

УДК 538; 539

УПРУГИЕ ВОЛНЫ В МАГНИТНЫХ КРИСТАЛЛАХ В ОКРЕСТНОСТИ ОРИЕНТАЦИОННОГО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

И. Е. Дижштейн

Исследовано распространение волн Рэлея и Лэмба в магнитной пластине вблизи ориентационного фазового перехода во внешнем поле. Показано, что такие переходы характеризуются наличием мягкой изгибной моды и, как следствие, аномально развитыми флуктуациями.

1. Аномальное уменьшение упругих модулей кристалла вблизи ориентационного фазового перехода (ФП) в магнетиках приводит к изменению характера распространения объемных [1] и поверхностных акустических волн [2-4]. В частности, при приближении к ФП скорость сдвиговых объемных [1] и рэлеевских [2] волн, а также волн Гуляева—Блюштейна [4] стремится к нулю. Закон дисперсии изгибных волн при этом остается квадратичным [3].

В упомянутых выше работах предполагалось, что свободная энергия кристалла w зависит только от компонент тензора деформации $\hat{\epsilon}$. Однако в магнитных кристаллах свободная энергия $w(\hat{\epsilon})$ обладает вращательной инвариантностью лишь в отсутствие внешнего поля. В противном случае свободная энергия магнетика зависит и от антисимметричной части $\hat{\omega}$ тензора дисторсии $u_{i,k} = \partial u_i / \partial x_k$ [5, 6]. При этом может измениться спектр упругих волн в магнитных кристаллах; например, спектр изгибных волн в ферромагнитной пластине становится линейным [7]. Естественно предположить, что характер распространения упругих волн в магнитных кристаллах вблизи ФП во внешнем магнитном поле будет существенно отличаться от рассмотренного в [1-4].

В настоящей работе исследовано распространение волн Рэлея и Лэмба в магнитной пластине вблизи ориентационного ФП при наличии внешнего поля. Показано, что при таком переходе мягкой акустической модой является изгибная волна.

2. Рассмотрим для определенности ФП в ромбическом ферромагнетике, ограниченном плоскостями $x = \pm l_x/2$, в магнитном поле $\mathbf{H} \parallel z$. Следуя [5], плотность свободной энергии ферромагнетика w представим в виде

$$w = \frac{1}{2} A (\nabla_k \mathbf{m})^2 + \frac{1}{2} (\mathcal{K}_x \hat{m}_x^2 + \mathcal{K}_y \hat{m}_y^2) + B_{iklm} \hat{m}_i \hat{m}_k \hat{\epsilon}_{lm} + \frac{1}{2} c_{iklm} \hat{\epsilon}_{ik} \hat{\epsilon}_{lm} - H_x M_x - \frac{1}{2} \mathbf{H}_D \mathbf{M}, \quad (1)$$

где A — константа неоднородного обмена; \mathcal{K}_i, B_{iklm} — константы анизотропии и магнитострикции в локально повернутой (за счет деформаций решетки) системе координат; c_{iklm} — упругие модули; \mathbf{m} и $\hat{\mathbf{m}} = R^{-1} \mathbf{m}$ — единичный вектор намагниченности \mathbf{M} в лабораторной и локальной повернутой системе координат соответственно; $\hat{R} \approx \hat{I} + \hat{\omega} + 1/2 (\hat{\omega}^2 + \hat{\epsilon} \hat{\omega} + \hat{\omega} \hat{\epsilon}) + O(u_{\alpha, \beta}^3)$ — тензор локальных поворотов; симметричный тензор $\hat{\epsilon}$ — полный

тензор деформации [5]; \hat{I} — единичный тензор; \mathbf{H}_D — поле размагничивания; $e_{ik} = (u_{i,k} + u_{k,i})/2$; $\omega_{ik} = (u_{i,k} - u_{k,i})/2$.

Далее будем исследовать устойчивость однородного основного состояния ферромагнетика, в котором $\mathbf{m}_0 = \hat{\mathbf{m}}_0 \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{z}$, $\hat{\mathcal{E}} = \hat{\mathcal{E}}_0$, где $\hat{\mathcal{E}}_0$ — тензор спонтанных деформаций, определяемый из условия $\delta w(\mathbf{m} = \mathbf{m}_0)/\delta \mathcal{E}_{i,k} = 0$. Подставляя $\hat{\mathcal{E}} = \hat{\mathcal{E}}_0 + \Delta \hat{\mathcal{E}}$, $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 + \Delta \mathbf{m}$ ($\Delta \hat{\mathcal{E}} = \hat{e} + (\hat{e}^2 + \hat{e}\hat{\omega} - \hat{\omega}e - \hat{\omega}^2)/2$) в (1), получаем в гармоническом приближении по $\Delta \mathbf{m}$ и $u_{i,k}$

$$w = \frac{1}{2} \left\{ A (\nabla_k \mathbf{m})^2 + \sum_{\alpha=x,y} [\tilde{\mathcal{K}}_\alpha (m_\alpha - \omega_{\alpha z})^2 + HM m_\alpha^2 + 4B_{\alpha z, \alpha z} (m_\alpha - \omega_{\alpha z}) e_{\alpha z}] - \right. \\ \left. - M\mathbf{H}_D + c_{iklm} e_{ik} e_{lm} \right\}, \quad (2)$$

где $\tilde{\mathcal{K}}_\alpha$ — эффективная константа анизотропии с учетом спонтанных деформаций, например, в кристаллах, изотропных по упругим и магнитоупругим свойствам; $\tilde{\mathcal{K}}_\alpha = \mathcal{K}_\alpha + B_{44}^2/2c_{44}$. Влияние дипольного взаимодействия и градиентного члена в (2) на полученные результаты обсуждается ниже.

В области частот упругих волн $\omega \ll \omega_s$, где ω_s — частота спиновой волны при значениях волнового вектора $k \rightarrow 0$, магнитная подсистема успевает подстроиться к упругой и ее влияние на распространение упругой волны сводится к перенормировке статических упругих модулей кристалла. Тогда из условий минимума свободной энергии $\delta w/\delta m_\alpha = 0$ получаем

$$m_\alpha = (\tilde{\mathcal{K}}_\alpha \omega_{\alpha z} - 2B_{\alpha z, \alpha z} e_{\alpha z}) / (\tilde{\mathcal{K}}_\alpha + HM). \quad (3)$$

Подстановка (3) в (2) дает

$$w = \frac{1}{2} \left[\sum_{i,k=x,y,z} c_{ik} e_{ii} e_{kk} + \sum_{\alpha=x,y} (c_1^{(\alpha)} u_{\alpha,z}^2 + 2c_3^{(\alpha)} u_{\alpha,z} u_{z,\alpha} + c_2^{(\alpha)} u_{z,\alpha}^2 + 4c_{66} e_{xy}^2) \right], \quad (4)$$

где

$$c_1^{(\alpha)2} = c_{\alpha z, \alpha z} + \tilde{\mathcal{K}}_\alpha/4 \mp B_{\alpha z, \alpha z} - (B_{\alpha z, \alpha z} \mp \tilde{\mathcal{K}}_\alpha/2)^2 / (HM + \tilde{\mathcal{K}}_\alpha), \\ c_3^{(\alpha)} = c_{\alpha z, \alpha z} - \tilde{\mathcal{K}}_\alpha/4 - (B_{\alpha z, \alpha z}^2 - \tilde{\mathcal{K}}_\alpha^2/4) / (HM + \tilde{\mathcal{K}}_\alpha)$$

— эффективные модули жесткости. Для волны Лэмба, распространяющейся вдоль оси \mathbf{z} , симметричные и асимметричные решения уравнений движения $\rho \ddot{u}_i = \partial \sigma_{i,k} / \partial x_k$ ($\sigma_{i,k} = \delta w / \delta u_{i,k}$) с граничными условиями $\sigma_{i,x} = 0$ при $x = \pm l_x/2$ имеют вид соответственно

$$u_x = (A_1^s \text{sh } q_1 x + A_2^s \text{sh } q_2 x) \exp [i(kz - \omega t)], \\ u_z = (A_1^s d_1 \text{ch } q_1 x + A_2^s d_2 \text{ch } q_2 x) \exp [i(kz - \omega t)], \quad (5)$$

$$u_x = (A_1^a \text{ch } q_1 x + A_2^a \text{ch } q_2 x) \exp [i(kz - \omega t)], \\ u_z = (A_1^a d_1 \text{sh } q_1 x + A_2^a d_2 \text{sh } q_2 x) \exp [i(kz - \omega t)], \quad (6)$$

где

$$q_{1,2}^2 = [D \pm \sqrt{D^2 - 4c_2^{(x)} c_{11} (c_{33} - \eta) (c_1^{(x)} - \eta)}] k^2 / (2c_2^{(x)} c_{11})$$

— корни характеристического уравнения для смещений,

$$D = c_{11} (c_{33} - \eta) + c_2^{(x)} (c_1^{(x)} - \eta) - (c_{13} + c_3^{(x)})^2, \\ d_{1,2} = i [(\eta - c_1^{(x)}) k^2 + c_{11} q_{1,2}^2] / [k q_{1,2} (c_3^{(x)} + c_{13})], \quad \eta = \rho \omega^2 / k^2.$$

Дисперсионное уравнение для волн Лэмба имеют следующий вид:

$$\text{th} \frac{q_2 l_x}{2} \text{cth} \frac{q_1 l_x}{2} = \left(\frac{q_2 c_{11} + i k d_2 c_{13}}{q_1 c_{11} + i k d_1 c_{13}} \frac{i k c_3^{(x)} + q_1 d_1 c_2^{(x)}}{i k c_3^{(x)} + q_2 d_2 c_2^{(x)}} \right)^{\mp 1}, \quad (7)$$

где знаки « \mp » относятся к антисимметричной и симметричной моде соответственно. При $q_2 l_x \gg 1$ получаем кубическое уравнение, определяющее спектр волны Рэлея

$$(1 - \varepsilon_2) \eta^3 - [2D_{31} + c_1^{(x)} - \varepsilon_2 (2D_x + c_{33})] \eta^2 + [(D_{31} + c_1^{(x)})^2 - \varepsilon_2 (D_x + c_{33})^2 - (c_1^{(x)})^2 - \varepsilon_2 c_{33}^2] \eta - (c_1^{(x)} D_{31}^2 - \varepsilon_2 c_{33} D_x^2) = 0, \quad (8)$$

где

$$D_{ik} = c_{ii} - c_{ik}^2/c_{kk}, \quad D_\alpha = c_1^{(\alpha)} - c_3^{(\alpha)2}/c_2^{(\alpha)} \quad (\alpha = x, y), \quad \varepsilon_i = c_i^{(x)}/c_{11}.$$

В сильно анизотропном кристалле, у которого «межслойное» взаимодействие сильно отличается от «внутрислойного» ($c_{33} \gg c_{11}, c_{13}, c_i^{(x)}$), закон дисперсии волны Рэлея упрощается

$$\rho\omega^2 = k^2 [c_1^{(x)} - \varepsilon_2 (c_1^{(x)} - D_x)^2/c_{33}]. \quad (9)$$

При $q_1 l_x \ll 1$ решения уравнений (7) представим в виде

$$\rho\omega_1^2 = k^2 D_{31} \quad (\text{продольная мода}), \quad (10)$$

$$\rho\omega_2^2 = k^2 D_x + k^4 l_x^2 c_3^{(x)2} D_{31} / (12 c_2^{(x)2}) \quad (\text{изгибная мода}). \quad (11)$$

Следуя [8], получаем также закон дисперсии изгибной волны, распространяющейся в плоскости пластины под углом к магнитному полю

$$\rho\omega^2 = D_x k_x^2 + \frac{l_x^2}{12} \left\{ k_x^4 D_{31} \left(\frac{c_3^{(x)}}{c_2^{(x)}} \right)^2 + k_y^4 D_{21} + \right. \\ \left. + k_y^2 k_x^2 \left[2 \left(c_{13} \left(1 - \frac{c_{12}}{c_{11}} \right) + c_3^{(y)} \right) \frac{c_3^{(x)}}{c_2^{(x)}} + c_1^{(y)} + c_2^{(y)} \left(\frac{c_3^{(x)}}{c_2^{(x)}} \right)^2 \right] \right\}. \quad (12)$$

В соответствии с результатами [7] из-за наличия магнитного поля пластина обладает поперечной жесткостью, поэтому закон дисперсии изгибной волны, распространяющейся под углом $\varphi \neq \pi/2$ к магнитному полю, носит характер звука со скоростью

$$v_s = \left(\frac{D_x}{\rho} \right)^{1/2} = \{ HM \mathcal{N}_x^* / \rho [\mathcal{N}_x^* + HM (1 - (\mathcal{N}_x^*/4 + B_{44})/c_{44})] \}^{1/2} \quad (\mathcal{N}_\alpha^* = \mathcal{N}_\alpha - B_{\alpha x, \alpha z}^2/c_{44}). \quad (13)$$

Приведем также дисперсионное соотношение для высокочастотных волн Лэмба в длинноволновом приближении

$$\rho\omega_{\pm, 1, n}^2 = \pi^2 n_{\pm}^2, \quad l_x^{-2} c_{11} + f_{\pm}^2 k^2, \quad \rho\omega_{\pm, 2, n}^2 = \pi^2 n_{\pm}^2, \quad 2l_x^{-2} c_2^{(x)} + f_{\pm}^2 k^2, \quad (14)$$

где $\omega_{\pm, p, n}$ — частоты симметричных и антисимметричных волн соответственно; $n_{\pm, p} = 2n - 1/2 \pm (-1)^p/2$; $p = 1, 2$; $n = 1, 2, \dots$,

$$f_p^{\pm} = \pm 4\pi^{-1} (-1)^{p+1} n_{\pm}^{-1} c_2^{(x)} c_{11}^{-1/2} (c_{11} - c_2^{(x)})^{-2} (c_3^{(x)} c_{11} + c_2^{(x)} c_{13})^2 \times \\ \times \left[\operatorname{tg} \frac{\pi n_{\pm, p}}{2} \sqrt{\left(\frac{c_2^{(x)}}{c_{11}} \right)^{(-1)^p}} \right] + S_p, \quad S_1 = c_1^{(x)} + (c_{13} + c_3^{(x)})^2 / (c_{11} - c_2^{(x)}), \\ S_2 = c_{33} - (c_{13} + c_3^{(x)})^2 / (c_{11} - c_2^{(x)}).$$

Для поперечной волны, поляризованной в плоскости пластины, получаем следующий закон дисперсии при $k \parallel z$:

$$\rho\omega^2 = c_1^{(y)} k^2. \quad (15)$$

Если же размер пластины l_y ($l_y \gg l_x$) ограничен, то ее можно рассматривать как стержень с прямоугольным поперечным сечением со сторонами l_x и l_y . При $k_x \ll l_y^{-1}$ законы дисперсии продольной и изгибных волн, распространяющихся вдоль оси стержня, имеют вид

$$\rho\omega^2 = D_x k_x^2 \quad (\text{продольная мода}), \quad (16)$$

$$\rho\omega^2 = D_x k_x^2 + l_x^2 k_x^4 D_x / 12 \quad (\text{изгибная мода, поляризованная в плоскости } xz), \quad (17)$$

$$\rho\omega^2 = D_y k_y^2 + l_y^2 k_y^4 D_y / 12 \quad (\text{изгибная мода, поляризованная в плоскости } yz), \quad (18)$$

где

$$D_i = c_{11} - 2c_{12}^2 / (c_{11} + c_{12}) \quad \text{при } c_{11} = c_{33}, \quad c_{12} = c_{13} = c_{23}.$$

Предположим, что константы анизотропии \mathcal{N}_i и магнитоупругости B_{iklm} и упругие модули c_{iklm} являются функциями температуры T . Тогда сим-

метричная фаза ($\mathbf{m} \parallel \mathbf{z}$, $u_{i,k} = 0$) теряет устойчивость в случае, если при изменении температуры и магнитного поля квадрат скорости одной из рассмотренных выше мод обращается в нуль. Квадрат скорости продольной волны в пластине (10) положителен при $D_{31}(T) > 0$. При $D_{31}(T) = 0$ симметричная фаза теряет устойчивость относительно возникновения продольных смещений $u_x(z)$. Квадрат скорости изгибной моды (11) положителен при $D_x(T, H) > 0$. При $D_x(T, H) = 0$ симметричная фаза теряет устойчивость относительно возникновения поперечных смещений $u_x(z, y)$ и, следовательно, изгиба пластины. При этом в отсутствие дипольного взаимодействия в несимметричной фазе $\mathbf{m} \parallel \mathbf{H}$. Условие $D_x(T, H) = 0$ (см. (13)) реализуется в двух случаях: 1) при изменении направления поля ($H = 0$), 2) при изменении знака анизотропии ($\mathcal{K}_x^*(T) = 0$). На линиях критических точек фазовой диаграммы (H, \mathcal{K}_x^*) скорость волны Рэлея (9) остается конечной. В тройной точке $H = \mathcal{K}_x^* = 0$ одновременно обращаются в нуль скорость волны Рэлея (9) и изгибной волны (11) (ср. с [2, 3]), а также совокупность критических частот $\omega_{\pm, 2, n}$ (14) и осуществляется ФП в фазу $m_x \neq 0$, $u_x(z, y) \neq 0$. В случае стержня симметричная фаза теряет устойчивость относительно возникновения продольных и изгибных (в плоскостях xz и yz) деформаций (см. (16)–(18)) при изменении знака $D_{l, x, y}(T, H)$ соответственно.

Нарушение вращательной инвариантности ферромагнетика при наличии магнитного поля существенно влияет на характер спектра упругих волн и фазовую диаграмму магнетика. Действительно, если не учитывать эффекты, связанные с наличием антисимметричной части тензора дисторсии то, используя стандартные методы расчета [1, 2], эффективные модули жесткости можно представить в виде

$$c_1^{(\alpha)} = c_2^{(\alpha)} = c_3^{(\alpha)} = c_{\alpha\alpha, \alpha\alpha} (HM + \mathcal{K}_\alpha^*) / (HM + \tilde{\mathcal{K}}_\alpha) \equiv c_\alpha^*, D_\alpha = 0.$$

При этом скорости v ($k \rightarrow 0$) изгибных мод (11), (17), (18) тождественно обращаются в нуль. Скорость волны Рэлея $v = [c_x^* (1 - c_x^{*2} / c_{11} c_{33}) / \rho]^{1/2}$ и совокупность критических частот $\omega_{\pm, 2, n} = \pi n_{\pm, 2} l_x^{-1} c_x^{*1/2} / \rho^{1/2}$ обращаются в нуль на линии $HM + \mathcal{K}_\alpha^*(T) = 0$ фазовой диаграммы (H, \mathcal{K}_α^*) ферромагнетика. При $H > 0$, $\mathcal{K}_\alpha^*(T) = -HM$ симметричная фаза ($\mathbf{m} \parallel \mathbf{z}$, $u_{i,k} = 0$) теряет устойчивость относительно перехода в угловую фазу $m_\alpha \neq 0$, $u_\alpha \neq 0$. При $\mathcal{K}_\alpha^*(T) > 0$, $H = -\mathcal{K}_\alpha^*(T) / M$ фаза ($\mathbf{m} \uparrow \uparrow \mathbf{z}$, $u_{i,k} = 0$) теряет устойчивость относительно перехода в фазу с антипараллельной ориентацией намагниченности ($\mathbf{m} \downarrow \downarrow \mathbf{z}$, $u_{i,k} = 0$). В интервале полей $-\mathcal{K}_\alpha^*(T) / M < H < 0$ состояние $\mathbf{m} \uparrow \uparrow \mathbf{z} \downarrow \downarrow \mathbf{H}$, $u_{i,k} = 0$ является метастабильным, а поле $H = 0$ — полем ФП между состояниями $\mathbf{m} \uparrow \uparrow \mathbf{z}$, $u_{i,k} = 0$ и $\mathbf{m} \downarrow \downarrow \mathbf{z}$, $u_{i,k} = 0$.

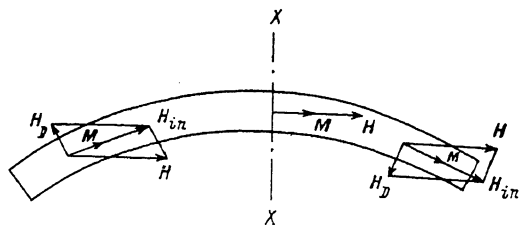
Сопоставляя полученные результаты с результатами предыдущего раздела, можно сделать вывод о том, что нарушение вращательной инвариантности при наличии магнитного поля приводит к следующим новым эффектам: 1) мягкой акустической модой становится одна из изгибных мод (11), (17), (18); 2) симметричная фаза ($\mathbf{m} \parallel \mathbf{z}$, $u_{i,k} = 0$) сохраняет устойчивость в квадранте $H > 0$, $\mathcal{K}_\alpha^* > 0$ фазовой диаграммы (H, \mathcal{K}_α^*). Если же не учитывать эффекты, связанные с наличием антисимметричной части тензора дисторсии, то мягкими акустическими модами будут совокупность критических мод $\omega_{\pm, 2, n}$ и рэлеевская волна, а симметричная фаза будет устойчива на полуплоскости $HM + \mathcal{K}_\alpha^* > 0$ фазовой диаграммы (H, \mathcal{K}_α^*).

Представляет интерес сопоставление результатов настоящей работы с результатами работы [6]. Нетрудно видеть, что условия обращения в нуль скоростей продольных и изгибных мод (10), (11), (16)–(18) совпадают с условиями положительной определенности квадратичной формы (4). В работе [6] условие положительной определенности $D_y(T, H) \geq 0$ квадратичной формы (4) использовалось для вычисления границ устойчивости симметричной фазы ($\mathbf{m} \parallel \mathbf{z}$, $u_{i,k} = 0$) относительно возникновения поперечных деформаций $u_y(z)$, поляризованных в плоскости пластины бесконечных размеров ($l_{y,z} \rightarrow \infty$). При $D_y(T, H) = 0$ в случае, если H и \mathcal{K}_y^* одновременно не обращаются в нуль, скорость упругих мод в пластине (см. (10–

(15) остается конечной. Это позволило в работе [6] сделать вывод об отсутствии в критической области аномально развитых неоднородных флуктуаций и невозможности разбиения кристалла на домены.

Таким образом, исследованный выше ФП в пластине и стержне принципиально отличается от рассмотренного в [6], поскольку он характеризуется наличием мягкой изгибной моды ¹ и, как следствие, аномально развитыми флуктуациями. Кристалл при этом может разбиваться на домены.

В заключение кратко обсудим влияние неоднородного обмена и дипольных сил на полученные результаты. Учет неоднородного обмена приводит к дисперсии упругих модулей $c_i^{(x)}$ в (4). Поскольку при изгибных колебаниях пластины распределение намагниченности по нормали к поверхности изогнутой пленки можно считать однородным, плотность энергии дипольного взаимодействия в (2) представим в виде $2\pi M^2 \bar{m}_x^2$ [7].



Распределение намагниченности в пластине в несимметричной фазе (схематически).

Поэтому для учета влияния дипольного взаимодействия на спектр изгибных волн в формулах (11)—(13) следует сделать замены: $\mathcal{K}_x \rightarrow \mathcal{K}_x + 4\pi M^2$, $c_i^{(x)}(\mathcal{K}_x) \rightarrow c_i^{(x)}(\mathcal{K}_x + 4\pi M^2)$. При $\mathcal{K}_x^* \gg 4\pi M^2$ и $H < 0$ либо при $\mathcal{K}_x^* + 4\pi M^2 < 0$ и $H \gg 4\pi M$ распределение намагниченности в пластине в несимметричной фазе представлено на рисунке. Направление намагниченности в каждой точке пластины совпадает с направлением внутреннего поля $\mathbf{H}_{in} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_d$, где \mathbf{H}_d — поле размагничивания, параллельное нормали к поверхности пленки. Поскольку значения размагничивающего поля с правой и левой стороны от осевой линии $X-X'$, на которой $\mathbf{H}_d = 0$, $\mathbf{M} \parallel \mathbf{H}$, различны, то пластина в несимметричной фазе представляет собой два домена, отличающихся направлением намагниченности. При $\mathcal{K}_x^* \sim \sim 4\pi M^2$ и $H < 0$ либо при $\mathcal{K}_x^* + 4\pi M^2 < 0$, $H \sim 4\pi M$ дипольное взаимодействие может привести к образованию доменной структуры в несимметричной фазе. Исследование зарождения такой структуры требует специального рассмотрения.

Наконец, отметим еще одну возможность приводящую к образованию системы доменов вблизи ФП. Если вдоль кристаллографической оси z распространяется продольная звуковая волна и \mathcal{K}_x^* близко к нулю, то возникающие сжатия и растяжения ферромагнетика из-за магнитострикции приводят к периодической модуляции \mathcal{K}_x^* . Тогда при $\tau \ll \tilde{T}$ (τ — время релаксации упругой подсистемы, \tilde{T} — период звуковой волны) в тех областях, где $\mathcal{K}_x^* < 0$, пластина будет изгибаться.

Автор выражает признательность Ю. И. Беспятым, В. В. Тарасенко и В. Д. Харитонову за полезные замечания.

Л и т е р а т у р а

- [1] Дикштейн И. Е., Тарасенко В. В., Шавров В. Г. // ЖЭТФ. 1974. Т. 67. № 8. С. 816—823; Дикштейн И. Е., Туров Е. А., Шавров В. Г. // Динамические и кинетические свойства магнетиков. М., 1986. Гл. 3. С. 68—103.
- [2] Герус С. В., Тарасенко В. В. // ФТТ. 1975. Т. 17. № 8. С. 2247—2252.
- [3] Косевич Ю. А., Сыркин Е. С. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 10. С. 2927—2932.
- [4] Гуляев Ю. В., Кузавко Ю. А., Олейник И. Н., Шавров В. Г. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 4. С. 1243—1246.
- [5] Власов К. Б. // ЖЭТФ. 1962. Т. 43. № 5. С. 2128—2135; Власов К. Б., Ишмухаметов Б. Х. // ЖЭТФ. 1964. Т. 46. № 1. С. 201—212; Tiersten H. F. // J. Math. Phys. 1964. V. 5. № 9. P. 1298—1318; Ахпезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелет-

¹ В случае массивного образца при $H=0$ мягкой модой является сдвиговая объемная мода [1].

минский С. В. Спиновые волны. М., 1967. 368 с.; Барьяхтар В. Г., Туров Е. А. // Препринт ИТФ-85-41Р. Киев, 1985. 67 с.; Барьяхтар В. Г., Витебский И. М., Лавриненко Н. М., Соболев В. Л. // ЖЭТФ. 1986. Т. 90. № 3. С. 1111—1117.

- [6] Барьяхтар В. Г., Витебский И. М., Лавриненко Н. М., Соболев В. Л. // Препринт ИТФ-87-71Р. Киев, 1987. 24 с.
- [7] Барьяхтар В. Г., Локтев В. М., Рябченко С. М. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. № 5. С. 1752—1756.
- [8] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М., 1987. 246 с.

Институт радиотехники
и электроники АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
11 апреля 1988 г.
В окончательной редакции
15 сентября 1988 г.