1988 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 30, в. 7
1988 SOLID STATE PHYSICS Vol. 30, № 7

УДК 535.37 : 548.0

РЕЗОНАНСНОЕ ПЛЕНЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ФОНОНОВ 29 см$^{-1}$ В ОПТИЧЕСКИ ВОЗБУЖДЕННОМ РУБИНЕ В СИЛЬНОМ ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Л. Шехтман, А. Ф. Якубов

Рассмотрена теория многократного резонансного рассеяния фононов 29 см$^{-1}$ в оптически возбужденном рубине в сильном внешнем магнитном поле. Обсуждены разнообразные механизмы пленения фононов 29 см$^{-1}$ с учетом их многократного резонансного комбинационного рассеяния на зеемановски расщепленных ^2E ($\bar{E}$, $2\bar{A}$) уровнях ионов Cr^{3+}. Особое внимание уделяется спектральной диффузии фононов, обусловленной локальными магнитными полями. Результаты сопоставляются с данными опыта.

Влияние внешнего магнитного поля на пленение резонансных фононов 29 см$^{-1}$ в оптически возбужденном объеме кристаллов рубина представляет большой интерес [1]. Зеемановское расщепление $\bar{E}$- и $2\bar{A}$-уровней ионов Cr^{3+} приводит к расплыванию резонанса. Кроме того, возникает неупругое рассеяние фононов на $\bar{E} \rightleftarrows 2\bar{A}$ переходах — резонансное комбинационное рассеяние (РКР), которое меняет характер пленения фононов. В достаточно сильном магнитном поле ($H \geqslant 3$ кЭ) спектральное распределение плененных фононов представляет квартет резонансов, соответствующих $2\bar{A}_\pm$—$\bar{E}_\pm$ переходам с переворотом и без переворота спина (рис. 1). Вследствие многократного РКР интенсивности этих резонансов выравниваются [2, 3]. В этой ситуации выход фононов из возбужденного объема происходит главным образом за счет «флип—спин» фононов, так как они имеют большую длину свободного пробега. Убыль этих фононов на самом деле происходит в приповерхностном слое объема, она компенсируется перекачкой «нонфлип—спин» фононов в актах так называемого «обменного» РКР.

Данная работа посвящена теоретическому исследованию пленения фононов 29 см$^{-1}$ в описанной ситуации сильного магнитного поля.

1. Компенсированная пространственная диффузия

В стационарных опытах степень пленения характеризуется средним числом M актов перерассеяния фононов за время их пребывания в активном объеме пленения; это число («фактор пленения») будет предметом наших расчетов. Величина M выражается через спектральную плотность фононов $\rho(\omega)$ [4]

$$M = \Gamma \int \rho(\omega)\, \sigma(\omega)\, d\omega, \qquad (1)$$

где $\sigma(\omega)$ — сечение резонансного рассеяния, Γ^{-1} — время жизни $2\bar{A}$ уровня. Воспользуемся уравнением для $\rho(\omega)$, которое следует из полученного в работе [4] уравнения для $\Phi(\omega) = \rho(\omega)\sigma(\omega)$,

$$\rho(\omega) = \left[\sigma_{\text{РКР}}(\omega) + \frac{\sigma(\omega)}{M_{el}(\omega)}\right] = \int \rho(\omega')\, \sigma_{\text{РКР}}(\omega', \omega)\, d\omega' + \frac{1}{\Gamma} I(\omega), \tag{2}$$

где $\sigma_{\text{РКР}}(\omega)$ — сечение РКР; $M_{el}(\omega)$ — среднее число перерассеяний в случае чисто упругого рассеяния; $I(\omega)$ — нормированный спектр спон-

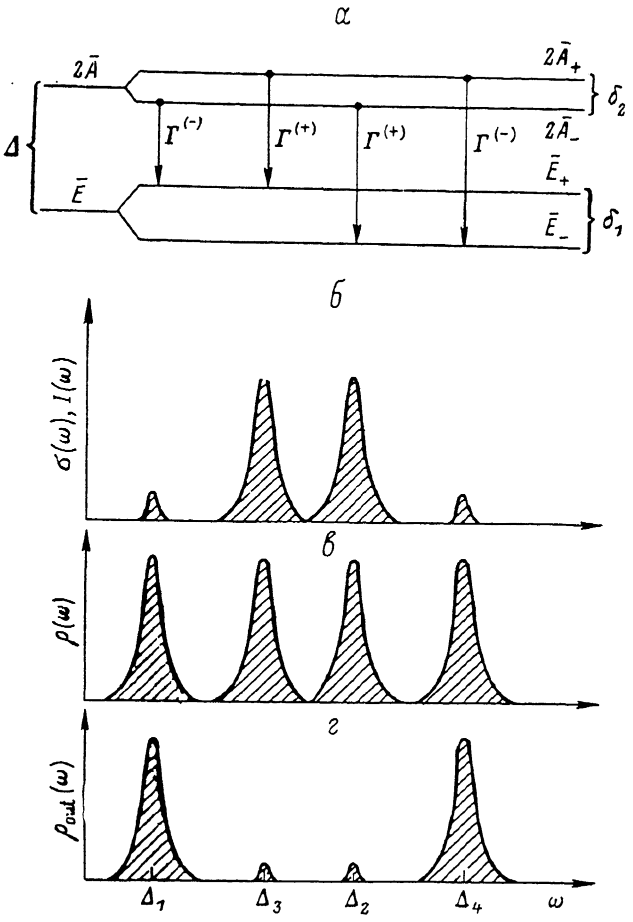

Рис. 1. Зеемановское расщепление ${}^2E$ ($\bar{E}$, $2\bar{A}$) уровней ионов Cr^{3+} в рубине (*а*); форм-фактор эффективного сечения резонансного рассеяния и спонтанного излучения фононов 29 см$^{-1}$ (*б*); спектральное распределение плененных фононов в сильном внешнем магнитном поле (*в*); самообращение спектра фононов, испускаемых из оптически возбужденного объема (качественно) (*г*).

танного излучения фононов при $2\bar{A} \rightarrow \bar{E}$ распаде. Спектральная плотность сечения РКР — величина $\sigma_{\text{РКР}}(\omega', \omega)$ в (2) — имеет вид [3]

$$\sigma_{\text{РКР}}(\omega', \omega) = \nu_- \sigma_{-+}(\omega')\, \delta(\omega' - \omega - \delta_1) + \nu_+ \sigma_{+-}(\omega')\, \delta(\omega - \omega' - \delta_1), \tag{3}$$

где σ_{+-}, σ_{-+} — парциальные сечения РКР (см. [3]); ν_+, ν_- — заселенности $\bar{E}_+$ и $\bar{E}_-$ подуровней; δ_1 — величина расщепления $\bar{E}$ уровня. Соотношения (2), (3) приводят к бесконечной цепочке разностных уравнений при каждом фиксированном значении частоты фонона ω

$$\rho(\omega + \delta_1)\, \nu_- \sigma_{-+}(\omega + \delta_1) + \rho(\omega - \delta_1)\, \nu_+ \sigma_{+-}(\omega - \delta_1) -$$
$$- \rho(\omega) \left[\nu_- \sigma_{-+}(\omega) + \nu_+ \sigma_{+-}(\omega) + \frac{\sigma(\omega)}{M_{el}(\omega)}\right] + \frac{1}{\Gamma} I(\omega) = 0. \tag{4}$$

В достаточно сильном магнитном поле функция $\rho(\omega)$ представляет собой сумму четырех неперекрывающихся компонент, соответствующих квартету резонансных переходов ${}^2E$ ($\bar{E}$, $2\bar{A}$) (рис. 1). В пренебрежении «внерезонансным» РКР вместо бесконечной цепочки (4) получаются две пары уравнений (см. ниже (8а), (8б)), решение которых дает при $\nu_- = \nu_+ = 1/2$

$$M = \frac{3}{32}\,\frac{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}{\Gamma^2}\,(Lk_0)^2 \sim N^{*2}. \tag{5}$$

Этот результат получен при условии многократности РКР, т. е. $Lk_0\,(\Gamma^-/\Gamma) \gg 1$, где L — эффективный диаметр объема (в смысле [4]), $k_0 = N^*\sigma_0$, σ_0 — сечение в максимуме резонанса $\sigma_0 \simeq 10^{-13}$ см^2 при $H_{\text{ext}} = 0$, N^* — концентрация ионов Cr^{3+} в $\bar{E}$-состоянии, $\Gamma^{(\mp)}$ — вероятности $2\bar{A}-\bar{E}$ переходов с переворотом и без переворота спина.

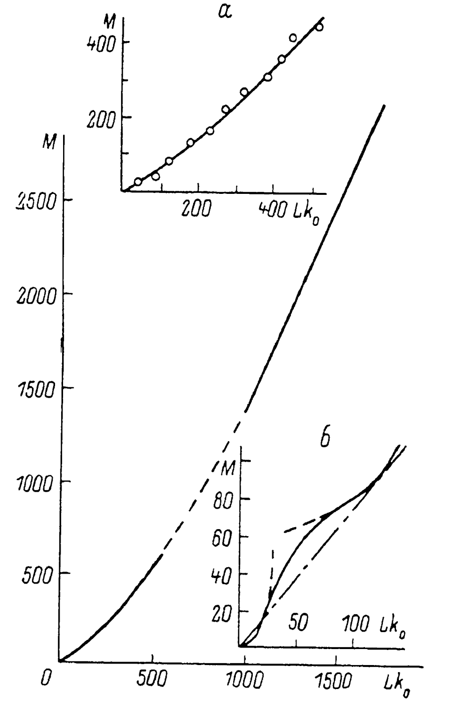

Рис. 2. Фактор пленения фононов M в зависимости от параметра Lk_0 при напряженности магнитного поля $H_{\text{ext}} = 3.5$ кЭ.

а — данные опыта [3] (точки), *б* — ход $M\,(Lk_0)$ в области слабого пленения при различных граничных условиях (см. текст).

Соотношение (5) получено впервые; оно показывает, что, несмотря на многократные неупругие процессы РКР, в данном случае имеет место характерная для пространственной диффузии фононов квадратичная зависимость M от Lk_0, а следовательно, и от N^*, однако она очень полога из-за малости фактора $\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}/4\Gamma^2 = 1/80$.

На основе (4) было получено более точное, но и более сложное, чем (5), выражение для числа M, которое мы запишем для сравнения с опытом, используя безразмерный параметр $x = Lk_0\Gamma^{(-)}/2\Gamma \simeq Lk_0/40$,

$$M = \frac{|\Gamma^{(+)}}{\Gamma^{(-)}}\left\{\frac{3}{2^5}x^2 + \frac{3}{4\alpha}x - \frac{H_0^2}{H^2}x^2\left[\frac{5}{2^8}x^2 - \frac{9}{2^5\alpha}x + \frac{9}{8\alpha^2}\right]\right\}. \tag{6}$$

Здесь

$$H_0 = \frac{hc\Delta\nu}{2g_1\mu_B}\left[2 + 2\left(\frac{g_1}{g_2}\right)^2 + \left(\frac{g_1}{g_1 - g_2}\right)^2 + \left(\frac{g_1}{g_1 + g_2}\right)^2\right]^{1/2} \simeq 200 \text{ Э}, \tag{7}$$

где $\Delta\nu = 0.012$ см$^{-1}$ — ширина $\bar{E}-2\bar{A}$ линии; g_1, g_2 — g-факторы $\bar{E}$ и $2\bar{A}$ уровней. Выражение (6) отличается от (5). Во-первых, оно учитывает асимптотическое влияние внерезонансного РКР [3] ($\sim H^{-2}$), а во-вторых, возможность частичного отражения фононов от границы внутрь возбужденного объема, что достигается выбором M_{el} в виде [4]

$$M_{el} = L^2k^2\,(\omega)/4 + 3Lk\,(\omega)/2\alpha,$$

где α — коэффициент граничного условия. При сравнении с опытом [3] в поле $H_{\text{ext}} = 3.5$ кЭ мы воспользовались значением $\alpha = 0.6$, взятым из этой же работы [3] (рис. 2, *а*).

Как известно [3], при слабом пленении, когда РКР несущественно, сильное поле уменьшает M в четыре раза. Эффект же обменного РКР, как следует из (5), проявляется в 20-кратном ускорении диффузии. Отсюда следует, что в области $M = 50 \div 100$ в зависимости M от N^* должен бы наблюдаться сглаженный излом: переход от крутой квадратичной зависимости к пологой. Теоретически это имеет место для граничных условий Дирихле: $\alpha \to \infty$ (сплошная кривая на рис. 2, *б*). Однако при $\alpha \simeq 1$ этот излом почти не заметен (штрихпунктирная линия на рис. 2, *б*).

2. Влияние спектральной диффузии

В данном разделе учтено влияние локальных магнитных полей на пленение фононов. Локальные поля приводят к спектральной диффузии [2], однако ее микромеханизм в случае сильного внешнего магнитного поля имеет свою специфику. В отличие от нулевого внешнего поля [2-4] стохастический характер локальных полей $H_{loc} \simeq 10$ Э [5] является принципиальным, так как флуктуации изменения частоты фононов 29 см$^{-1}$ в актах РКР связаны с флуктуациями зеемановского расщепления $\bar{E}$-уровня. Неудивительно поэтому, что результаты расчета фактора пленения M (см. ниже формулы (12), (13)) заметно отличаются от предшествующей работы [4], где предполагалось, что $H_{ext}=0$. Кроме того, рассматриваемый механизм пленения действенен при довольно большой концентрации $N^* \gtrsim 10^{17}$ см$^{-3}$.

Приведем спектрально-диффузионные уравнения для фононных функций ρ_1 и ρ_2, центрированных на резонансных частотах $\Delta_1 = \Delta - (\delta_1 + \delta_2)/2$ и $\Delta_2 = \Delta + (\delta_1 - \delta_2)/2$ (рис. 1)

$$\frac{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}{\Gamma^2} \mathcal{J}(\Omega)\,[\nu_- \rho_2(\Omega) - \nu_+ \rho_1(\Omega)] - \gamma_1(\Omega)\,\rho_1(\Omega) + G_1(\Omega) = 0, \tag{8а}$$

$$\frac{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}{\Gamma^2} \mathcal{J}(\Omega)\,[\nu_+ \rho_1(\Omega) - \nu_- \rho_2(\Omega)] - \gamma_2(\Omega)\,\rho_2(\Omega) + G_2(\Omega) = 0. \tag{8б}$$

Здесь частота Ω отсчитывается (в единицах $\Gamma/2$) от центра линии, так что

$$\rho_{1,2}(\Omega) = \rho_{1,2}(\omega)\Big|_{\omega=\Delta_{1,2}+\Omega\frac{\Gamma}{2}},$$

лоренцевский форм-фактор $\mathcal{J}(\Omega) = (1+\Omega^2)^{-1}$. Величины $\gamma_{1,2}(\Omega)$ имеют следующий смысл:

$$\gamma_1(\Omega) = M_{el}^{-1}\left(\Delta_1 + \Omega\frac{\Gamma}{2}\right)\frac{\sigma\left(\Delta_1 + \Omega\frac{\Gamma}{2}\right)}{\sigma_0} = \left[\frac{L^2 k_0^2}{4}\nu_+ \frac{\Gamma^{(-)}}{\Gamma}\mathcal{J}(\Omega)\right]^{-1}, \tag{9а}$$

$$\gamma_2(\Omega) = M_{el}^{-1}\left(\Delta_2 + \Omega\frac{\Gamma}{2}\right)\frac{\sigma\left(\Delta_2 + \Omega\frac{\Gamma}{2}\right)}{\sigma_0} = \left[\frac{L^2 k_0^2}{4}\nu_- \frac{\Gamma^{(+)}}{\Gamma}\mathcal{J}(\Omega)\right]^{-1}. \tag{9б}$$

Члены $G_1(\Omega)$ и $G_2(\Omega)$ в уравнениях (8а), (8б) имеют вид [1]

$$G_1(\Omega) = \frac{1}{\Gamma\sigma_0} I\left(\Delta_1 + \Omega\frac{\Gamma}{2}\right) + 2\frac{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}{\Gamma^2}\nu_- \frac{\delta_{loc}^2}{\Gamma^2}\frac{d}{d\Omega}\left(\mathcal{J}(\Omega)\frac{d}{d\Omega}\rho_2(\Omega)\right), \tag{10а}$$

$$G_2(\Omega) = \frac{1}{\Gamma\sigma_0} I\left(\Delta_2 + \Omega\frac{\Gamma}{2}\right) + 2\frac{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}{\Gamma^2}\nu_+ \frac{\delta_{loc}^2}{\Gamma^2}\frac{d}{d\Omega}\left(\mathcal{J}(\Omega)\frac{d}{d\Omega}\rho_1(\Omega)\right), \tag{10б}$$

где δ_{loc}^2 — дисперсия зеемановского расщепления $\bar{E}$-уровня полем H_{loc}, $\delta_{loc} \simeq 0.1\ \Gamma = 10^{-3}$ см$^{-1}$. При многократном РКР, когда $Lk_0(\Gamma^{(-)}/\Gamma) \gg 1$, в широком спектральном интервале $|\Omega| \gg \Gamma$ справедливо соотношение

$$\nu_+ \rho_1(\Omega) = \nu_- \rho_2(\Omega). \tag{11}$$

При этом система уравнений (8) решается и при асимптотическом условии

---

[1] Формула (5) получена из (8а), (8б) в пренебрежении спектральной диффузией, т. е. при $\delta_{loc}=0$ и отсутствии дифференциальных членов в (10а), (10б). По нашим оценкам, переходной областью между пространственной и спектральной диффузией в условиях опытов [3] является $N^* \simeq 10^{17}$ см$^{-3}$ при $H_{ext}=3.5$ кЭ.

$$Lk_0 \frac{\Gamma^{(-)}}{\Gamma} \frac{\delta_{loc}}{\Gamma} \gg 1$$

получаем

$$M = \frac{\pi}{16} \frac{\Gamma}{\delta_{loc}} Lk_0 \sim N^*. \tag{12}$$

Обращает на себя внимание отсутствие в (12) характеризующего сечение РКР коэффициента $\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}/\Gamma^2$ в отличие от [4]. Это объясняется, как видно из более общей формулы (13), тем, что, с одной стороны, при его возрастании возрастает темп спектральной диффузии, а также темп перекачки фононов между «флип—спин» и «нонфлип—спин» резонансами. Это привело бы к уменьшению числа M. С другой стороны, при этом уменьшилась бы длина свободного пробега «флип—спин» фононов, что привело бы к усилению пленения. Очевидно, эти противоположные тенденции компенсируют друг друга и M в (12) не зависит от коэффициента $\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}/\Gamma^2$, если последний не слишком мал.

Однако величина $\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}/\Gamma^2$ является микропараметром, поэтому с феноменологической точки зрения наиболее важным проявлением спектральной диффузии является асимтотически линейная зависимость фактора пленения M в (12) от N^*, что априори не очевидно. По крайней мере к такому выводу трудно прийти в обход сложных уравнений (8а), (8б). Для сравнения с опытом мы пользовались выражением

$$M = \frac{\pi}{4} \frac{\Gamma}{\delta_{loc}} \frac{\Gamma}{\sqrt{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}} \left[\frac{L^2k_0^2}{16} \frac{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}{\Gamma^2} + \frac{3}{4\alpha} Lk_0\right]^{1/2} \left[1 + \frac{\Gamma^{(-)}}{\Gamma}\left(\frac{L^2k_0^2}{16} \frac{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}{\Gamma^2} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{3}{4\alpha} Lk_0\right)\right]^{-1/2}, \tag{13}$$

которое уточняет (12) путем выбора более общих граничных условий.

На опыте [6] при $H_{ext} \simeq 6$ кЭ и в широком диапазоне $N^* \geqslant 10^{17}$ см$^{-3}$ действительно наблюдалась линейная зависимость M (N^*_-), что согласуется с полученными результатами (12), (13) (рис. 2).

3. Анизотропное пленение

Анизотропные свойства пленения фононов 29 см$^{-1}$ исследовались в работах [7-9], результаты которых представлены в обзоре [1]. В данном разделе впервые рассмотрено влияние спектральной диффузии на анизотропность пленения, в частности в сильном магнитном поле, что необходимо для количественного сравнения с опытом. Обозначим через $M_\parallel$ и $M_\perp$ фактор пленения M для различных ориентаций лазерного луча: параллельно и перпендикулярно оси C_3 кристалла. Согласно [9], при упругом рассеянии $M_{el}(\omega)$ равно

$$M_\parallel(\omega) = \frac{L^2k^2(\omega)}{4}, \quad M_\perp(\omega) = \frac{4}{3\pi^2\varkappa_\parallel} \frac{L^2k^2(\omega)}{\ln(Lk(\omega)/\pi)}. \tag{14}$$

Коэффициент $\varkappa_\parallel < 1$ учитывает частичную трансформацию фононов в продольную моду при резонансном рассеянии. Причиной анизотропии M является запрет резонансного взаимодействия продольных фононов $q \parallel C_3$ [1].

Рассмотрим сначала случай нулевого внешнего магнитного поля. Тогда пленение с учетом спектральной диффузии описывается уравнением (П. 1) из Приложения, в котором в качестве $M_{el}(\omega)$ следует взять (14). Асимптотика M дается формулой (П. 5), откуда

$$M_\parallel = \frac{\pi}{8} \frac{\Gamma}{\delta_{loc}} \frac{\Gamma}{\sqrt{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}} Lk_0, \quad M_\perp = \frac{1}{2\sqrt{3\varkappa_\parallel}} \frac{\Gamma}{\delta_{loc}} \frac{\Gamma}{\sqrt{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}} \frac{Lk_0}{\sqrt{\ln(Lk_0/\pi)}}. \tag{15}$$

Отсюда анизотропный эффект

$$\frac{M_\parallel}{M_\perp} = \frac{\pi\sqrt{3\varkappa_\parallel}}{4} \sqrt{\ln\frac{Lk_0}{\pi}}. \tag{16}$$

Этот результат в широкой области изменения Lk_0 согласуется с опытом [7] (кривая *1* на рис. 3), если положить $\varkappa_{\parallel} \simeq 0.35$, что представляется реалистической оценкой квантового выхода рассеяния продольных фононов.

Обратимся теперь к случаю сильного внешнего магнитного поля. В области, где спектральная диффузия еще не существенна ($Lk_0 < 500$), можно воспользоваться формулой (П. 8). С учетом (14) имеем

$$M_{\parallel}(\omega) = \frac{L^2k^2(\omega)}{16}\frac{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}{\Gamma^2}, \quad M_{\perp}(\omega) = \frac{1}{3\pi^2\varkappa_{\parallel}}\frac{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}{\Gamma^2}\frac{L^2k^2(\omega)}{\ln\left(\frac{Lk(\omega)}{\pi}\frac{\Gamma^{(-)}}{\Gamma}\right)}. \tag{17}$$

В области $Lk_0 > 10^3$ следует пользоваться формулой (П. 7), асимтотически учитывающей спектральную диффузию

$$M_{\parallel} = \frac{\pi}{16}\frac{\Gamma}{\delta_{loc}}Lk_0, \quad M_{\perp} = \frac{1}{4\sqrt{3\varkappa_{\parallel}}}\frac{\Gamma}{\delta_{loc}}\frac{Lk_0}{\sqrt{\ln\frac{Lk(\omega)}{\pi}\frac{\Gamma^{(-)}}{\Gamma}}}. \tag{18}$$

Обращает на себя внимание тот факт, что отношение $M_{\parallel}/M_{\perp}$ в сильном поле оказывается немонотонно зависящим от Lk_0, т. е. от N^* (кривая *2*

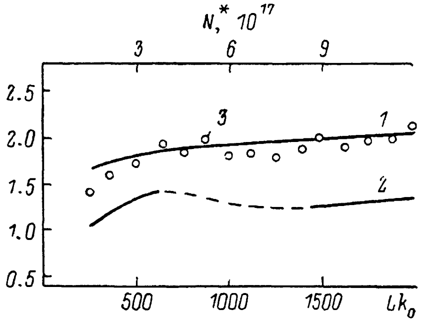

Рис. 3. Зависимость отношения $M_{\parallel}/M_{\perp}$ от Lk_0, характеризующая анизотропность пленения.

1 — $H_{ext}=0$, *2* — 4 кЭ, *3* — данные опыта (рис. 1 в [7]) при $H_{ext}=0$; значение $Lk_0=2\cdot10^3$ соответствует половинной мощности лазера в [7].

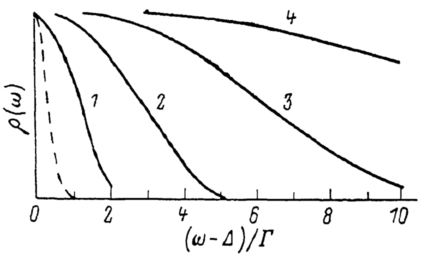

Рис. 4. Среднее по объему спектральное распределение плененных фононов $\rho(\omega)$ при различных значениях параметра q, характеризующего темп спектральной диффузии: 10^{-1} (*1*), 10^{-2} (*2*), 10^{-3} (*3*), 10^{-4} (*4*).

Штрихи — $\rho(\omega)$ в отсутствие спектральной диффузии. Для простоты вычислений при наличии спектральной диффузии полагалось $I_0(\Omega)=\delta(\Omega)$, что соответствует монохроматической генерации фононов в центре линии. С целью наглядности все кривые нормированы к одному значению в центре резонанса.

на рис. 3). Ход $M_{\parallel}/M_{\perp}$ в переходной области $Lk_0=500\div1000$ показан на рис. 3 качественно (штрихи). В сильном магнитном поле анизотропия фактора пленения M менее выражена из-за малого множителя $\Gamma^{(-)}/2\Gamma \simeq$ $\simeq 1/40$ под знаком логарифма. Однако наличие анизотропии пленения в сильном магнитном поле, когда снимается вырождение $\bar{E}$- и $2\bar{A}$-уровней, свидетельствует в пользу физической интерпретации этого явления в работах [7, 8], соответствующей правилам отбора для резонансного взаимодействия фононов с ${}^2E$ ($\bar{E}$, $2\bar{A}$) уровнями Cr^{3+} [1].

4. О диссипативном пленении

В обзорах [1, 6] обсуждается ситуация, в которой фононы оказываются полностью запертыми в возбужденном объеме в силу их ангармонического распада или неупругого рассеяния на дефектах. Спектральный фактор пленения в этом случае, очевидно, равен $M(\omega)=\tau_p/\tau_{res}(\omega)$, где τ_p — ангармоническое или иной природы необратимое время распада фононов из моды 29 см$^{-1}$, $\tau_{res}(\omega)=[vk(\omega)]^{-1}$ — время свободного пробега по отношению к упругому резонансному рассеянию. Таким образом, получается линейная зависимость $M \sim N^*$, поскольку $k(\omega) = N^* \sigma(\omega)$. Однако, вообще говоря, необходимо учесть локальные магнитные поля [5] и связанную с ними спектральную диффузию, тем более что все это представляет интерес при уже достаточно больших концентрациях N^*. Используя формулу (П. 5) Приложения, получаем при $H_{\text{ext}}=0$

$$M = \frac{\pi}{4} \frac{\Gamma}{\delta_{\text{loc}}} \frac{\Gamma}{\sqrt{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}} \sqrt{\tau_p v k_0} \sim \sqrt{N^*}. \tag{19}$$

Эффект поля (с учетом РКР) приводит в данном случае, как это следует из (П. 7), просто к уменьшению M в два раза.

Из формулы (19) мы видим, что вместо линейной зависимость M от N^* оказывается корневой, что приблизительно и следовало ожидать вследствие спектральной диффузии. Этот результат является новым и важным для выяснения физического механизма пленения. Теперь мы видим, что наблюдаемая на опыте [1, 6] линейная зависимость степени пленения от N^* скорее отвергает, чем подтверждает, существенную диссипацию фононов из моды 29 см$^{-1}$. С другой стороны, подтверждается действенность совместного механизма пространственной и спектральной диффузии, который мы обсуждали в разделе 2, что согласуется с [1, 6].

Итак, в достаточно сильном магнитном поле неупругие процессы РКР фононов на квартете состояний ^2E ($\bar{E}$, $2\bar{A}$) можно разделить на два вида [3], а именно «внерезонансное» и «обменное» РКР. В данной работе мы называли «сильными» такие поля, при которых внерезонансным РКР в первом приближении можно пренебречь. Согласно данным [3], это справедливо, если $H \geqslant 3$ кЭ. Результаты работы, однако, не претендуют на описание асимптотического поведения пленения фононов 29 см$^{-1}$ в предельно сильных полях [10]. Во-первых, уже при $H \geqslant 6$ кЭ заселенности ν_-, ν_+ могут отличаться по величине вследствие сильного зеемановского расщепления основного $^4A_2$ состояния и спиновой памяти. В работе [3] было дано в краткой форме обсуждение спиновой релаксации $\bar{E}$-уровня в условиях пленения неравновесных фононов. Следует также иметь в виду возможное влияние поля на неупругое рассеяние фононов на возбужденных состояниях обменно-связанных парах четвертых соседей. Это рассеяние ограничивает степень пленения с ростом N^* [1].

Таким образом, область применимости результатов, полученных в данной работе, можно оценить интервалом напряженности магнитного поля 3 кЭ $< H_{\text{ext}} < 6$ кЭ и не слишком высокой концентрацией N^*.

Авторы признательны А. А. Каплянскому за полезные замечания и рецензенту за несколько замечаний общего характера, которые также способствовали более четкому изложению результатов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

К проблеме спектральной диффузии фононов 29 см$^{-1}$

Цель этого дополнительного раздела заключается в том, чтобы найти асимптотику числа M в условиях спектральной диффузии в достаточно общем случае, когда точное решение задачи отсутствует. Полученные результаты существенно используются в основном тексте работы.

Предположим вначале, что $H_{\text{ext}} = 0$. Обозначим

$$\mathcal{J}(\Omega) = (1+\Omega^2)^{-1}, \quad I_0 = \frac{2}{\pi\Gamma}\mathcal{J}, \quad \Omega = \frac{\omega - \Delta}{\Gamma/2}, \quad a^2 = \frac{\Gamma^2}{4\delta_{\text{loc}}^2} \frac{\Gamma^2}{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}.$$

Уравнение (2) при $\delta_{\text{loc}} \ll \Gamma$ приводит к

$$\frac{d}{d\Omega}\left(\mathcal{J}(\Omega)\frac{d}{d\Omega}\rho(\Omega)\right) - a^2 \frac{\mathcal{J}(\Omega)}{M_{el}(\Omega)}\rho(\Omega) + \frac{a^2}{\Gamma\sigma_0} I_0(\Omega) = 0. \tag{П. 1}$$

В работе [4] это уравнение спектральной диффузии было решено в случае изотропного рассеяния, когда $M_{el}(\Omega) = L^2k^2(\omega)/4 \sim \mathcal{J}^2(\Omega)$. Нас интересуют более общие случаи функции $M_{el}(\Omega)$, и в частности изотропное пленение, когда $M_{el} \sim L^2k^2(\Omega)/\ln(Lk(\Omega)/\pi)$. При этом уравнение (П. 1) в квадратурах уже не решается. Для нахождения асимптотики числа M при $Lk_0 \gg 1$ заметим, что функция $\rho(\omega)$ вследствие спектральной диффузии размывается тем сильнее, чем больше Lk_0. Поэтому на фоне лоренцевского резонанса $\sigma(\Omega)=\sigma_0\mathcal{J}(\Omega)$ она оказывается практически постоянной (см. рис. 4, где $\rho(\omega)$ показана в точно решаемом случае [4]). Тогда

$$M=\frac{\Gamma^2}{2}\int\rho(\Omega)\,\sigma(\Omega)\,d\Omega\simeq\frac{\Gamma^2}{2}\rho(0)\int\sigma(\Omega)\,d\Omega=\frac{\pi}{2}\Gamma^2\sigma_0\rho(0). \qquad (\text{П. }2)$$

В окрестности $\Omega=0$ уравнение (П. 1) существенно упрощается

$$\frac{d^2\rho(\Omega)}{d\Omega^2}-q^2\rho(\Omega)+\frac{a^2}{\Gamma\sigma_0}I_0(\Omega)=0, \qquad (\text{П. }3)$$

где $q^2=a^2/M_{el}(0)$. Отсюда

$$\rho(\Omega)=\frac{a^2}{2q\Gamma\sigma_0}\int\exp[-q\,|\,\Omega-\Omega'\,|]\,I_0(\Omega')\,d\Omega'\xrightarrow[q\ll 1]{}\frac{a^2}{q\Gamma^2\sigma_0}=\frac{a}{\Gamma^2\sigma_0}M_{el}(0). \qquad (\text{П. }4)$$

Из (П. 2) и (П. 4) находим асимптотику M при $q\ll 1$

$$M=\frac{\pi}{2}a\sqrt{M_{el}(0)}=\frac{\pi}{4}\frac{\Gamma}{\delta_{1oc}}\frac{\Gamma}{\sqrt{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}}\sqrt{M_{el}(0)}. \qquad (\text{П. }5)$$

Отсюда видно, что под действием спектральной диффузии характер зависимости M от N^* меняется на корневой, причем в частном случае $M_{el}(\Omega)=L^2k^2(\Omega)/4$ формула (П. 5) совпадает с известным результатом [4].

В случае сильного магнитного поля имеем систему уравнений (8а), (8б), которая ввиду (11) сводится к

$$\frac{d}{d\Omega}\left(\mathcal{J}(\Omega)\frac{d}{d\Omega}\rho_1(\Omega)\right)-a^2\frac{\gamma_1(\Omega)+\gamma_2(\Omega)}{2}\rho_1(\Omega)+\frac{a^2}{\Gamma\sigma_0}I_0(\Omega)=0, \qquad (\text{П. }6)$$

где $\nu_-=\nu_+=1/2$. Применяя к (П. 6) те же рассуждения о разравнивании спектрального распределения фононов ρ в области резонанса, получаем

$$M=\frac{\pi}{4\sqrt{2}}\frac{\Gamma}{\delta_{1oc}}\frac{\Gamma}{\sqrt{\Gamma^{(-)}\Gamma^{(+)}}}\frac{1}{\sqrt{\gamma_1(0)+\gamma_2(0)}}. \qquad (\text{П. }7)$$

Приведем также результат для фактора пленения M в случае сильного внешнего магнитного поля с учетом обменного РКР, но без учета спектральной диффузии, что справедливо при $Lk_0\frac{\Gamma^{(-)}}{\Gamma}\frac{\delta_{1oc}}{\Gamma}<1$. Пренебрегая в (П. 6) дифференциальным оператором, получаем

$$M=\frac{1}{2}\int\frac{\mathcal{J}(\omega)}{\gamma_1(\omega)+\gamma_2(\omega)}I_0(\omega)\,d\omega. \qquad (\text{П. }8)$$

Представляется очевидным, что асимптотические формулы (П. 5) и (П. 7) в действительности верны не при всякой функции $M_{el}(\Omega)$. Для справедливости их, по-видимому, достаточно потребовать, чтобы она была колоколообразной.

Литература

[1] *Kaplyanskii A. A., Basun S. A.* In: Nonequilibrium Phonons in Nonmetallic Crystals / Ed. W. Eisenmenger, A. A. Kaplyanskii. North—Holland, 1986, p. 373—453.
[2] *Левинсон И. Б.* ЖЭТФ, 1978, т. 75, № 1, с. 234—248.
[3] *Басун С. А., Каплянский А. А., Шехтман В. Л.* ЖЭТФ, 1982, т. 82, № 6, с. 1945—1963.
[4] *Малышев В. А., Шехтман В. Л.* ФТТ, 1984, т. 26, № 4, с. 1016—1026.
[5] *Geschwind S., Devlin G. E., Cohen R. L., Chinn S. R.* Phys. Rev., 1965, vol. 137A, N 4, p. 1087—1100.
[6] *Renk K. F.* In: Nonequilibrium Phonons in Nonmetallic Crystals / Ed. W. Eisenmenger, A. A. Kaplyanskii. North—Holland, 1986, p. 317—372.

[7] *Басун С. А., Каплянский А. А., Шехтман В. Л.* Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 30, № 5, с. 275—279.
[8] *Kaplyanskii A. A., Basoon S. A., Shekhtman V. L.* In Light Scattering in Solids / Ed. J. L. Birman, H. Z. Cummins, K. K. Rebane. New York: Plenum Press, 1980, p. 95—111.
[9] *Малышев В. А., Шехтман В. Л.* Опт. и спектр., 1979, т. 46, № 4, с. 800—808.
[10] *Goossens R. J. G., Dijkhuis J. I., de Wijn H. W.* Phys. Rev., 1985, vol. 32B, N 11, p. 7065—7075.

Поступило в Редакцию
19 декабря 1987 г.