

УДК 537.622.4.01

КОЛЕБАНИЯ БЛОХОВСКОЙ ЛИНИИ С БЛОХОВСКОЙ ТОЧКОЙ

Ю. А. Куфаев, Э. Б. Сонин

Рассмотрен спектр колебаний БЛ, содержащей и не содержащей БТ. При отсутствии БТ на БЛ существуют плоские волны с эллиптической поляризацией, распространяющиеся вдоль БЛ. Их дисперсия определяется линейным натяжением БЛ. Определен спектр колебаний БЛ в ферромагнитной пластине конечной толщины при отсутствии БТ и с БТ в середине БЛ. БТ увеличивает частоты собственных колебаний БЛ.

В настоящее время хорошо установлена иерархия топологически устойчивых элементов структуры в ферромагнетике [1]: доменная стенка (ДС) разделяет домены с различным направлением намагниченности (магнитного момента M), блоховская линия (БЛ) разделяет ДС на субдомены с разным направлением поворота M в плоскости при переходе из одного домена в другой, и наконец, блоховская точка (БТ) разделяет БЛ на две области с разными топологическими зарядами, определяемыми направлением M в центре БЛ. Динамика ДС достаточно подробно изучалась теоретически и экспериментально в связи с развитием физики и техники ЦМД [1]. Построена также динамическая теория движения БЛ [2-6], не учитывающая, однако, внутренних степеней свободы БЛ, т. е. ее изгиба. Динамика же БТ, а также изгибные колебания БЛ до настоящего времени теоретически не изучались. В то же время динамические свойства БТ интересны не только с физической точки зрения (БТ является аналогом «ежа» в теории поля [7]), но и тем, как влияют на стабильность топологического заряда БЛ, определяющего перспективность разработки памяти ЭВМ на БЛ.

В настоящей работе мы рассмотрим движение БТ, поперечное по отношению к БЛ, в которой она находится. При этом БТ будет рассматриваться как граница участков БЛ с разными топологическими зарядами, собственная масса БТ учитываться не будет.

Рассмотрим неограниченную ферромагнитную среду, в которой ДС совпадает с плоскостью XZ , а БЛ — с осью Z . Воспользуемся сокращенным описанием для БЛ, когда изменение малого вектора смещения $r(z, t)$ в плоскости XU БЛ описывается следующим уравнением [1-3]:

$$2\pi \frac{M}{\gamma} \nu \left[z \times \frac{\partial r}{\partial t} \right] = -F. \quad (1)$$

Здесь z — единичный орт по оси Z ; γ — гиромангнитное отношение; ν — топологический заряд БЛ, определяющий знак гиротропной силы в левой части (1) и равный $\nu = \pm 1$. Сила F содержит возвращающую силу, пропорциональную компонентам x и y смещения r , а также силу линейного натяжения, пропорциональную компонентам d^2r/dz^2 . В результате уравнение движения (1) в проекциях на оси X и Y имеет вид

$$-2\pi \frac{M}{\gamma} \nu \frac{\partial y}{\partial t} = K_x x - T_x \frac{\partial^2 x}{\partial z^2},$$

$$2\pi \frac{M}{\gamma} \nu \frac{\partial x}{\partial t} = K_y y - T_y \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}. \quad (2)$$

Параметры K_x и K_y возвращающей силы и параметры T_x и T_y силы линейного натяжения должны включать также силы магнитостатического происхождения, возникающие из-за появления магнитостатических зарядов при искривлении БЛ и ДС.

Если БЛ не содержит БТ, т. е. заряд ν одинаков для всей БЛ, то уравнения (2) имеют решение в виде плоских волн с эллиптической поляризацией, распространяющиеся вдоль БЛ

$$x(z, t) = C e^{i(kz - \omega t)}, \quad y(z, t) = CA(k) e^{i(kz - \omega t)}, \quad (3)$$

где

$$A(k) = (K_x + T_x k^2) \left/ 2\pi \frac{M}{\gamma} \nu i \omega \right.$$

Дисперсионное соотношение для этих волн имеет вид

$$\omega^2 = (\gamma/2\pi M)^2 (K_x + T_x k^2) (K_y + T_y k^2). \quad (4)$$

В пределе $k \rightarrow 0$ БЛ совершает колебательное движение как целое с частотой $\omega_{\text{БЛ}}^2 = (\gamma/2\pi M)^2 K_x K_y$, исследованное прежде [3, 4]; при этом K_y определяется жесткостью ДС при ее изгибе с учетом изменения магнитостатической энергии при изгибе.

Если $K_x = K_y$ и $T_x = T_y$, то эллиптическая поляризация переходит в круговую и спектр (4) становится аналогичным кельвиновским волнам, распространяющимся вдоль квантованных вихрей во вращающейся сверхтекучей жидкости [8].

Уравнение (4) дает спектр колебаний для бесконечно длинной БЛ. Спектр колебаний БЛ в ферромагнитной пластине, ограниченной плоскостями $z=l$ и $z=-l$, зависит от граничных условий на этих плоскостях. Положим, что поверхностные коэрцитивные силы, удерживающие концы БЛ, отсутствуют (точнее говоря, они не существенны по сравнению с объемными коэрцитивными силами). Тогда смещение БЛ на границе должно удовлетворять условиям

$$\partial x / \partial z |_{z=\pm l} = \partial y / \partial z |_{z=\pm l} = 0. \quad (5)$$

Из дисперсионного уравнения (4) следует

$$k_{1,2}^2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{K_x}{T_x} + \frac{K_y}{T_y} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{K_x}{T_x} + \frac{K_y}{T_y} \right)^2 + \left(\frac{2\pi M}{\gamma} \right)^2 \frac{\omega^2 - \omega_{\text{БЛ}}^2}{T_x T_y}}, \quad (6)$$

т. е. заданной частоте $\omega > \omega_{\text{БЛ}}$ соответствуют четыре волновых числа: два вещественных $\pm k$ и два мнимых $\pm ip$. Граничным условиям (5) можно удовлетворить, если выбрать суперпозицию из двух волн с вещественными $\pm k$, удовлетворяющими условию

$$\sin 2kl = 0, \quad (7)$$

т. е. при $k = (\pi/2l)n$, где $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, возможны колебания БЛ с частотой

$$\omega^2 = \omega_{\text{БЛ}}^2 + \left(\frac{\gamma}{2\pi M} \right)^2 \left[(K_x T_y + K_y T_x) \left(\frac{\pi}{2l} n \right)^2 + T_x T_y \left(\frac{\pi}{2l} n \right)^4 \right], \quad (8)$$

где $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Из (7) и (8) видно, что граничные условия (5) допускают колебания БЛ без изгиба, т. е. с волновым числом $k=0$. Такое колебание есть основная мода колебаний с частотой $\omega = \omega_{\text{БЛ}}$. Отметим, что частоты колебаний БЛ при условии полного закрепления концов БЛ ($x=y=0$ при $z=\pm l$) определяются тем же выражением (8), в котором, однако, n — любое целое число кроме нуля.

Рассмотрим теперь колебания БЛ с БТ, находящейся в ее центре, т. е. при $z=0$ (см. рисунок). Решение уравнения (2) при $z > 0$ и $z < 0$ будем искать в виде суперпозиции четырех волн

$$x = A_{1\nu} e^{-i k z \nu} + A_{2\nu} e^{i k z \nu} + B_{1\nu} e^{-p z \nu} + B_{2\nu} e^{p z \nu},$$

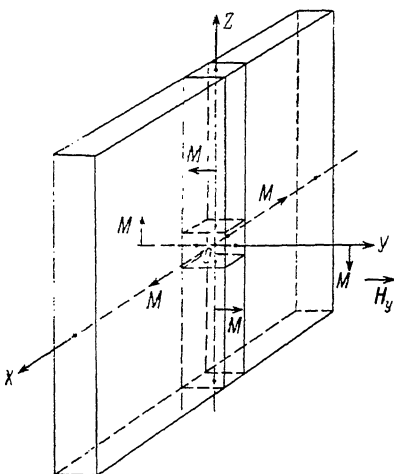
$$y = \nu A_{1\nu} A(k) e^{-i k z \nu} + \nu A_{2\nu} A(k) e^{i k z \nu} + \nu B_{1\nu} A(ip) e^{-p z \nu} + \nu B_{2\nu} A(ip) e^{p z \nu}, \quad (9)$$

где $\nu = +1$ при $z > 0$ и $\nu = -1$ при $z < 0$. Восемь коэффициентов $A_{1\nu}$, $A_{2\nu}$, $B_{1\nu}$, $B_{2\nu}$ определяются из условия непрерывности смещений x и y и их первых производных по z в БТ ($z=0$), а также из граничных условий (5). Собственные моды колебаний БЛ определяются из условия обращения в нуль определителя системы восьми линейных уравнений для указанных коэффициентов. При этом были получены два типа решений (колебательных мод).

В первом типе получаем решения: $A_{1+} = A_{1-}$, $A_{2+} = A_{2-}$, $B_{1+} = B_{1-}$, $B_{2+} = B_{2-}$, при этом БТ движется вдоль оси X , а частота колебаний $\omega = \omega_{\text{БТ}}$ и волновые числа определяются из условия

$$pA(k) \cos kl \operatorname{sh} pl + kA(ip) \sin kl \operatorname{ch} pl = 0 \quad (10)$$

и уравнения дисперсии (6).



Доменная стенка в плоскости XZ .

Блоховская линия — вдоль оси Z . Блоховская точка — начало координат ($x=y=z=0$).

Для другого типа решения получаем: $A_{1+} = -A_{1-}$, $A_{2+} = -A_{2-}$, $B_{1+} = -B_{1-}$, $B_{2+} = -B_{2-}$, что соответствует движению БТ по оси y . Частота колебаний $\omega = \omega_{\text{БТ}}$ и волновые числа для этого типа колебаний определяются из условия

$$pA(ip) \cos kl \operatorname{sh} pl + kA(k) \sin kl \operatorname{ch} pl = 0 \quad (11)$$

и уравнения дисперсии (6).

Нетрудно определить значения ω для случая

$$l \gg 1 \left| \sqrt{\frac{K_x}{T_x} + \frac{K_y}{T_y}} \right|. \quad (12)$$

В этом случае уравнения (10), (11) эквивалентны уравнению

$$\cos kl = 0, \quad (13)$$

частоты колебаний вдоль осей X и Y стремятся друг к другу, и для данного случая имеем

$$p = \sqrt{\frac{K_x}{T_x} + \frac{K_y}{T_y}}, \quad k = \frac{\pi}{2l}, \quad \omega^2 = \omega_{\text{БЛ}}^2 \left(1 + \left(\frac{T_x}{K_x} + \frac{T_y}{K_y} \right) \left(\frac{\pi}{2l} \right)^2 \right). \quad (14)$$

Заметим, что условие (12) эквивалентно условию $pl \gg 1$, т. е. волна с мнимым волновым числом затухает, не достигнув границы ферромагнетика. При $pl \rightarrow \infty$ отношение амплитуды колебаний БТ к амплитуде колебаний БЛ вдали от нее стремится к нулю, а уравнение (13), определяющее собственные моды колебаний в этом пределе, можно получить, оставив в суперпозиции волн уравнения (9) только волны с вещественным k и используя в качестве граничного условия условие полного закрепления БЛ в БТ. Очевидно, что введение в теорию массы БТ, которая

нами не учитывалась, не может изменить результаты расчета в пределе $pl \rightarrow \infty$.

Рассматривая поперечные колебания БЛ с БТ и без нее в пластине ферромагнетика, мы считали, что поверхностные силы, удерживающие концы БЛ, несущественны по сравнению с объемными силами, что выражалось граничными условиями (5). Если рассмотреть другой предельный случай, т. е. концы БЛ закреплены на поверхности, то мы получим аналогичные результаты. При этом основная мода колебаний БЛ без БТ будет соответствовать волновому числу $k = \pi/2l$, а частота колебаний $\omega_{БТ}$ с БТ отличается от (14) заменой $\pi/2$ на π .

Сделаем теперь оценки параметров спектра колебаний БЛ. Используя результаты экспериментов по динамике БЛ в пластинах ЖИГ [9], можем принять $K_x = 100$, $K_y = 450$ г/см \cdot с 2 , $\omega_{БЛ} = 4.2$ Мгц. Параметры T_x и T_y силы линейного натяжения в пренебрежении магнитостатическим вкладом равны энергии БЛ на единицу длины, т. е. $T_x \sim T_y \sim 8AQ^{-1/2}$ (см. формулу 8.8 из [1]). Полагая для ЖИГ $Q = 1$, $A = 4 \cdot 10^{-7}$ эрг/см, получим $p = 10^4$ см $^{-1}$. Эти оценки дают представление, в какой мере можно применять нашу теорию к реальным экспериментальным ситуациям и материалам. В нашей теории не учитывалась собственная масса БТ. В дальнейшем предполагается усовершенствовать теорию, отказавшись от этого упрощения. Однако это не повлияет на результаты нашего расчета в пределе $pl \gg 1$, поскольку в этом пределе БТ неподвижна и без учета ее собственной массы. Значение $p = 10^4$ см $^{-1}$ показывает, что нетрудно удовлетворить этому условию. С другой стороны, масштаб $1/p$ остается достаточно большим по сравнению с толщинами ДС и БЛ, что оправдывает использование теории, в которой эти толщины не учитывают.

Таким образом, БТ заметным образом влияет на частоту колебаний БЛ. Это может быть использовано для обнаружения и исследования БТ. В частности, прикладывая магнитное поле, смещающее БТ (поле H_y на рисунке), можно управлять частотой колебаний БЛ. Поскольку поле H_y стремится однородно намагнитить БЛ, т. е. сместить БТ к поверхности пластины, а частоту колебаний — к частоте колебаний БЛ без БТ, естественно ожидать при росте поля H_y уменьшения частоты колебаний БЛ. Этот вывод согласуется с результатами последних экспериментов по влиянию поля H_y на частоту колебаний БЛ (см. рис. 3 в работе [10]).

В заключение авторы благодарят А. В. Никифорова за обсуждение работы.

Л и т е р а т у р а

- [1] Малоземов А., Слонзуски Дж. Доменные стенки в матерпалах с цилиндрическими магнитными доменами. М.: Мир, 1982. 382 с.
- [2] Thiele A. A. Phys. Rev. Lett., 1973, vol. 30, N 6, p. 230—233.
- [3] Никифоров А. В., Сокин Э. Б. Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 40, № 8, с. 325—327.
- [4] Никифоров А. В. ФТТ, 1987, т. 29, № 7, с. 2036—2041.
- [5] Звездин А. К., Попков А. Ф., Редько В. Г. ЖТФ, 1985, т. 55, № 9, с. 1884—1886.
- [6] Звездин А. К., Попков А. Ф. ЖЭТФ, 1986, т. 91, № 11, с. 1789—2003.
- [7] Поляков А. М. ЖЭТФ, 1974, т. 20, № 3, с. 430—440.
- [8] Sonin E. V. Rev. Mod. Phys., 1987, vol. 59, N 1, p. 87—155.
- [9] Горнаков В. С., Дедух Л. Д., Никитенко В. И., Сыногач В. Т. ЖЭТФ, 1986, т. 90, № 6, с. 2090—2103.
- [10] Горнаков В. С., Дедух Л. Д., Никитенко В. И. ЖЭТФ, 1988, т. 94, № 3, с. 245—255.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
24 мая 1988 г.