УДК 537.621

СПЕКТР ДВУХМАГНОННЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В ЛЕГКООСНОМ КВАЗИДВУМЕРНОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

В. В. Вальков, С. Г. Овчинников, О. Г. Петраковский

Найден точный при $T=0$ спектр двухмагнонных возбуждений легкоосного квазидвумерного ферромагнетика. Получены условия существования отщепленной от континуума ветви связанных двухмагнонных состояний во всей зоне Бриллюэна.

1. Известно, что роль двухмагнонных связанных состояний (ДСС) в низкотемпературной динамике и термодинамике гейзенберговских магнетиков зависит как от размерности системы, так и от величины одноионной анизотропии [1-4]. В изотропных одно- и двумерных магнетиках двухмагнонная ветвь лежит ниже спектра несвязанных состояний во всей зоне Бриллюэна, что приводит, в частности, к неприменимости линейной спин-волновой теории [2]. Для таких систем термодинамические свойства должны рассчитываться при обязательном учете многомагнонных состояний. Включение одноионной анизотропии, как было показано в [4] на примере трехмерного магнетика, также приводит к возрастанию роли двухмагнонных состояний. Оказывается, что при энергии анизотропии, большей энергии обменного взаимодействия, в трехмерном магнетике двухмагнонная одноионная ветвь [4] отщеплена от спин-волнового континуума во всех точках зоны Бриллюэна. В работе [5] исследовались свойства ДСС в квазинизкомерных изотропных магнетиках. Однако вопрос о свойствах ДСС в анизотропных квазинизкомерных магнетиках до настоящего времени не обсуждался.

Существует обширный класс анизотропных квазидвумерных ферро- и антиферромагнетиков [6], для описания физических свойств которых необходимо выявить область существования ДСС и пределы применимости линейной спин-волновой теории.

В настоящей работе получено точное при $T=0$ дисперсионное уравнение для спектра двухмагнонных возбуждений с учетом легкоосной анизотропии и квазидвумерности. Рассчитаны спектры ДСС и аналитически найдены условия отщепления ДСС от континуума во всей зоне Бриллюэна.

2. Рассмотрим легкоосный гейзенберговский ФМ во внешнем поле $\mathbf{H}$

$$\mathscr{H}=-\frac{1}{2}\sum_{i,j} I_{ij}\mathbf{S}_i\mathbf{S}_j-\sum_i \varphi(S_i^z)-H\sum_i S_i^z, \tag{1}$$

где $\varphi(S_i^z)$ описывает одноосную анизотропию. Предполагается, что зависимость обменных констант I_{ij} от номеров узлов определяется не только величиной радиус-вектора $\mathbf{R}_{ij}$, соединяющего узлы i и j, но и его ориентацией. Тогда гамильтониан (1) позволяет описывать физические свойства квазинизкомерных анизотропных магнетиков.

Спектр двухмагнонных возбуждений рассматриваемой системы найдем из решения стационарного уравнения Шредингера $\mathscr{H}\Psi=E\Psi$, где волновая функция Ψ двух магнонов ищется в виде [1-3]

$$\Psi = \sum_{f,g} C_{fg} S_f^+ S_g^+ |0\rangle. \qquad (2)$$

Здесь $|0\rangle$ — состояние системы, соответствующее ферромагнитному упорядочению с максимальными проекциями спина на ось Oz. Из уравнения для Ψ находим, что фурье-образы коэффициентов C_{fg} удовлетворяют системе уравнений

$$(E - E_0 - \gamma_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}))\, C(\mathbf{q}) = \left\{R[\varphi] + \frac{1}{2}\left[I\left(\frac{\mathbf{k}}{2} + \mathbf{q}\right) + I\left(\frac{\mathbf{k}}{2} - \mathbf{q}\right)\right]\right\} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}} C(\mathbf{p}) - \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{p}} I(\mathbf{q} - \mathbf{p})\, C(\mathbf{p}). \qquad (3)$$

В (3) $\gamma_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})$, как обычно, описывает энергию двух несвязанных магнонов, движущихся с суммарным квазиимпульсом $\mathbf{k}$ и относительным $\mathbf{q}$

$$\gamma_{\mathbf{k}}(\mathbf{q}) = 2H + 2(\varphi(S) - \varphi(S-1)) + S(2I_0 - I(\mathbf{k}/2 - \mathbf{q}) - I(\mathbf{k}/2 + \mathbf{q})).$$

Вклад одноосной анизотропии определяется функцией $R[\varphi] = 2\varphi(S-1) - \varphi(S) - \varphi(S-2)$. Из условия совместности линейной системы (3)

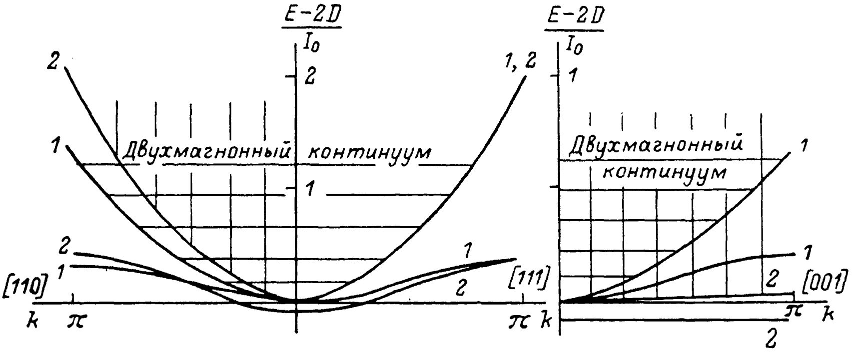

Рис. 1. Спектр двухмагнонных возбуждений при $D = 0.8\, I_0$. $\lambda = 1$ (*1*) и 0.01 (*2*).

находим точное дисперсионное уравнение для двухмагнонного спектра (предполагая, что взаимодействуют только ближайшие соседи)

$$\det(2S\delta_{ij} - B_{ij}) = 0, \qquad (4)$$

где

$$B_{ij} = \frac{4SI(\Delta_i)}{N} \sum_{\mathbf{q}} \frac{\left(\cos\frac{\mathbf{k}\Delta_i}{2} - \cos\mathbf{q}\Delta_i\right)\cos\mathbf{q}\Delta_j}{E - \gamma_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})},$$

$$B_{4j} = \frac{4SI(\Delta_j)}{N} \sum_{\mathbf{q}} \frac{\cos\mathbf{q}\Delta_j}{E - \gamma_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})}, \quad B_{i4} = \frac{2SR[\varphi]}{N} \sum_{\mathbf{q}} \frac{\cos\frac{\mathbf{k}\Delta_i}{2} - \cos\mathbf{q}\Delta_i}{E - \gamma_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})},$$

$$B_{44} = \frac{2SR[\varphi]}{N} \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{E - \gamma_{\mathbf{k}}(\mathbf{q})}, \quad i = 1, 2, 3. \qquad (5)$$

Учет одноионной анизотропии приводит к увеличению размерности детерминанта дисперсионного уравнения (4) с трех (в изотропном случае) до четырех. Этому увеличению и обязано возникновение дополнительной (одноионной по [4]) ветви двухмагнонных связанных состояний. В пределе, когда анизотропия отсутствует, дисперсионное уравнение (4) точно переходит в известное уравнение для спектра ДСС [1].

3. На рис. 1—3 приведены решения дисперсионного уравнения (4) для легкоосной анизотропии $-D\sum_i (S^z_i)^2$, $D > 0$ при $S = 1$ в отсутствие внешнего поля. Рассматривались направления [111]. Обменное взаимо-

действие между ионами в плоскостях, перпендикулярных оси анизотропии, характеризуется величиной I, тогда как величина взаимодействия вдоль оси анизотропии обозначена $I_{\parallel}=\lambda I$, $0 \leqslant \lambda \leqslant 1$. При этом $I(\mathbf{q})=2I(\cos q_x a+\cos q_y a+\lambda \cos q_z a)$. На границе зоны Бриллюэна в направлении [111] решения уравнения (4) находятся аналитически и определяют три собственных значения

$$E_1=(7+4\lambda)I+2D, \quad E_2=(8+3\lambda)I+2D, \quad E_3=(8+4\lambda)I, \tag{6}$$

причем решение E_1 двукратно вырождено. В трехмерном случае ($\lambda=1$) решения $E_1=E_2$ определяют трехкратно вырожденный уровень ДСС. Выражения (6) совпадают со значениями, полученными в [4] как в двумерном, так и трехмерном случаях. В изотропном двумерном магнетике остается одно двукратно вырожденное ДСС с энергией E_1, остальные ветви

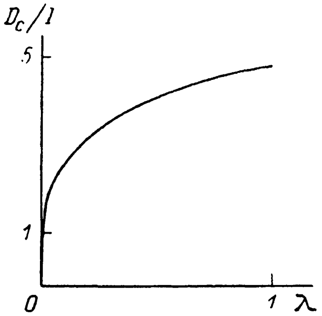

Рис. 2.

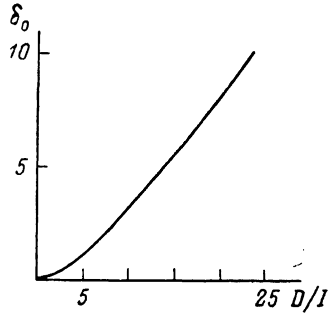

Рис. 3.

сливаются с континуумом. Уровень E_3 соответствует отщепленному от континуума двухмагнонному состоянию «одноионного» типа. Очевидно, что его возникновение возможно лишь при $D>0$. Заметим, что положение уровней E_1, E_2 относительно континуума в рассматриваемой точке зоны Бриллюэна (энергия связи двухмагнонного состояния) не зависит от величины анизотропии, поскольку нижняя граница континуума смещается на величину $2D$ при включении анизотропии. Энергия же связи одноионного состояния возрастает с ростом D.

Для точек зоны Бриллюэна, лежащих в плоскости $k_x=k_y$, уравнение (4) расщепляется на два уравнения

$$2-\tilde{B}_{xx}+\tilde{B}_{xy}=0, \tag{7}$$

$$(2-\tilde{B}_{zz})(2-\tilde{B}_{xx}-\tilde{B}_{xy})-2\tilde{B}_{zx}\tilde{B}_{xz}=0, \tag{8}$$

где

$$\tilde{B}_{ij}=B_{ij}-(B_{i4}B_{4j})/(2S-B_{44}).$$

Из анализа следует, что решение уравнения (7) соответствует обменной ветви ДСС, тогда как решения (8) дают две другие обменные ветви и одну ветвь одноионного типа. Результаты численного решения уравнений (7), (8) показаны на рис. 1. Видно, что возрастание двумерности ($\lambda \to 0$) приводит к увеличению области существования ДСС в направлениях [111] и [110] и, наоборот, подавлению ДСС в направлении [001]. Это, очевидно, объясняется ослаблением межплоскостного взаимодействия, поскольку при $\lambda=0$ система распадается на невзаимодействующие плоскости и дисперсии в направлении [001] нет.

4. Отщепление ДСС от континуума в центре зоны Бриллюэна происходит при $D>D_c$, причем критическое значение D_c зависит от λ. Для его определения решаем уравнение (4) с $\mathbf{k}=0$, $E=2D$. Наиболее просто ответ выглядит в двух предельных случаях

$$\lambda=1, \quad D_c/I=12S^2/(1+(2S-1)W(1)), \tag{9}$$

$$\lambda \to 0, \quad D_c/I=8S^2/((2S+1)W(\lambda)-1), \tag{10}$$

где

$$W(\lambda)=\frac{1}{\pi^3}\int_0^\pi\int_0^\pi\int_0^\pi dxdydz\,\frac{2+\lambda}{2+\lambda-\cos x-\cos y-\lambda\cos z}.$$

При $\lambda=1$ $W(1)$ есть обычный интеграл Ватсона, $W(1)=1.516$. При малых λ D_c логарифмически зависит от λ, а в области промежуточных значений зависимость $D_c(\lambda)$ показана на рис. 2.

Поскольку при $D>D_c$ ДСС существуют во всей зоне Бриллюэна, то линейная спин-волновая теория в этом случае неприменима ни при каких температурах.

5. Проанализируем теперь энергию связи ДСС $\delta=(E-2D)/2SI$ с $\mathbf{k}=0$. Рассмотрим случай $\lambda=0$, ограничиваясь первыми двумя членами в разложении по суммарному квазиимпульсу $\mathbf{k}$ $\delta=\delta_0+\beta\,(ka)^2$. В этом случае, решая систему (4), получаем трансцендентное уравнение на δ_0

$$\frac{D}{I}=\frac{2S\,(2S-1+(2+\delta_0)(1-\delta_0 W(\delta_0))/2}{(2S-1)\,W(\delta_0)-\delta_0 W(\delta_0)/2+1/2}. \tag{11}$$

Здесь

$$W(\delta_0)=\frac{1}{\pi^2}\int_0^\pi\int_0^\pi\frac{dxdy}{2+\delta_0-\cos x-\cos y}=\frac{2}{\pi(2+\delta_0)}K\left(\frac{\pi}{2},\ \frac{2}{2+\delta_0}\right),$$

$K(\pi/2,\ 2/(2+\delta_0))$ — полный эллиптический интеграл 1-го рода. График зависимости δ_0 от D/I приведен на рис. 3. Тот факт, что существует одно решение для δ_0, говорит о том, что обменные ветви не модифицируются анизотропией. Выражение для β представимо в аналитическом виде через полные эллиптические интегралы 1-го и 2-го рода. В предельном случае $D\gg I$; $\beta^{-1}=2\,(2S-1)$.

Для квазидвумерного случая, когда $\lambda\ll 1$, конечная энергия связи ДСС при $k=0$ реализуется лишь начиная с некоторого конечного значения анизотропии. В пределе $\lambda/\delta_0\ll 1$ уменьшение энергии связи с ростом λ происходит по линейному закону: $\delta-\delta_0\sim-\lambda$. Коэффициент пропорциональности зависит от D/I и при $D\gg I$ обращается в нуль.

В низкотемпературном пределе при учете одномагнонных и ДСС температурная зависимость намагниченности представима в виде ($D_c<D\leqslant\leqslant 4I$)

$$\langle S^z\rangle=S-\frac{\sqrt{\pi}}{2}\exp(-\Delta_1/T)\left(\frac{T}{2SI}\right)^{3/2}-\sqrt{\pi}\exp(-\Delta_2/T)\left(\frac{T}{2SI\beta}\right)^{3/2}, \tag{12}$$

где $\Delta_1=(2S-1)D$ — щель в спектре одномагнонных состояний, $\Delta_2=(2S-1)D-2SI\delta_0$ — щель в спектре ДСС. Таким образом, в рассматриваемом квазидвумерном случае в области температур $D\sim T\ll T_c$ вклад ДСС становится сравнимым по величине с вкладом от одномагнонных возбуждений.

Авторы благодарят Е. В. Кузьмина и А. Ф. Садреева за полезные замечания при обсуждении работы.

Литература

[1] *Wortis M.* Phys. Rev., 1963, vol. 135, N 1, p. 85—97.
[2] *Маттис Д.* Теория магнетизма. М.: Мир, 1967. 407 с.
[3] *Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В.* Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
[4] *Silberglitt R., Torrance J. B.* Phys. Rev. B, 1970, vol. 2, N 3, p. 772—778.
[5] *Гончарук А. Н., Криворучко В. Н., Яблонский Д. А.* ФТТ, 1985, т. 27, № 8, с. 2444—2449.
[6] *Александров К. С., Федосеева Н. В., Спевакова И. П.* Магнитные фазовые переходы в галоидных кристаллах. Новосибирск: Наука, 1983. 193 с.

Институт физики им. Л. В. Киренского
СО АН СССР
Красноярск

Поступило в Редакцию
24 февраля 1988 г.
В окончательной редакции
13 мая 1988 г.