

УДК 539.379.4

О ДИСЛОКАЦИЯХ В ДВУМЕРНЫХ КРИСТАЛЛАХ

A. И. Мелькер, С. В. Говоров

Найдено решение уравнения движения дислокации в двумерном кристалле с учетом релаксации атомов подложки. Результаты расчетов сравниваются с результатами, полученными методом молекулярной динамики.

Дислокации в двумерных кристаллах обычно классифицируют исходя из расположения атомов в ядрах (см., например, [1-4]), а их свойства описывают, используя статическую модель Пайерлса—Набарро [5, 6]. Такой подход обладает следующими недостатками. Во-первых, он преувеличивает роль метастабильных конфигураций [3]; во-вторых, не дает гарантии, что рассмотрены все возможные конфигурации дислокаций; и, в-третьих, не позволяет анализировать динамические свойства дислокаций. Как следствие, не удается описать все многообразие дефектных структур в динамических двумерных системах, находящихся под нагрузкой (модель мыльных пузырьков [7], модели молекулярной динамики [8-11]), а также реакции дефектов друг с другом и их взаимные превращения.

Более привлекательной и физически обоснованной моделью дислокаций, совместимой с результатами молекулярной динамики, является динамическая модель Френкеля—Конторовой [12]. В отличие от модели Пайерлса—Набарро, являющейся по существу «легкой модификацией» техники упругого континуума [13], модель Френкеля—Конторовой обладает следующими преимуществами. Во-первых, — это с самого начала дискретная модель [14], в которой частично учтены релаксационные свойства системы [15]; во-вторых, расчеты статических свойств дислокаций на основе модели Френкеля—Конторовой дают качественно те же результаты, что и вычисления, использующие модель Пайерлса—Набарро [16]; и, в-третьих, как будет показано ниже, с помощью модели Френкеля—Конторовой можно связать деформационные процессы в напряженных двумерных системах с широким кругом других динамических явлений. Таким образом, модель Френкеля—Конторовой обладает наибольшей полнотой описания и ее целесообразно взять за основу при объяснении результатов изучения динамики дефектных структур в двумерных системах.

1. Типы дислокаций

В модели Френкеля—Конторовой атомы над плоскостью скольжения заменены материальными точками, которые связаны пружинами, а атомы под плоскостью скольжения — жесткой подложкой, описываемой периодическим потенциалом. Такую систему обычно представляют в виде связанных шариков, которые релаксируют под действием силы на периодическом рельефе (см., например, рис. 8, 9 из [15]). Дислокация Френкеля—Конторовой образуется, если число шариков на единицу больше числа потенциальных минимумов.

Модифицируем эту схему, изобразив в виде шариков не только атомы над плоскостью скольжения, но и ближайшие к ним атомы под этой пло-

скостью. Тогда конфигурация (рис. 1, а) будет соответствовать дислокации, движущейся с большой скоростью слева направо в решетке, которая не успевает релаксировать. Такие дислокации часто наблюдаются в динамических системах [4, 7, 10, 11]; по терминологии, предложенной в [4], — это *A*-дислокация. Если скорость *A*-дислокации уменьшается и атомы над плоскостью скольжения успевают релаксировать, то конфигурация *A*-дислокации изменяется (рис. 1, б). Такую метастабильную конфигурацию обычно наблюдают в статических машинных экспериментах с жесткими граничными условиями [17]. (Согласно [1, 2], это дислокации с «трапециoidalным» ядром или дислокации типа 2; по терминологии [3] — дислокации типа *B*).

Кроме атомов над плоскостью скольжения могут релаксировать и атомы подложки. При этом образуется конфигурация (рис. 1, в). Очевидно, что подложка может релаксировать, если *A*-дислокация движется сравни-

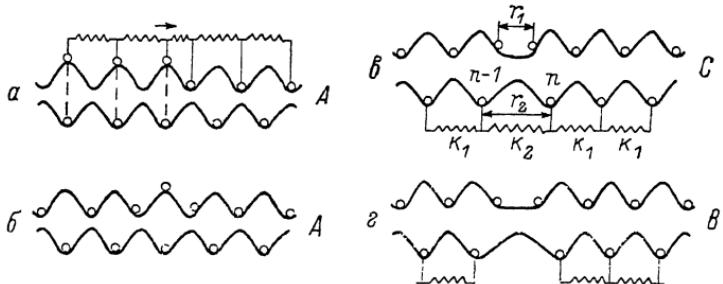


Рис. 1. Типы дислокаций в двумерных кристаллах.

тельно медленно, а температура кристаллической решетки отлична от нулевой. Отсюда становится понятным, почему в термодинамически равновесных напряженных кристаллах [18] чаще встречаются дислокации с конфигурацией ядра (рис. 1, в). Эти же конфигурации преобладают в статических машинных экспериментах со свободными границами [3]. Подвижную дислокацию с таким ядром мы называли *C*-дислокацией [11]. (Согласно [1, 2], это дислокация с «квадратным» ядром или дислокация типа 1; по терминологии [3] — дислокация типа *A*).

Из рис. 1, в видно, что в области ядра *C*-дислокации атомы подложки создают аномально растянутую связь, модуль упругости которой значительно меньше, чем модуль остальных пружин [19, 20]. Поэтому расстояние r_1 в общем случае не равно расстоянию r_2 , а ядро *C*-дислокации не является «квадратным», как это считалось в [1, 2]. Если внимательно рассмотреть изображение дислокаций, приведенных в [1, 2], то можно заметить, что и там $r_1 < r_2$. Это лишний раз показывает, что классификация дислокаций, основанная на геометрии расположения атомов в ядрах, не является надежной.

Поскольку в ядре *C*-дислокации имеется ослабленная межатомная связь, то в напряженных системах эта связь часто рвется [11], и мы получаем конфигурацию (рис. 1, г). Этот дефект известен под разными названиями: *B*-дислокация [4], *V*-структурой [7], пентагональная пора [10], пентагональный дефект [11]. Он может образоваться как в результате слияния двух *A*-дислокаций, движущихся по пересекающимся линиям скольжения [7], так и в результате разрыва аномально растянутой связи в ядре *C*-дислокации [11]. Поскольку одна из связей в ядре разорвана, *B*-дислокация неподвижна.

В двумерных системах этот дефект обладает двойственной природой. С одной стороны, это неподвижная дислокация, у которой есть вектор Бюргерса; с другой стороны, это точечный дефект вакансационного типа с симметрией пятого порядка. Участки сискаженной структурой и пониженной симметрией образуются в двумерных кристаллах вблизи границ зерен, примесных атомов, дефектов упаковки [7], включений [21] и вер-

шин трещин [11]. Здесь, как правило, несоответствие между частями кристалла с правильной структурой компенсируется пентагональными B -дефектами. По-видимому, изолированный B -дефект целесообразно рассматривать как дислокацию. В случае нескольких B -дефектов экстрагирование разных дефектов взаимно компенсируют друг друга и группа близко расположенных B -дефектов создает рыхлую структуру с симметрией пятого порядка, вставленную в правильную решетку (см., например, рис. 11, *e* из [7]). Отметим, что разрыв одной из двух связей, которые не примыкают к экстрагированию, в ядре B -дислокации превращает ее в зародыш трещины.

2. Модель C -дислокации

Рассмотрим двумерную решетку, в которой образовалась C -дислокация (рис. 1, *e*). Пусть в прямоугольной системе координат дислокация движется в направлении положительной оси X . Выделим в решетке цепочки, параллельные направлению движения дислокации. Чтобы учесть релаксацию решетки, в отличие от модели Френкеля—Конторовой проанализируем движение атомов в цепочке, содержащей аномально растянутую связь (нижняя цепочка на рис. 1, *e*). Другими словами, описывая перемещение дислокации, вместо движения атомов над плоскостью скольжения будем рассматривать перемещение возмущения, создаваемого дислокацией в релаксирующей подложке под плоскостью скольжения. Обозначим через u_n и v_n соответственно продольное (вдоль оси X) и поперечное (вдоль оси Y) смещения атома n из его равновесного положения. Во время движения дислокации поперечные смещения значительно меньше продольных, поэтому положим $v_n=0$ и учтем взаимодействие только ближайших соседей. В этом случае уравнение движения атомов в релаксирующей подложке примет вид

$$m\ddot{u}_n = \varphi'(u_{n+1} - u_n) - \varphi'(u_n - u_{n-1}) + f(u_n), \quad (1)$$

где m — масса атома, φ — энергия межатомной связи, f — сила взаимодействия атома n с атомами ближайшей нижней цепочки.

Предположим, что аномально растянутая связь находится между атомами с индексами $n-1$, n . Для количественных оценок аргармонический потенциал межатомной связи, имеющий точку перегиба r_p , например потенциал Морзе, Леннард—Джонса и т. п., удобно аппроксимировать сплайн-потенциалом [19, 20], который представляет собой две параболы, склеенные в точке r_p . При этом по обе стороны от предела прочности межатомной связи $\varphi'(r_p)$ зависимость силы от расстояния r между атомами линейна и имеет вид

$$\varphi'(r) = \begin{cases} k_1(r - r_0), & r < r_p, \\ k_2(r_p - r), & r_p < r < r_p, \end{cases} \quad (2)$$

где r_0 — равновесное межатомное расстояние, r_p — разрывная длина межатомной связи, $k_1 > k_2$ — эффективные модули упругости [19, 20]. В приближении сплайн-потенциала уравнение движения можно переписать в виде

$$m\ddot{u}_n = k_1(u_{n+1} - u_n) - k_2(u_n - u_{n-1}) + f(u_n). \quad (3)$$

Это уравнение является обобщением уравнения Френкеля—Конторовой, последнее получается из (3) при $k_1=k_2$. В модели Френкеля—Конторовой единственная нелинейность заключена в функции $f(u_n)$, которая учитывает взаимодействие дислокации с атомами релаксирующей подложки. Поскольку эта нелинейность считается основной, то взаимодействие ближайших соседей вдоль цепочки рассматривается в обычном гармоническом приближении. В нашем случае $k_1 \neq k_2$, и это позволяет в приближении сплайн-потенциала учесть еще и нелинейность взаимодействия

ближайших соседей вдоль цепочки. Кроме того, мы не оговариваем за ранее периодичность функции $f(u_n)$.

Перейдем от дискретного аргумента n к непрерывной координате x , ограничившись членами с производными второго порядка, т. е. запишем разложение

$$u_{n\pm 1} = u_n \pm hu' + (h^2/2)u'', \quad (4)$$

где h — параметр цепочки. Тогда

$$m\ddot{u} = h(k_1 - k_2)u' + (h^2/2)(k_1 + k_2)u'' + f(u). \quad (5)$$

Будем искать решение этого уравнения в виде волны $u(x, t) = u(x - Vt)$, бегущих с постоянной скоростью V , для которых имеет место равенство $\ddot{u} = V^2u''$. В этом случае мы приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$Au'' + Bu' + f(u) = 0, \quad (6)$$

где

$$A = h^2(k_1 + k_2)/2 - mV^2, \quad B = h(k_1 - k_2). \quad (7)$$

По сравнению с уравнением движения дислокации Френкеля—Конторовой уравнение (6) содержит новый член — силу трения Bu' , пропорциональную изменению поля деформации u' , которое создает C -дислокация. Кроме того, изменился коэффициент A при u'' .

Обозначив $h^2k_1 = mc^2$, запишем коэффициенты уравнения (6) в виде

$$A = m \left[\frac{\gamma c^2}{2(\gamma - 1)} - V^2 \right], \quad B = \frac{mc^2}{h} \left(\frac{\gamma - 2}{\gamma - 1} \right), \quad (8)$$

где c — скорость продольных упругих волн, а число

$$\gamma = k_1/k_2 + 1 = (r_p - r_0)/(r_{kp} - r_0) \quad (9)$$

показывает, во сколько раз разрывное удлинение межатомной связи превышает удлинение, соответствующее пределу прочности этой связи [19, 20]. Движение краевой дислокации до некоторой степени эквивалентно распространению поверхностных волн Рэлея [16], для которых характерно то, что они перемещаются параллельно свободной поверхности либо поверхности раздела двух сред и их амплитуда экспоненциально убывает при удалении от поверхности. Поверхностные волны не являются ни чисто продольными, ни чисто поперечными, а их скорость равна [15, 22]

$$c_s = zc_t, \quad (10)$$

где c_t — скорость поперечных волн; z — коэффициент, который меняется от 0.87 до 0.96 для значений коэффициента Пуассона соответственно от 0 до 0.5. В нашем случае поверхностью раздела служит линия скольжения C -дислокации, а остальные параметры поверхностных волн равны

$$c_s^2 = \frac{\gamma}{2(\gamma - 1)} c_t^2, \quad c_t^2 = \frac{\gamma - 2}{\gamma - 1} c_s^2, \quad z^2 = \frac{\gamma}{2(\gamma - 2)}. \quad (11)$$

Величина C_s определяет предельную скорость распространения сдвига при движении C -дислокации; величина C_t характеризует вязкость системы, т. е. скорость рассеяния энергии дислокации при релаксации подложки. Для потенциалов Морзе и Леннард—Джонса число γ практически одинаково [20] и равно ~ 5.8 , что дает $c_s = 0.77c$, $c_t = 0.89c$, $z = 0.87$. Последнее значение хорошо согласуется с континуальной оценкой [23] при $\nu = 0$. Именно эта величина коэффициента Пуассона была неявно использована при выводе уравнения движения C -дислокации, когда мы положили поперечное смещение равным нулю.

3. Решение уравнения движения.

Потенциальное поле, в котором находится C -дислокация, показано на рис. 1, б. Введем преобразование

$$\xi = \xi(x), \quad (12)$$

которое приводит это потенциальное поле к виду, характерному для дислокации Френкеля—Конторовой (рис. 1, б). Мы можем интерпретировать формулу (12) не только как преобразование координат в неизменном пространстве, но и как деформацию пространства при неизменности координатных осей. При этом уравнение (6) примет вид

$$m [c^2 - V^2] u''(\xi) + f(u) = 0 \quad (13)$$

и задача о C -дислокации сводится к модели Френкеля—Конторовой, для которой известно решение [13]. Например, если [12]

$$W(u) = W_0 \left(1 - \cos 2\pi \frac{u}{h} \right), \quad (14)$$

где $f(u) = -dW/du$, W_0 — амплитуда периодического поля подложки, то

$$u(\xi) = \frac{2h}{\pi} \operatorname{arclg} e^{-a\xi - \nabla t}, \quad a = \frac{2\pi}{h} \left[\frac{W_0}{m(c^2 - V^2)} \right]^{1/2}. \quad (15)$$

Найдем нелинейное преобразование $\xi(x)$. Для этого введем безразмерную переменную $x_1 = x/h$ и перепишем уравнения движения (6), (13) в виде

$$A_s u''(x_1) + B u'(x_1) + f(u) = 0, \quad A u''(\xi) + f(u) = 0, \quad (16a) - (16b)$$

где

$$A_s = m(c_s^2 - V^2), \quad B = m c_t^2, \quad A = m(c^2 - V^2). \quad (17)$$

Подставляя в (16a) выражения для производных

$$u'(x_1) = u'(\xi) \xi'(x_1), \quad u''(x_1) = u''(\xi) [\xi'(x_1)]^2 + u'(\xi) \xi''(x_1) \quad (18)$$

и вычитая из полученного уравнения равенство (16b), найдем, что

$$\xi'' + g(\xi)(\xi')^2 + \beta \xi' - \alpha g(\xi) = 0, \quad (19)$$

где $\beta = B/A_s$, $\alpha = A/A_s$, а функцию $g(\xi) = u''(\xi)/u'(\xi)$ можно получить из формулы (15), положив в ней $h=1$.

На первый взгляд уравнение (19) сложнее, чем исходное уравнение (16a). Однако для таких нелинейных уравнений второго порядка, содержащих член с первой производной в первой степени, решений не найдено [24]; в то же время, если в уравнение входит член с первой производной в квадрате, то решение в принципе можно найти известными методами [25]. Обозначим производную нелинейного преобразования $\xi'(x_1)$ через $y(\xi)$. Тогда

$$y y' + g(\xi) y^2 + \beta y - \alpha g(\xi) = 0. \quad (20)$$

Это уравнение Абеля второго рода, которое можно решить, используя подстановку [25]

$$y = v(\xi)/E(\xi), \quad E(\xi) = \exp \left(\int g(\xi) d\xi \right). \quad (21)$$

В нашем случае $E(\xi) = u'(\xi)$, поэтому (20) принимает вид

$$v v' - \beta u' v - \alpha u'' u' = 0, \quad (22)$$

интегрируя по ξ , получим

$$v^2 = \alpha (u')^2 - 2\beta \int u' v d\xi + \text{const} \quad (23)$$

или

$$y^2 = \alpha - 2\beta \int (u')^2 y d\xi / (u')^2 + \text{const}, \quad (24)$$

где $y = \xi' (x_1)$. Это интегральное уравнение можно решить методом последовательных приближений. Полагая в нулевом приближении $\beta = 0$, получим $y_0 = \sqrt{\alpha} + \text{const}$. Постоянную интегрирования найдем из условия $x_1 = 0$ при $\xi = 0$. В данном случае она равна нулю. Соответственно в первом приближении

$$y_1^2 = \alpha - 2\sqrt{\alpha} \beta \int (u')^2 d\xi / (u')^2 + \text{const}. \quad (25)$$

После интегрирования, переходя к переменной x , получим обращение функции (12) в виде

$$x = -\frac{1}{aq} \ln \frac{qe^{-a\xi} + (q^2 e^{-2a\xi} - b)^{1/2}}{q + (q^2 - b)^{1/2}}, \quad (26)$$

где

$$q = \left(\frac{c_s^2 - V^2}{c_s^2 - V^2} - b \right)^{1/2}, \quad b = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m}{W_0} \right)^{1/2} \frac{c_t^2 (c_s^2 - V^2)}{(c_s^2 - V^2)^{1/2}}. \quad (27)$$

Нетрудно найти ширину дислокации [15]. Для A -дислокации она равна

$$\Delta_A = \frac{h}{u'(\xi = 0)} = 2h \left[\frac{m(c_s^2 - V^2)}{W_0} \right]^{1/2}, \quad (28)$$

в случае C -дислокации

$$\Delta_C = \frac{h}{u'(\xi = 0) \xi'(x = 0)} = 2h \left\{ \frac{m(c_s^2 - V^2)}{W_0 \left[1 - \frac{1}{\pi} \left(\frac{m}{W_0} \right)^{1/2} \frac{c_t^2}{(c_s^2 - V^2)^{1/2}} \right]} \right\}^{1/2}. \quad (29)$$

В частности, при $V = 0$

$$\Delta_A = 2hc \left(\frac{m}{W_0} \right)^{1/2}, \quad \Delta_C = 2hc_s \left(\frac{m}{W_0} \right)^{1/2} \frac{1}{\left[1 - \frac{1}{\pi} \left(\frac{m}{W_0} \right)^{1/2} c_t^{1/2} \right]^{1/2}}. \quad (30)$$

Найдем амплитуду периодического поля подложки W_0 для треугольной решетки. При движении дислокации потенциальная энергия атома, находящегося в минимуме потенциального рельефа (рис. 1), равна $E_1 = 6\Phi_0$, где Φ_0 — энергия связи двух атомов, находящихся на расстоянии r_0 . Когда атом находится в положении максимума потенциального рельефа (т. е. в ядре дислокации, имеющем вид пятиугольника), его потенциальная энергия возрастает до $E_2 = 4\Phi_0 + \Phi(r_1)$. Здесь первый член обусловлен взаимодействием с четырьмя атомами нерелаксированной подложки. Второй член суммы описывает взаимодействие с пятым атомом, находящимся на расстоянии r_1 , равном расстоянию между плоскостями плотнейшей упаковки, которое для треугольной решетки составляет $r_1 = r_0 \sqrt{3}/2$. Таким образом, изменение потенциальной энергии атома при движении дислокации равно

$$W_0 = 2\Phi_0 - \Phi(r_0 \sqrt{3}/2). \quad (31)$$

Если межатомное взаимодействие описывается потенциалом Морзе, то, строго говоря, потенциальный рельеф не имеет вида (14). Однако это обстоятельство не является принципиальным. Важно то, что в результате нелинейного преобразования (26) потенциальный рельеф стал периодическим. Кроме того, как уже говорилось в разделе 2, любой ангармонический потенциал межатомного взаимодействия можно аппроксимировать сплайн-потенциалом, и эта аппроксимация, сохраняя нелинейность, позволяет делать количественные оценки параметров уединенных и коноидальных волн, хорошо согласующиеся с точными численными значениями [19, 20]. Поэтому, хотя в нашем случае форма периодического рельефа и отличается от синусоидальной, это отличие не будет приводить к большим ошибкам.

кам при оценке параметров дислокаций в треугольной решетке, по существу представляющих собой уединенные волны. Для потенциала Морзе

$$\Phi(r) = \Phi_0 (e^{-2\alpha(r-r_0)} - 2e^{-\alpha(r-r_0)}), \quad (32)$$

используя соотношения $\alpha r_0 = \ln 2/\varepsilon_{\text{ср}} = 0.18$ [20], получим $W_0 = 1.45 \Phi_0$. Учитывая, что для потенциала Морзе [19] $\Phi_0 = (k_1/\alpha) \cdot 2 \ln 2$, можно показать, что $\Phi_0 \approx 0.1 K_1 r_0^2 = 0.1 k_1 h^2 = 0.1 c^2 m \pi$, следовательно, $W_0 \approx 0.145 mC^2$.

На рис. 2 показана зависимость ширины A - и C -дислокаций от скорости в треугольной решетке. Видно, что при скоростях движения дислокаций, больших 0.43 с, могут существовать только A -дислокации. Известно [15, 16], что сопротивление движению дислокаций (барьер Пайерлса) экспоненциально спадает при увеличении ширины. Следовательно, при уменьшении скорости движения дислокации ниже 0.43 с (рис. 2) энергетически выгодными становятся C -дислокации. Это хорошо согласуется с результатами, рассмотренными в разделе 1, когда трещины, в вершинах которых действуют напряжения, близкие к предельным, испускают A -дислокации, которые затем по мере удаления от вершины трещины превращаются в C -дислокации. Точно так же можно объяснить, почему в термодинамически равновесных напряженных идеальных кристаллах при не слишком высоких напряжениях (т. е. при малых скоростях движения дислокаций) зарождаются только C -дислокации [18].

Отметим, что переход к трехмерной системе не представляет трудностей, если в этом случае дислокация распространяется линейным фронтом. Следует также подчеркнуть, что уравнение (6) относится к широкому классу различных физических систем [26–28]. (Например, вместе с уравнением (14) оно описывает переход Джозефсона с рассеянием энергии вследствие электронного тока через барьер [26]). Поэтому полученные результаты носят достаточно общий характер и их можно использовать и для объяснения других явлений (структурные фазовые переходы [27], движение доменных стенок [28] и т. п.).

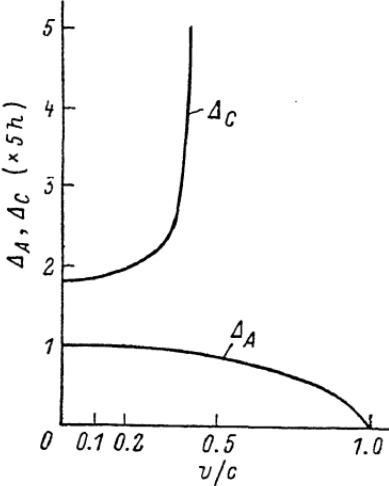


Рис. 2. Влияние скорости движения на ширину дислокаций.

Литература

- [1] Hill D. C., Morrison D. D., Rose R. M. Phys. Lett. A, 1969, vol. 29, N 8, p. 482—483.
- [2] Hill D. C., Morrison D. D., Rose R. M. J. Appl. Phys., 1969, vol. 40, N 13, p. 5160—5164.
- [3] Esbjörn P. O., Jensen E. J. J. Phys. Chem. Solids, 1976, vol. 37, N 12, p. 1081—1091.
- [4] Говорое С. В., Иванов А. В., Мелькер А. И., Михайлин А. И. Проблемы прочности, 1985, № 7 (1983), с. 26—29.
- [5] Peierls R., Proc. Phys. Soc., 1940, vol. 52, N 289, p. 34—37.
- [6] Nabarro F. R. N. Proc. Phys. Soc., 1947, vol. 59, N 332, p. 256—276.
- [7] Bragg L., Nye J. F. Proc. Roy. Soc. A, 1947, vol. 190, N 1022, p. 474—481.
- [8] Ющенко В. С., Грибцов А. Г., Щукин Е. Д. ДАН СССР, 1974, т. 215, № 1, с. 148—151.
- [9] Ashurst W. T., Hoover W. G. Phys. Rev. B: Solid State, 1976, vol. 14, N 4, p. 1465—1473.
- [10] Hoover W. G., Hoover N. E., Moss W. C. Phys. Lett. A, 1977, vol. 63, N 3, p. 324—326.
- [11] Мелькер А. И., Михайлин А. И., Байгузин Е. Я. ФММ, 1987, т. 64, № 6, с. 1066—1070.
- [12] Конторова Т. А., Френкель Я. И. ЖЭТФ, 1938, т. 8, № 1, с. 89—95; № 12, с. 1340—1348.
- [13] Sanders W. T. Phys. Rev., 1962, vol. 128, N 3, p. 1540—1549.

- [14] Hobart R. J. Appl. Phys., 1965, vol. 36, N 6, p. 1944—1952.
- [15] Хирт Дж., Лотте И. Теория дислокаций. М.: Атомиздат, 1972. 599 с.
- [16] Инденбом В. Л. Кристаллография, 1958, т. 3, № 2, с. 197—205.
- [17] Englert A., Tompa H. J. Phys. Chem. Solids, 1961, vol. 21, N 3—4, p. 306—309.
- [18] Иванов А. В., Мелькер А. И. ФТТ, 1986, т. 28, № 12, с. 3637—3641.
- [19] Михайлин А. И., Мелькер А. И. Химическая физика, 1985, т. 4, № 1, с. 15—20.
- [20] Мелькер А. И., Иванов А. В. ФТТ, 1986, т. 28, № 11, с. 3396—3402.
- [21] Байгузин Е. Я., Мелькер А. И., Михайлин А. И. ФММ, 1988, т. 65, № 5, с. 843—847.
- [22] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 203 с.
- [23] Косевич А. М. Физическая механика реальных кристаллов. Киев: Наукова думка, 1981. 328 с.
- [24] Magyari E. Z. Phys. B — Condensed Matter, 1985, vol. 62, N 1, p. 113—120.
- [25] Камкэ Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1971. 576с.
- [26] Barone A., Paterno C. Physics and applications of the Josephson effect. N. Y., Wiley, 1982. 13p.
- [27] Thomas H. In: Structural phase transitions and soft modes. Samuelsen E. J., Andersen E. (eds.) Oslo, Universitetsforlaget, 1971. 422 p.
- [28] Collins M. A., Blumen A. Phys. Rev. B, 1979, vol. 19, N 7, p. 3630—3644.

Ленинградский политехнический
институт им. М. И. Калинина
Ленинград

Поступило в Редакцию
11 января 1988 г.
В окончательной редакции
29 июня 1988 г.
