УДК 537.632

ТЕОРИЯ ДВУХФОНОННОГО РЕЗОНАНСА ФОТОВОЗБУЖДЕННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ НА АКУСТИЧЕСКИХ ФОНОНАХ В КВАНТУЮЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

М. Д. Блох, Л. И. Магарилл

Исследуются двухфононные осцилляции поперечного тока, возникающие при взаимодействии электронов в квантующем магнитном поле с двумя акустическими фононами, волновые векторы которых принадлежат особым точкам фононного спектра, в присутствии внутризонного освещения. Анализируется резонансное поведение тока с учетом разогрева электронного газа светом и электрическим полем. Найден фактор обрезания резонансного пика, связанный с дисперсией акустических фононов.

1. В работе [1] были представлены результаты теоретического и экспериментального исследования магнитодвухфононного резонанса (МДФР) электронов, разогретых постоянным электрическим полем. МДФР в полупроводниках проявляется в осцилляциях электропроводности при таких значениях квантующего магнитного поля, которое удовлетворяет условию

$$M\omega_c = \omega_0 + \omega_0', \tag{1}$$

где ω_c — циклотронная частота; ω_0, ω_0' — частоты акустических фононов (вообще говоря, разных ветвей) в особых точках фононного спектра; M — положительное целое число. При выполнении условия (1) электрон совершает переход между минимумами подзон Ландау, испуская в соответствии с законами сохранения пару коротковолновых акустических фононов с почти противоположными импульсами.

В настоящей статье мы рассмотрим осцилляции поперечной электропроводности фотовозбужденных электронов, связанные при низких температурах решетки с испусканием двух акустических фононов. Монохроматический свет, частота которого будет считаться меньше ширины запрещенной зоны полупроводника, влияет на картину МДФР двояким образом, как и при магнитофононном резонансе [2]. Динамическое воздействие света на МДФР заключается прежде всего в изменении амплитуды осцилляций. Кроме того, при не слишком больших частотах света, сравнимых с дебаевской, частота света вмешивается в резонансное условие (1) и приводит к новому условию осцилляций

$$s\Omega + M\omega_c = \omega_0 + \omega_0', \tag{2}$$

Ω — частота света; M, s — целые числа. При выполнении равенства (2) возникает резонанс, который мы будем называть циклотрон-двухфононным (ЦДФР). Такой резонанс в поглощении света на бездисперсных поперечных акустических (ТА) фононах теоретически рассматривался в работе [3]. Разогревное влияние света на МДФР заключается в том, что свет может значительно изменить электронную температуру по сравнению с ее «темновым» значением.

Плотность тока j фотовозбужденных электронов, очевидно, представляет из себя сумму двух слагаемых $j^{(1)}$, $j^{(2)}$, обусловленных одно и двухфононными процессами. Вообще говоря, $j^{(1)} \gg j^{(2)}$, так как двухфононные процессы более высокого порядка по амплитуде электрон-фононного взаимодействия. Кроме того, величина $j^{(1)}$ при изменении магнитного поля ведет себя немонотонно с экстремумами в точках магнитофононного [2] и циклотрон-фононного резонанса [4]. Мы будем интересоваться поведением тока $j^{(2)}$ вблизи таких значений магнитного поля, которые удовлетворяют условиям (1) или (2) и соответствуют осцилляционным значениям $j^{(2)}$. Амплитуда осцилляции тока $j^{(2)}$, естественно, меньше таковой у тока $j^{(1)}$. Однако в условиях МДФР и ЦДФР ток $j^{(1)}$ ведет себя монотонно, так что осцилляции $j^{(2)}$ проявляются на фоне монотонной части $j^{(1)}$ и становятся заметными. В дальнейшем мы будем говорить только о составляющей полного тока $j^{(2)}$ (индекс опустим). В основе вычисления такого тока лежит метод, развитый в [1], который мы обобщим в настоящей работе, учитывая электромагнитное поле. Дисперсия актуальных для резонансов коротковолновых акустических фононов может быть большой, поэтому мы исследуем влияние величины фононной дисперсии вблизи особых точек на амплитуду двухфононных осцилляций.

2. Рассмотрим невырожденный полупроводник с изотропным квадратичным законом дисперсии электронов. Будем считать квантующее магнитное поле H направленным по оси z и вычислим поперечный ток вдоль оси x. Так вдоль x удобно находить как вещественную часть тока $j_+ = j_x + ij_y$, который определяется следующим выражением:

$$j_+ = -\frac{e}{V} \langle \mathrm{Sp}\,(\tilde{v}_+(t)\,\tilde{\rho}\,(t)) \rangle, \tag{3}$$

где $(-e)$ — заряд электронов; V — объем кристалла; $v_+ = v_x + iv_y$ — оператор скорости; ρ — статистический оператор электронов, связанный с двухфононным взаимодействием; угловые скобки означают усреднение по фононным переменным. Волна над оператором означает гайзенберговское представление оператора $\tilde{A}\,(t) = S^+\,(t) A S\,(t)$, где $S\,(t)$ — оператор эволюции, удовлетворяющий уравнению $i\dot{S}\,(t) = \mathscr{H}_e S\,(t)$ с начальным условием $S\,(t) \to e^{-i\mathscr{H}_0 t}$ при $t \to -\infty$ ($\mathscr{H}_0$ — гамильтониан электрона в одном магнитном поле, $\hbar = 1$). Гамильтониан $\mathscr{H}_e$ электрона в электромагнитном поле имеет вид

$$\mathscr{H}_e = \frac{1}{2m}\left(\mathbf{p} + \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2 + eEx + e\mathscr{E}\,(t)\,\mathbf{r}, \tag{4}$$

где $\mathbf{A}$ — векторный потенциал постоянного поля в калибровке $\mathbf{A} = (0, Hx, 0)$, E — напряженность постоянного электрического поля, $\mathscr{E}\,(t) = \mathscr{E}\,\mathrm{Re}\,(\mathbf{e}\,e^{-i\Omega t})$ — электрическое поле излучения ($\mathbf{e}$ — вектор поляризации). Матрица плотности $\rho\,(t)$ в (3) определяется гамильтонианом электрон-фононного взаимодействия.

Вычисление вещественной части плотности тока j_+ в формуле (3) приводит к следующему выражению:

$$j_x = -\frac{2\pi e^2}{V} \sum_{s,\,\alpha,\,\beta} \sum_{q,\,q'} (q_y + q'_y)\,|C_{qq'}|^2 J_s^2(|\xi_{\mathbf{qq'}}|)\,|J_{\alpha\beta}(\mathbf{q} + \mathbf{q'})|^2 \times$$
$$\times \{[f_\alpha (N_\mathbf{q} + 1)(N_\mathbf{q'} + 1) - f_\beta N_\mathbf{q} N_\mathbf{q'}]\,\delta\,(\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta} + s\Omega - \omega_q - \omega_{q'}) +$$
$$+ [f_\alpha N_\mathbf{q} (N_\mathbf{q'} + 1) - f_\beta N_\mathbf{q'} (N_\mathbf{q} + 1)]\,\delta\,(\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta} + s\Omega + \omega_q - \omega_{q'})\}, \tag{5}$$

где $C_{\mathbf{qq'}}$ — амплитуда взаимодействия электрона с двумя фононами; $a = \sqrt{c/eH}$ — магнитная длина; $\alpha = (n, p_y, p_z)$ — набор квантовых чисел электрона в магнитном поле; $\bar{\varepsilon}_\alpha = \varepsilon_\alpha + eEX_\alpha$; $\varepsilon_\alpha = p_z^2/2m + \omega_c\,(n + {}^1/_2)$; $X_\alpha = -a^2 p_y$; $J_{\alpha\beta}\,(\mathbf{q}) = \langle \alpha\,|\,e^{i\mathbf{qr}}\,|\,\beta \rangle$; J_s — функция Бесселя ($s = 1, \pm 1, \pm 2, \ldots$). Аргумент функции Бесселя $\xi_{\mathbf{qq'}}$ можно представить в форме

$$\xi_{\mathbf{qq'}} = \frac{e\mathscr{E}}{m}\left\{\frac{1}{\Omega^2 - \omega_c^2}\left(\mathbf{k}_\perp \mathbf{e}_\perp + i\,\frac{\omega_c}{\Omega}\,[\mathbf{e},\,\mathbf{k}]_z\right) + \frac{e_z k_z}{\Omega^2}\right\}, \tag{6}$$

где $\mathbf{k}=\mathbf{q}+\mathbf{q}'$. Функция распределения электронов в (5) в приближении электронной температуры T_e имеет вид $f_\alpha=(\exp(\mu-\varepsilon_\alpha)/T)$ (μ — химический потенциал). Числа заполнения фононов N_q считаются четными по $\mathbf{q}$ ($N_\mathbf{q}=N_{-\mathbf{q}}$), но не обязательно равновесными. Мы будем предполагать температуру решетки достаточно низкой, а мощность освещения не слишком высокой, так что $N_\mathbf{q} \ll 1$. Отметим, что явление МДФР описывается в (5) слагаемыми с $s=0$, а явление ЦДФР — членами с $s=\pm 1$.

Для упрощения формулы (5) и вычисления резонансной части тока используем соотношения, обычно реализуемые в эксперименте: $eEa < T_e < \omega_c$, $\exp[(\omega_q+\omega_{q'})(T^{-1}-T_e^{-1})] \gg 1$. Кроме того, учтем, что определяющую роль в рассматриваемых эффектах играет нелинейное поляризационное электрон-фононное взаимодействие [5], при котором $|C_{\mathbf{q}\mathbf{q}'}|^2=Ck^{-2}$ (в актуальной области волновых векторов будем C считать константой). Используя δ-символы в выражении $J_{\alpha\beta}$ (сохранение импульса) и переходя в (5) к интегрированию по K_z и разности импульсов $\mathbf{g}=\mathbf{q}=\mathbf{q}'$, в линейном приближении по интенсивности для двух актуальных поляризаций света приходим к следующему выражению для тока:

$$j_x = -\frac{meC}{32\pi^7}\exp\left(\frac{2\mu-\omega_c}{2T_e}\right)\sum_{s,\,n,\,n'} e^{-n\frac{\omega_c}{T_e}}\int dg d\mathbf{k}_\perp k_y k_\perp^{-2}\times$$

$$\times |J_{nn'}(\mathbf{k}_\perp)|^2\int_0^\infty \frac{d\varepsilon e^{-\varepsilon}(\delta_{s0}-\nu b_s P_s(\varepsilon))}{\sqrt{\varepsilon(\varepsilon+\Delta_s^{nn'}/T_e)}}, \qquad (7)$$

где

$$\Delta_s^{nn'}=s\Omega-\omega_q-\omega_{q'}+(n-n')\omega_c-eEa^2k_y,\quad b_0=\frac{1}{2},\quad b_{\pm1}=-\frac{1}{4},$$

$$\nu=2e^2\mathcal{E}^2T_e/m\Omega^4,\quad \mathbf{q}=\frac{1}{2}(\mathbf{k}+\mathbf{g}),\quad \mathbf{q}'=\frac{1}{2}(\mathbf{k}-\mathbf{g}),$$

$$P_s(\varepsilon)=\begin{cases} 2\varepsilon+\Delta_s^{nn'}/T_e, & \mathbf{e}\parallel\mathbf{H},\\ \dfrac{|k_\perp e_\perp+i(\omega_c/\Omega)[\mathbf{e},\mathbf{k}]_z|^2}{2mT_e(1-\omega_c^2/\Omega^2)^2}, & \mathbf{e}\perp\mathbf{H}.\end{cases}$$

При получении формулы (7) было учтено, что $k_z \ll k_\perp$ по параметру $(T_e/\omega_c)^{1/2}$ [1]. Из выражения (7) видно, что в геометрии $\mathbf{e}\parallel\mathbf{H}$ свет не оказывает динамического воздействия на резонансную часть тока при МДФР и, кроме того, отсутствует эффект ЦДФР. Влияние света сказывается при ориентации $\mathbf{e}\perp\mathbf{H}$, что указывает на поляризационную зависимость явлений МДФР и ЦДФР фотовозбужденных электронов.

3. Дальнейшее исследование резонансного поведения тока сводится к преобразованию формулы (7). Представим частоты резонансных фононов вблизи особых точек в простой форме

$$\omega_\mathbf{q}=\omega_0+\Gamma(\mathbf{q}-\mathbf{q}_0)^2,\quad \omega_{\mathbf{q}'}=\omega_0'+\Gamma'(\mathbf{q}'-\mathbf{q}_0')^2$$

(для максимумов $\Gamma, \Gamma' < 0$), причем $\mathbf{q}_0'=-\mathbf{q}_0$. В переменных $(\mathbf{g}, \mathbf{k})$ получим

$$\omega_\mathbf{q}+\omega_{\mathbf{q}'}=\omega_0+\omega_0'+\frac{\Gamma\Gamma'}{\Gamma+\Gamma'}k_\perp^2+\frac{1}{4}(\Gamma+\Gamma')\left(\mathbf{g}-2\mathbf{q}_0+\frac{\Gamma-\Gamma'}{\Gamma+\Gamma'}\mathbf{k}_\perp\right)^2.$$

Параметры Γ, Γ' определяют величину фононной дисперсии и характеризуют форму дисперсионных кривых вблизи особых точек (крутизну кривых). Чтобы электрон в квантующем магнитном поле принял участие в токе, необходимо изменение его импульса после испускания двух фононов, такое, что $k_\perp \sim a^{-1}$. При этом резонансными естественно считать такие фононы, для которых $|\omega_q+\omega_{q'}-\omega_0-\omega_0'| \ll T_e$. Таким образом, слишком «крутые» особые точки, у которых $\Gamma, \Gamma' \gg T_ea^2$, вклада в резонанс давать не будут.

Рассмотрим плотность тока (7) непосредственно в резонансе при выполнении условий (1) или (2). Мы будем интересоваться ситуацией, когда постоянное электрическое поле достаточно слабое, так что $j_x = \sigma(T_e)E$, а обрезание резонансного пика осуществляется за счет дисперсии фононов. Критерием такой ситуации является неравенство $eEa \ll a^{-2} \mid 1/\Gamma + 1/\Gamma' \mid^{-1}$, которое получается из (7) после интегрирования по g в некоторой окрестности резонансных точек.

Амплитуда M-й осцилляции поперечной проводимости, соответствующей переходу электрона между нулевой и M-й подзонами Ландау, зависит от соотношения между частотой света и фононов. При условии $\Omega > \omega_0 + \omega_0'$ для ЦДФР наиболее существенны переходы вверх ($0 \to M$), в противоположном случае $\Omega < \omega_0 + \omega_0'$ возможны только переходы вниз ($M \to 0$). В обоих случаях проводимость пропорциональна заселенности начального состояния. Для МДФР с испусканием фононов возможны, естественно, только переходы вниз. Наибольший вклад в резонансы дают фононы, дисперсия которых не слишком велика в смысле условия $\mid 1/\Gamma + 1/\Gamma' \mid^{-1} \ll T_e a^2$. С учетом сказанного для поперечной проводимости вблизи M-го резонанса получаем (несущественные множители опустим)

$$\sigma_{Ms}^{\text{рез}} \propto K_{Ms}\left[M^{-1}\delta_{s0} - b_s\Phi(\theta)\left(\frac{l}{a}\right)^2\right]\left|\frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_2}\right|, \qquad (8)$$

где

$$K_{Ms} = \exp\left[-\delta_{s0}\frac{M\omega_c}{T_e}\right] \quad \text{при} \quad \Omega > \omega_0 + \omega_0',$$

$$\exp\left(-M\frac{\omega_c}{T_e}\right) \quad \text{при} \quad \Omega < \omega_0 + \omega_0',$$

$$\Phi(\theta) = \frac{\gamma^2 + 3 + 2(\gamma^2 - 1)\cos^2\theta}{4(\gamma^2 - 1)^2}, \quad \gamma = \frac{\omega_c}{\Omega}$$

($\gamma \neq 1$, ситуация циклотронного резонанса не рассматривается), θ — угол вектора поляризации света с постоянным электрическим полем, $l = e\mathscr{E}/m\Omega^2$, $s = 0.1$, $\delta_{1,2} = (\Gamma, \Gamma')/T_e a^2$. Из выражения (8) видно, что степенна́я резонансная расходимость обрезается нелинейной комбинацией параметров фононной дисперсии, так что обрезающий фактор определяется меньшей из величин $\delta_{1,2}$. Это означает, что если хотя бы один из фононов имеет слабую дисперсию ($\delta \to 0$), как например у TA фононов нижней ветви InSb или GaAs [6], то дисперсионный механизм обрезания становится неэффективным и следует учесть другие механизмы.

4. Из выражений (7) и (8) видно, что динамическое влияние света на МДФР приводит к уменьшению вероятности электрон-двухфононного взаимодействия. Однако разогревное воздействие освещения (на электронную температуру) может приводить к результирующему росту амплитуды осцилляций. Как известно, величина T_e находится из уравнения баланса мощности, в котором следует приравнять сумму поглощенной в единице объема световой мощности и джоулева тепла к мощности, отданной электронами в решетку. Вклад в эти мощности двухфононных процессов оказывается значительно меньше, чем однофононных даже при двухфононных резонансах (если учесть обрезание особенностей), так как константа двухфононного взаимодействия мала. По этой причине T_e определяется однофононным рассеянием на оптических и акустических фононах. Вдали от однофононных резонансов действие света сводится к эффективному увеличению постоянного электрического поля и, как следствие, к росту T_e. Так как изменение величины T_e оказывает экспоненциальное влияние на ток, то совместное динамическое и разогревное действие света приводит к росту амплитуды осцилляций МДФР, что и наблюдалось экспериментально [1]. Отметим, что этот вывод относится как к поляризации $\mathbf{e} \parallel \mathbf{H}$, так и $\mathbf{e} \perp \mathbf{H}$.

В заключение отметим, что в нашем рассмотрении мы считали, что свет не меняет концентрации свободных электронов. Это возможно при не слишком низких температурах кристалла, когда все примеси ионизованы уже при отсутствии освещения. В противном случае следует учитывать в выражении (7) изменение μ под действием света, что приведет к дополнительному росту амплитуды осцилляций.

Литература

[1] Блох М. Д., Магарилл Л. И., Сапцов В. И., Скок Э. М. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 5. С. 1470—1478.
[2] Рыжий В. И. // ЖЭТФ. 1973. Т. 64. № 2. С. 643—649.
[3] Мазур Е. А. // ФТТ. 1979. Т. 21. № 1. С. 66—71.
[4] Рыжий В. И. // ФТТ. 1973. Т. 15. № 1. С. 82—86.
[5] Левинсон И. Б., Рашба Э. И. // Письма в ЖЭТФ. 1976. Т. 20. № 1. С. 63—65.
[6] Mitra S. S., Massa N. E. Handbook on Semiconductors, ed by Moss T. S. Amsterdam, N. Y., Oxford, 1982. V. 1.

Институт физики полупроводников
СО АН СССР
Новосибирск

Поступило в Редакцию
27 мая 1988 г.