

УДК 535.343.2; 535 : 548

**ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТА СКВОЗЬ ПРИЗМУ
И ПЛАСТИНКУ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ
КВАДРУПОЛЬНОГО ЭКСИТОННОГО ПЕРЕХОДА
С УЧЕТОМ ПЕКАРОВСКИХ ДОБАВОЧНЫХ СВЕТОВЫХ ВОЛН**

A. A. Демиденко, B. И. Пипа,
B. Н. Писковой, B. Е. Цеквава

Исследуется прохождение света через тонкий клиновидный кристалл и плоскопараллельную пластинку в области квадрупольного экситонного резонанса в условиях возбуждения добавочных световых волн. Теория позволяет получать обширную информацию о законах дисперсии поляритонов, оптических константах и других параметрах кристаллов по экспериментально измеренным показателям преломления и интенсивностям каждой в отдельности из обычных и добавочных световых волн в кристалле.

Опытами Гросса и Каплянского на Cu_2O было установлено существование дипольно-запрещенных экситонных переходов в кристаллах кубической симметрии O_h [1] (линия $n=1$ желтой серии, соответствующая $\lambda = 6125 \text{ \AA}$). В работе [2] для той же полосы поглощения наблюдалось отклонение от закона Ламберта—Бугера при прохождении света через плоскопараллельную пластинку в направлении (110). Первая теоретико-групповая идентификация результатов эксперимента [1] и качественное объяснение результатов работы [2] как проявления эффектов пространственной дисперсии содержались в работах [3, 4] (см. также [5–7]). Это позволило, в частности, однозначно отождествить линию $\lambda = 6125 \text{ \AA}$ с переходом в зону типа $F_2 \in O_h$.

Дальнейшие экспериментальные [8–10] и теоретические [11, 12] исследования особенностей поглощения и дисперсии квадрупольной линии в окиси меди подтвердили отступление полученных результатов от законов классической кристаллооптики. Возникла необходимость использовать обобщенную кристаллооптику, включающую в себя теорию добавочных световых волн ДСВ [13, 14]. Оказалось, однако, что результаты различных измерений не согласуются друг с другом. В особенности это относится к вычислению основных экситонных параметров — силы осциллятора квадрупольного перехода, эффективной массы и времени жизни экситона. Как правило, разные авторы измеряют различные оптические характеристики, а их оценки указанных выше экситонных параметров существенно (иногда на порядки) расходятся. Это порождает неуверенность в возможности однозначного объяснения наблюдаемых аномалий на основе ДСВ и требует поиска новых путей исследования в данной области.

В случае дипольно-разрешенных переходов в работах [15, 16] был разработан метод исследования ДСВ с помощью клинообразных кристаллов. Ниже строится соответствующая теория применительно к квадрупольным экситонным переходам. Эксперименты на клине позволяют в принципе измерять показатели преломления и интенсивности отдельных волн, разделенных в пространстве по выходе из клина и поэтому не интерферирующих; исследование же плоскопараллельных пластинок позволяет измерять лишь сложный результат интерференции всех волн. В предыдущих ра-

ботах использовались, как правило, высокосимметричные направления распространения света и нормальное падение на пластинку. В этом пункте настоящая работа также содержит обобщение полученных ранее результатов. Косое падение света дает, как известно, дополнительную информацию и может приводить к возбуждению большего числа ДСВ, к перепутыванию p - и s -поляризаций света и другим эффектам.

Решение поставленной задачи требует определения законов дисперсии экситонов и светоэкситонов для конкретной симметрии и степени вырождения рассматриваемого экситонного перехода при произвольном направлении распространения света и произвольной вырезке кристалла.

В [17] был развит метод представления оператора энергии взаимодействия кристалла со светом непосредственно через электрическое и магнитное поля. В качестве возмущения рассматривалось взаимодействие кристалла с внешним полем. Используя аналогичную процедуру для полного макроскопического поля $E(r, t)$ (обоснование см. в [18]), представим оператор взаимодействия для интересующих нас квадрупольных переходов в виде — $\int \hat{Q} : \nabla E d^3r$, а соответствующий вклад в оператор удельной электрической поляризации среды как $-\nabla \cdot \hat{Q}$, где

$$\hat{Q} = \sum_i \frac{1}{2} e_i r_i \cdot \hat{r}_i (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \quad (1)$$

— оператор плотности квадрупольного момента; e_i , r_i — заряд и радиус-вектор частицы i кристалла. Здесь и ниже стоящие между множителями точка и двоеточие означают свертку рядом стоящих тензоров по одному или двум индексам соответственно.

Предполагая, что все величины, характеризующие электромагнитную волну в бесконечном кристалле, пропорциональны $\exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)\}$, можно уравнения Максвелла свести к системе уравнений

$$\epsilon \cdot E = (n^2 I - nn) \cdot E, \quad (2)$$

где ω — частота света, \mathbf{k} — волновой вектор, $n = (c/\omega) k$ — вектор рефракции, I — единичный тензор второго ранга,

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{4\pi\omega^2}{c^2 v} n \cdot q^\nu L_{\nu\mu} q^{\mu*} \cdot n \quad (3)$$

— тензор диэлектрической проницаемости кристалла,

$$I = [\hat{H}^M - \hbar\omega - i\hbar\Gamma]^{-1}, \quad (4)$$

ϵ_0 — фоновая диэлектрическая проницаемость, \hat{H}^M — оператор энергии невозмущенного кристалла с обрезанным на больших расстояниях кулоновским взаимодействием

$$q^\nu = \lim_{|\mathbf{k}| \rightarrow 0} N_0^{-1/2} \langle \psi_0 | \hat{Q}(\mathbf{k}) | \psi_{\nu\mathbf{k}} \rangle,$$

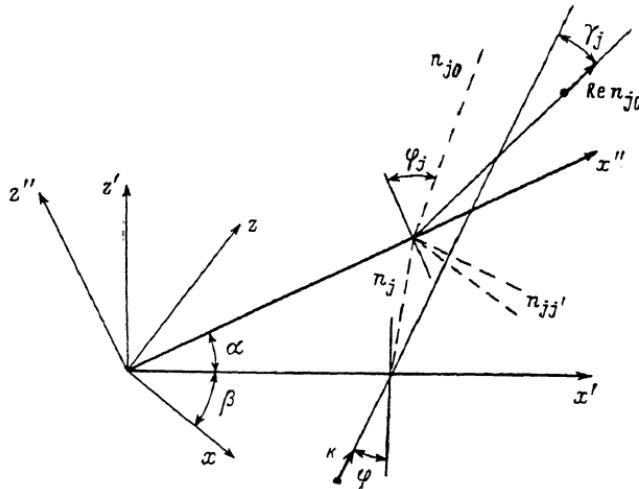
ψ_0 — основное состояние кристалла; $\psi_{\nu\mathbf{k}}$ — состояние ν -го механического экситона, энергия которого близка к энергии фотона $\hbar\omega$; $\hat{Q}(\mathbf{k})$ — Фурье-компоненты оператора (1); v — объем элементарной ячейки; N_0 — число ячеек в основной области цикличности кристалла; Γ — константа затухания механического экситона (возможная частотная зависимость Γ для квадрупольных экситонных переходов обсуждается в [11]).

Для заданного направления n каждый корень дисперсионного уравнения, получаемого из (2), и соответствующее электрическое поле E_j , определяют световую волну в бесконечном кристалле ($j = 1, 2, \dots, N$, j — номер корня, N — полное число волн). Число этих корней превышает два, что и означает существование ДСВ (волны Пекара). В связи с возрастшим числом световых волн по сравнению с двумя волнами обычного двупреломления максвелловских граничных условий (МГУ) недостаточно для опре-

деления амплитуд отраженных от кристалла и пропущих в него волн. Необходимы дополнительные граничные условия (ДГУ). В рамках традиционной для теории ДСВ постановки задачи [13] поля для ограниченного кристалла ищутся в виде суперпозиции решений, полученных для неограниченной среды, так что парциальный экситонный вклад $Q^{\text{вз}}$ в тензор плотности квадрупольного момента $Q = \langle \phi | \hat{Q} | \phi \rangle$ принимает вид

$$Q^{\text{вз}}(r, t) = \frac{i\omega}{vc} q^\mu \sum_{j=1}^N L_{\mu, q} \psi^*: n_j E_{j0} \quad (5)$$

Выражение (3) для ϵ является достаточно общим и определяется только симметрией рассматриваемого экситонного состояния. Однако ДГУ, т. е. условия, которым должна удовлетворять комбинация (5), требуют конкретизации модели экситона. Для механического экситона Френкеля ДГУ можно получить аналогично [12] (заметим, что в [12] в отличие от нашего



рассмотрения в качестве базисных функций выбирались состояния не механических, а кулоновских экситонов). На границе идеального кристалла с вакуумом ДГУ имеют вид

$$Q^{\text{вз}} = 0. \quad (6)$$

При учете приповерхностных искажений кристалла ДГУ могут иметь более общий вид [13, 14]. Для конкретного вида приповерхностных искажений ДГУ в модели квадрупольного экситона Френкеля рассмотрены в Приложении. Однако замечательной особенностью ДГУ (6) является то, что они содержат лишь те параметры, которые определяются самим законом дисперсии экситона и не зависят от дополнительных неизвестных параметров, характеризующих приповерхностные искажения. Поэтому, а также имея в виду результаты многочисленных сравнений теории ДСВ с экспериментом в случае дипольно-разрешенных переходов (см. [13]), мы ограничились в работе ДГУ (6). В нашем приближении МГУ имеют обычный вид: тангенциальные составляющие напряженностей электрического и магнитного полей непрерывны на поверхности кристалла.

Приведенный ниже расчет прохождения света сквозь кристаллическую призму (см. рисунок) и пластинку относится конкретно к специальной области квадрупольного экситонного перехода типа F_2 в кристаллах класса O_h . Рассматриваемые возбужденные состояния кристалла трехкратно вырождены, их волновые функции преобразуются при операциях симметрии как произведения xy, xz, yz (оси x, y, z выбраны вдоль кристаллических осей 4-го порядка). Поэтому наряду с обозначениями $\nu, \mu = 1, 2, 3$ будут использоваться обозначения $\nu, \mu = xy, xz, yz$.

Тензоры q^{μ} симметричны, $q_{xy}^{\mu} = q_{yx}^{\mu}$ и т. д. У них отличны от нуля только следующие компоненты: $q_{xy}^{(1)} = q_{xz}^{(2)} = q_{yz}^{(3)} \equiv q$. Энергетическая матрица механического экситона, фигурирующая в (4), имеет вид

$$H_{11}^x \equiv H_{xy, xy}^x = \mathcal{E}_0 + \frac{\hbar^2}{2m_1} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m_2} k_y^2,$$

$$H_{12}^x \equiv H_{xy, yz}^x = \frac{\hbar^2}{2m_3} k_y k_z. \quad (7)$$

Остальные матричные элементы получаются циклической перестановкой индексов x, y, z ; \mathcal{E}_0 и m_1, m_2, m_3 — константы, определяющие энергию дна экситонной зоны и эффективные массы соответственно.

Для кристаллов кубической симметрии без существенной потери в общности получаемых результатов можно избежать чрезмерно громоздких формул, ограничившись случаем распространения возбуждения в плоскости грани куба. Ниже, для определенности, будем полагать $n_y = 0$, т. е. плоскость yz является плоскостью падения света на кристалл.

На рисунке представлен клин с преломляющим углом α . Наряду с выбранной ранее системой координат xyz введем системы $x'yz'$, $x''yz''$ с общей осью y , направленной вдоль ребра клина. Плоскость $z'=0$, составляющая с плоскостью $z=0$ угол β , является входной для света, а плоскость $z''=0$ выходной. Пусть на входную плоскость падает монохроматическая линейно-поляризованная световая волна $E = E_0 \exp\{i(kr - \omega t)\}$. Ее волновой вектор \mathbf{k} веществен и лежит в плоскости xz . Угол падения φ определен, как на рисунке; $\varphi > 0$ при $k_{x'} > 0$.

Падающая волна порождает в клине несколько волн, которые будем нумеровать индексом j . При сделанных выше предположениях относительно симметрии кристалла и выбора плоскости падения система уравнений (2) допускает разделение на p - и s -поляризации. Для p -поляризации в кристалле возникают две волны (одна добавочная), для s -поляризации — три (две добавочные).

В отличие от работы [15], где дисперсионное уравнение содержало лишь n^2 и решения имели одинаковый вид для любого направления и поляризации, в нашем случае эти уравнения зависят от n_x и n_z в отдельности, т. е. имеют вид

$$F_{p, s}(n_x, n_z, \omega) = 0. \quad (8)$$

Из законов Снеллиуса на нижней грани клина следует $n_{jx'} = \sin \varphi$ для любого j , где n_j — векторы рефракции прошедших в клин волн. Подстановка

$$n_x = \sin \varphi \cos \beta - n_{jz'} \sin \beta, \quad n_z = \sin \varphi \sin \beta + n_{jz'} \cos \beta \quad (9)$$

в (8) и последующее решение дает $n_{jz'}$ для каждой из волн. На рисунке одна из прошедших волн условно изображена штриховой линией, так как в общем случае вектор n_j комплексный и простого геометрического смысла не имеет.

На верхней грани клина каждая j -я волна порождает прошедшую в вакуум волну, вектор рефракции которой n_{j0} равен

$$n_{j0x''} = n_{jx''} = \sin \varphi \cos \alpha + n_{jz'} \sin \alpha,$$

$$n_{j0z''} = \pm \sqrt{1 - n_{j0x''}^2}. \quad (10)$$

Знак в последнем выражении выбирается из условия $\operatorname{Re} n_{j0x''} > 0$. Вектор Пойнтинга вышедшего j -го луча равен [15]

$$\mathbf{S}_j = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} n_{j0} |D_j|^2 \exp\left\{-2 \frac{\omega}{c} \operatorname{Im} n_{j0} r\right\}, \quad (11)$$

где $D_j = \sqrt{E_{j0} E_{j0}}$, \mathbf{E}_{j0} — векторный комплексный предэкспоненциальный множитель вышедшей j -й волны.

Угол φ_j (см. рисунок) между S_j и осью z'' определяется равенством

$$\sin \varphi_j = \frac{\operatorname{Re} n_{j0x''}}{\sqrt{(\operatorname{Re} n_{j0x''})^2 + (\operatorname{Re} n_{j0z''})^2}}. \quad (12)$$

Угол отклонения клином

$$\gamma_j = \varphi_j - \varphi - \alpha. \quad (13)$$

Для малых α

$$\gamma_j \approx \alpha (\operatorname{Re} n_{jz'}/\cos \varphi - 1). \quad (14)$$

Помимо прошедших сквозь клин волн, от верхней грани внутрь клина распространяются отраженные волны. Векторы рефракции этих волн требуются для расчета D_j . Для их нахождения приходится вновь решать дисперсионное уравнение.

Закон Снеллиуса на верхней грани определяет для каждого j x'' -проекцию вектора рефракции всех отраженных внутрь клина волн (10). Подстановка

$$\begin{aligned} n_x &= (\sin \varphi \cos \alpha + n_{jz'} \sin \alpha) \cos (\alpha + \beta) - n_{z''} \sin (\alpha + \beta), \\ n_z &= (\sin \varphi \cos \alpha + n_{jz'} \sin \alpha) \sin (\alpha + \beta) + n_{z''} \cos (\alpha + \beta) \end{aligned} \quad (15)$$

в (8) и последующее решение относительно $n_{z''}$ определяет векторы рефракции отраженных волн, $n_{jj'x''} = n_{jx''}$ (10) для любого j и $n_{jj'z''}$. Здесь индекс j — генетический, обозначает тип волны, падающей на выходную грань клина; j' обозначает номер корня, т. е. тип отраженной волны.

Ниже в конкретных расчетах ограничимся p -поляризацией. В этом случае дисперсионное уравнение (8) имеет вид

$$\varepsilon_0 (\varepsilon_0 - n^2) = \frac{(\varepsilon_0 n^2 - 4n_x^2 n_z^2) b}{n^2 - \mu} = 0. \quad (16)$$

Здесь

$$\mu = \frac{2m_1 c^2}{\hbar \omega_0^3} (\omega - \omega_0 + i\Gamma), \quad b = \frac{m_1 c^2}{\hbar \omega_0^3} \frac{\Omega_p^2}{\varepsilon_0} f, \quad (17)$$

где

$$\omega_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\hbar}, \quad f = \frac{2m\omega_0\varepsilon_0 q^2}{\hbar e^2} (\omega_0/c)^2$$

— сила осциллятора квадрупольного перехода, $\Omega_p = (4\pi e^2/mv)^{1/2}$ — плазменная частота, m — масса свободного электрона.

Подстановка (9) для нижней грани клина (или (15) для верхней грани) в (16) приводит к уравнениям четвертой степени относительно $n_{z'}$ (или $n_{z''}$). Из них следует отбирать два решения (т. е. $j, j' = (1, 2)$), соответствующие волнам, распространяющимся внутрь клина и затухающим по мере удаления от соответствующей грани, являющейся источником их возбуждения.

Для определения скалярных амплитуд D_j через амплитуду падающей на клин волны используются на обеих гранях клина граничные условия Максвелла, а также ДГУ (6), которые для p -поляризации сводятся к виду

$$[Q_{xz}^{M0}(\mathbf{r}, t)]_{z'=0} = 0, \quad [Q_{xz}^{M0}(\mathbf{r}, t)]_{z''=0} = 0. \quad (18)$$

Расчет дает

$$D_j = \frac{2(-1)^{j-1} \frac{C_1 C_2}{C_j}}{\left| \begin{array}{ccc} A_j & A_{j1} & A_{j2} \\ B_j (\alpha + \beta) & B_{j1} (\alpha + \beta) & B_{j2} (\alpha + \beta) \\ C_j & C_{j1} & C_{j2} \end{array} \right|} E_0, \quad (19)$$

$$= \frac{B_1(\beta) B_2(\beta) \cos \varphi}{\left| \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & -1 \\ B_1(\beta) B_2(\beta) \cos \varphi & C_1 & C_2 \\ 0 & C_{j1} & C_{j2} \end{array} \right|} \cdot \frac{\left| \begin{array}{ccc} A_{j1} & A_{j2} & 1 \\ B_{j1} (\alpha + \beta) & B_{j2} (\alpha + \beta) & n_{j0z''} \\ C_{j1} & C_{j2} & 0 \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & -1 \\ B_1(\beta) B_2(\beta) \cos \varphi & C_1 & C_2 \\ 0 & C_{j1} & C_{j2} \end{array} \right|} E_0.$$

$j = 1, 2$, где величины

$$\begin{aligned} A &= \varepsilon_0 (n_x^2 - n_z^2), \\ B(\vartheta) &= n_x (\varepsilon_0 - 2n_z^2) \cos \vartheta + n_z (\varepsilon_0 - 2n_x^2) \sin \vartheta, \\ C &= n^2 - \varepsilon_0 \end{aligned} \quad (20)$$

несут те же индексы, что и входящие в них компоненты векторов рефракции n .

Рассмотрим также прохождение света сквозь плоскокоралльную пластинку. Ограничимся случаем, когда пластина вырезана перпендикулярно оси 4-го порядка кристалла (на рисунке $\beta=0$). При подстановке, согласно закону Снеллиуса, $n_x = \sin \varphi$ (φ — угол падения света на пластинку) уравнение (16) оказывается биквадратным относительно n_x и его решения имеют следующий вид:

$$\pm n_{1x}, \pm n_{2x},$$

где

$$n_{(1,2)x}^2 \equiv n_{(+,-)x}^2 = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\sin^2 \varphi}{\varepsilon_0}\right) + \frac{1}{2} \left\{ \mu - \varepsilon_0 + b \left(1 - \frac{4 \sin^2 \varphi}{\varepsilon_0}\right) \pm \right. \\ \left. \pm \sqrt{\left[\mu - \varepsilon_0 + b \left(1 - \frac{4 \sin^2 \varphi}{\varepsilon_0}\right)\right]^2 + 4\varepsilon_0 b \left(1 - \frac{2 \sin^2 \varphi}{\varepsilon_0}\right)^2} \right\}. \quad (21)$$

Здесь необходимы все четыре корня n_x , так как в случае пластиинки следует, вообще говоря, учитывать многократное отражение света. При прохождении же сквозь клин даже при слабом затухании многократно отраженные лучи выходят под разными углами и могут быть на эксперименте отделены. Для дипольно-разрешенных экситонных переходов трехкратно прошедший луч был зафиксирован экспериментально [16].

Максвелловские и добавочные граничные условия ($Q_{xz}^{M3}|_{z=0}=0$, $Q_{xz}^{M3}|_{z=d}=0$, где d — толщина пластиинки) вместе позволяют однозначно выразить амплитуды отраженной R и прошедшей D волн через амплитуду падающей волны E_0

$$D = e^{-i \frac{\omega}{c} d} \frac{2iG \cos \varphi}{(\cos \varphi + iF)^2 + G^2} E_0, \quad (22)$$

$$R = \frac{\cos^2 \varphi + F^2 - G^2}{(\cos \varphi + iF)^2 + G^2} E_0. \quad (23)$$

Здесь

$$G = \frac{1}{h} \left[\frac{1}{\sin \left(n_{1x} d \frac{\omega}{c} \right)} - \frac{g}{\sin \left(n_{2x} d \frac{\omega}{c} \right)} \right], \quad (24)$$

$$F = \frac{1}{h} \left[\operatorname{ctg} \left(n_{1x} d \frac{\omega}{c} \right) - g \operatorname{ctg} \left(n_{2x} d \frac{\omega}{c} \right) \right], \quad (25)$$

$$g = \frac{(n_{1x}^2 + \sin^2 \varphi - \varepsilon_0) n_{2x}}{(n_{2x}^2 + \sin^2 \varphi - \varepsilon_0) n_{1x}}, \quad (26)$$

$$h = \frac{\varepsilon_0 (n_{1x}^2 - \sin^2 \varphi)}{n_{1x} (\varepsilon_0 - 2 \sin^2 \varphi)} - g \frac{\varepsilon_0 (n_{2x}^2 - \sin^2 \varphi)}{n_{2x} (\varepsilon_0 - 2 \sin^2 \varphi)}. \quad (27)$$

По формулам (22) и (23) рассчитываются коэффициенты прозрачности $\delta(\omega) = |D|^2 / |E_0|^2$ и отражения $\rho(\omega) = |R|^2 / |E_0|^2$ пластиинки.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Волновая функция экситона имеет вид

$$\Psi = \sum_{m\mu} a_{m\mu} \Phi_{m\mu}, \quad (\text{П. 1})$$

где m — целочисленный вектор решетки; $\Phi_{m\mu}$ — многоэлектронное состояние кристалла, в котором элементарная ячейка m находится в возбуждении.

денном состоянии μ . Коэффициенты $a_{m\mu}$ определяются при подстановке (П.1) в уравнение Шредингера с оператором энергии кристалла \hat{H}^{μ} (4).

Пусть кристалл, расположенный в полупространстве $z > 0$, граничит с вакуумом (z — ось 4-го порядка). Рассмотрим нормальное падение — двумерный квазимпульс экситона $k_z = 0$. В этом случае энергетическая матрица (7) диагональна и система уравнений для $a_{m\mu}$ распадается на μ независимых подсистем относительно $a_{m\mu}$ ($m \geq 1$ — номер кристаллической плоскости, параллельной поверхности)

$$\sum_{n \geq 1} H_{mn}^{(\mu)} a_{n\mu} = \epsilon a_{m\mu}, \quad m = 1, 2, \dots, \mu = 1, 2, 3, \quad (\text{П. 2})$$

где

$$H_{mn}^{(\mu)} = \sum_{\pi} \langle \Phi_{m\mu} | \hat{H}^{\mu} | \Phi_{n\mu} \rangle,$$

ϵ — энергия экситона.

Рассмотрим модель, в которой искажены N слоев вблизи поверхности, т. е. $H_{mm}^{(\mu)} = H_1^{(\mu)}$ для $1 \leq m \leq N$ и $H_{mm}^{(\mu)} = H_0^{(\mu)}$ — для $m \geq N+1$. Так как в модели экситона Френкеля энергия взаимодействия между ячейками считается малой по сравнению с энергией возбуждения отдельной молекулы, то для механического экситона ограничимся учетом этого взаимодействия только между ближайшими узлами; $H_{nm} \equiv W \neq 0$ лишь для любых n и m , отличающихся на единицу. В этом случае решение системы (П. 2) имеет вид

$$a_{m\mu} = \begin{cases} C \sin(k_1 a m), & m \leq N, \\ \frac{C \sin(k_1 a N)}{e^{-ik_0 a N} + R e^{ik_0 a N}} (e^{-ik_0 a m} + R e^{ik_0 a m}), & m \geq N+1, \end{cases} \quad (\text{П. 3})$$

k_j ($j=0, 1$) — положительные корни уравнений $\epsilon = H_j^{(\mu)} + 2W \cos(k_j a)$, a — постоянная решетки,

$$R = - \frac{\sin(k_1 a (N+1)) - \sin(k_1 a N) e^{-ik_0 a}}{\sin(k_1 a (N+1)) - \sin(k_1 a N) e^{ik_0 a}} e^{-2ik_0 a N}. \quad (\text{П. 4})$$

Если область приповерхностного искажения ($1 \leq m \leq N$) является макроскопически узкой, то объемное решение (П. 3) с точностью до членов $\sim k_0 a N \ll 1$ справедливо во всем кристалле. Заменяя функцию дискретного аргумента $a_{m\mu} \equiv a_{\mu}(ma)$ на плавную огибающую $a_{\mu}(z)$, из (П. 3) и (П. 4) получим граничное условие

$$\left[a_{\mu} + a_{\mu} \frac{da_{\mu}}{dz} \right]_{z=0} = 0, \quad \zeta = \frac{\sin(k_1 a N)}{\sin(k_1 a (N+1)) - \sin(k_1 a N)}, \quad (\text{П. 5})$$

ДГУ можно получить [13] из условий отражения экситонных волн от поверхности кристалла. Из (П. 5) следует

$$\left[Q + \zeta a \frac{dQ}{dz} \right]_{z=0} = 0. \quad (\text{П. 6})$$

Так как $adQ/dz \sim (k_0 a) Q$, то отличие (П. 6) от (6) существенно, если $\zeta \gg 1$. Для экситонов с положительной эффективной массой ($W < 0$) это возможно, если $H_1^{(\mu)} < H_0^{(\mu)}$, т. е. вблизи поверхности существует потенциальная яма. В этом случае при некоторых значениях ϵ возникают коротковолновые решения $a_{m\mu}$ в области $m \leq N$. (Аналогичная ситуация для экситонов с отрицательной массой ($W > 0$) реализуется, если вблизи поверхности существует барьер ($H_1^{(\mu)} > H_0^{(\mu)}$)). Например, при $N=1$ и энергиях ϵ таких, что $ak_1 = \pi/3$, получим $\zeta = \infty$, т. е. ДГУ имеет вид $(dQ/dz)_{z=0} = 0$ (такая ситуация соответствует коэффициенту отражения экситонов $R=1$ в (П. 3)).

Л и т е р а т у р а

- [1] Гросс Е. Ф., Каплянский А. А. ФТТ, 1960, т. 2, № 2, с. 379—380.
- [2] Горбань И. С., Тимофеев В. Б. ДАН СССР, 1961, т. 140, № 4, с. 491—493.
- [3] Цеквава Б. Е. ФТТ, 1961, т. 3, № 4, с. 1165—1175.
- [4] Цеквава Б. Е. ФТТ, 1962, т. 4, № 2, с. 501—509.
- [5] Москаленко С. А. ЖОС, 1960, т. 9, № 3, с. 369—375.
- [6] Черепанов В. И., Галишев В. С. ФТТ, 1961, т. 3, № 4, с. 1085—1098.
- [7] Жилич А. Г. ФТТ, 1961, т. 3, № 1, с. 305—308.
- [8] Соловьев Л. Е., Московский С. Б. ЖОС, 1982, т. 52, № 4, с. 583—585.
- [9] Bloch P. D., Meyer B., Schwab C. J. Phys. C: Solid State Phys., 1980, vol. 13, p. 267—276.
- [10] Крейнгольд Ф. И., Макаров В. Л. Письма в ЖЭТФ, 1974, т. 20, № 7, с. 441—445.
- [11] Davidov A. S., Eremko A. A. Phys. Stat. Sol. B, 1973, vol. 59, N 1, p. 251—258.
- [12] Пекар С. И., Писковой В. Н., Цеквава Б. Е. ФТТ, 1981, т. 23, № 7, с. 1905—1912.
- [13] Пекар С. И. Кристаллооптика и добавочные световые волны. Киев: Наукова думка, 1982. 295 с.
- [14] Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. 2-е изд. М.: Наука, 1979. 432 с.
- [15] Демиденко А. А., Пекар С. И., Цеквава Б. Е. ФТТ, 1985, т. 27, № 3, с. 741—747.
- [16] Демиденко А. А., Лебедев М. В., Пекар С. И. и др. ЖЭТФ, 1985, т. 89, № 1 (7), с. 330—335.
- [17] Писковой В. Н., Цеквава Б. Е. ФТТ, 1983, т. 25, № 7, с. 1938—1944.
- [18] Пекар С. И., Пина В. И. ФТТ, 1983, т. 25, № 2, с. 366—375.

Институт полупроводников АН УССР
Киев

Поступило в Редакцию
5 марта 1988 г.