отдельного дефекта  $U_i(n)$  (7) в соответствии с формулами (12), (13), (19) работы [3] добавляется слагаемое  $p_i E/R$ , где величины  $R$  в изотропном и квазиодномерном случае равны

$$R_{v_0 \gg 1} = (2\epsilon + 1)/3z, \quad R_{v_0=2} = v_0 \int \left\{ 1 + \frac{\epsilon^x - 1}{3} \frac{k_x^2}{k^2} \right\}^{-1} d^3 k. \quad (11)$$

Подставив это значение  $U_i(n)$  в формулу (2), найдем выражение для свободной энергии системы  $\mathcal{F}$ , а затем уравнение молекулярного поля для  $n$  (эти формулы имеют вид, аналогичный (8) и (9), и мы не будем здесь их выписывать). Температура перехода ищется из условия равенства свободных энергий упорядоченной ( $n \ll 1$ ) и разупорядоченной ( $n \approx 1$ ) фаз. При этом, если переход резкий, с изменением  $n$  более чем на порядок свободная энергия упорядоченной фазы экспоненциально мала (ввиду малости  $n$ ). Следовательно, с хорошей точностью можно считать, что в точке перехода  $\mathcal{F}=0$ . Решая полученную систему уравнений ( $\mathcal{F}=0$  и уравнение молекулярного поля) при  $pE/R \ll T_0$ , получаем, что и в изотропном и в одноосном случае  $\delta T_0/T_0$  дается формулой

$$\delta T_0/T_0 = \lambda \int_0^{n_0} R^{-2} dn \left( \frac{pE}{T_0} \right)^2, \quad (12)$$

где численные значения  $\lambda$  в обоих случаях оказываются порядка 0.1.

Физический смысл (12) очевиден: относительное изменение температуры перехода пропорционально добавке к средней энергии кристалла, помещенного в поле  $E$ , в расчете на один ион. Как видно из (12),  $\delta T_0/T_0$  квадратично зависит от параметра  $(pE/T_0)$ , а величина стоящего перед ним коэффициента определяется функцией  $R$ . Ввиду того что поведение  $R$  с изменением  $\epsilon$  (а значит, и с изменением  $n$ ) в изотропном и квазиодномерном случаях качественно различно [3], смещения температур перехода под действием  $E$  также будут значительно отличаться друг от друга.

Рассмотрим сначала изотропный случай. Здесь при  $\epsilon \gg 1$   $R \approx 2/3$  и практически не зависит от  $n$ . Т. е. составляющая  $E/R$  поля, действующего

на дефект, оказывается порядка  $E$  (взаимодействие дефектов между собой ведет лишь к перенормировке численного множителя). Как следствие, относительное изменение температуры перехода, равное

$$(\delta T_0/T_0)_{v_0 \gg 1} \sim i \cdot (pE/T_0)^2, \quad (13)$$

в исследуемом случае при разумных значениях полей (до  $E \sim 10^4$  В/см) не превышает 0.01 %. По-видимому, именно такая ситуация реализуется в твердом электролите  $\text{Ag}_4\text{RbI}_5$  [4]. Заметим также, что столь же малые изменения температуры фактически предсказываются и феноменологической теорией [7]. Это вполне естественно, поскольку в [7] считалось, что локальное поле равно внешнему полю  $E$  (в наших обозначениях  $R=1$ ). В рамках феноменологической теории корректно учесть отличие этих полей не представляется возможным. В случае изотропного твердого электролита с чисто электростатическим взаимодействием между дефектами это не приводит к заметной ошибке, однако в анизотропных кристаллах, а также при существенном близкодействии картина может качественно измениться.

Рассмотрим квазиодномерный твердый электролит. Здесь, как следует из (11), при  $\epsilon^x \gg 1$  ( $n \rightarrow 1$ )  $R$  значительно уменьшается:  $R \sim (\epsilon^x)^{-1/2}$ . Столь существенное спадание  $R$  по сравнению с изотропным случаем связано с тем, что здесь электростатические силы экранируются значительно слабее. Основной вклад в интеграл (12) дает область  $n \approx n_0$ . Поэтому при интегрировании заменим  $R$  его предельным значением при  $n \sim n_0 \approx 1$  для всего интервала изменения  $n$  и получим

$$(\delta T_0/T_0)_{v_0=2} \sim \lambda \delta \epsilon^x (pE/T_0)^2, \quad (14)$$

где  $\delta \epsilon^x$  — скачок диэлектрической проницаемости в точке суперионного перехода. Таким образом, в квазиодномерном случае  $\delta T_0/T_0$  в  $\sim \delta \epsilon^x$  раз выше, чем в изотропном. Поскольку, как показано выше,  $\delta \epsilon^x$  может достигать значений  $\sim 10^2$ ,  $\delta T_0/T_0$  здесь может равняться нескольким процентам.

В заключение заметим, что более значительные смещения температуры перехода под действием внешнего поля должны наблюдаться в случае, когда существенно близкодействующее взаимодействие между дефектами, способствующее сегнетоэлектрическому упорядочению. Оказывается, что тогда, как и в случае квазиодномерного кристалла с чисто электростатическим взаимодействием (см. (14)),  $\delta T_0/T_0$  пропорционально  $\delta \epsilon$ . Из-за того что  $\delta \epsilon$  здесь заметно выше, большие значения приобретает и величина  $\delta T_0/T_0$ . Отметим также, что электрическое поле может и индуцировать фазовый переход в суперионное состояние. Под действием поля рост  $n$  из непрерывного (в случае, когда  $A > A_{\max}$ , но близко к  $A_{\max}$ ) может стать скачкообразным, причем существенного эффекта следует ожидать в анизотропных кристаллах.

Авторы признательны Э. Л. Нагаеву за многочисленные полезные обсуждения.

### Литература

- [1] Лидоренко Н. С., Зильберварг Б. Е., Нагаев Э. Л. ЖЭТФ, 1980, т. 78, № 1, с. 180—188.
- [2] Новиков В. И., Шелег А. У., Филимонов В. А. ФТТ, 1984, т. 26, № 1, с. 132—137.
- [3] Зильберварг Б. Е., Труфанов Н. А. ФТТ, 1988, т. 30, № 1, с. 55—64.
- [4] Деспотуали А. Л., Личкова Н. В., Кукоз Ф. И., Загороднев В. Н. ФТТ, 1984, т. 26, № 7, с. 2214—2216.
- [5] Валюкенас В. И., Орлюкас А. С., Сакалас А. П., Миколайтис В. А. ФТТ, 1979, т. 21, № 8, с. 2449—2451.
- [6] Зейтц Ф. Современная теория твердого тела. М.—Л.: ГИТТЛ, 1949. 736 с.
- [7] Харкац Ю. И. ФТТ, 1981, т. 23, № 7, с. 2190—2192.