

УДК 535.343.2

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ  
И ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ ПОЛЯРИТОНОВ

В. В. Россин

Численно решено кинетическое уравнение для функции распределения поляритонов, учитывающее пространственную диффузию и энергетическую релаксацию на продольных акустических фононах. Определена зависимость формы функции распределения и таких ее интегральных характеристик, как эффективные температура и диффузионная длина, от значений безызлучательного времени жизни поляритонов и коэффициентов отражения от границ кристалла. По найденной функции распределения рассчитаны спектры поляритонной люминесценции GaAs при различных параметрах полупроводника. Продемонстрировано хорошее согласие между экспериментальными и расчетными спектрами поляритонной люминесценции GaAs.

Низкотемпературные спектры люминесценции кристаллов вблизи экситонного резонанса часто имеют поляритонную природу [1]. Одним из основных факторов, влияющих на форму спектра поляритонной люминесценции (ПЛ), является функция распределения поляритонов [2, 3]. Для нахождения этой функции нужно решить задачу энергетической релаксации и пространственной диффузии поляритонов. В работах [4-7] рассматривалась только энергетическая релаксация поляритонов, а их пространственное распределение предполагалось однородным. В то же время известно [8-10], что пространственное распределение поляритонов существенным образом сказывается на спектре ПЛ. В [10, 11] функция распределения рассматривалась в факторизованном виде, причем ее пространственная часть постулировалась, а энергетическая находилась из аппроксимации эксперимента. Лишь в [12] учитывались одновременно процессы диффузии и энергетической релаксации. Однако не совсем реальные функции возбуждения и граничные условия, а также модельный вид кинетического уравнения делают результаты этой работы малоприменимыми для описания экспериментальных спектров ПЛ.

Проблема теоретического нахождения функции распределения поляритонов особенно существенна для такого материала, как GaAs. Дело в том, что экспериментальное определение функции распределения поляритонов в GaAs крайне затруднено из-за слабого фононного повторения люминесценции и малой величины энергии продольно-поперечного расщепления  $E_{LT} \sim 0.1$  мэВ в отличие, например, от кристаллов CdS, ZnP<sub>2</sub>. Последнее обстоятельство повышает требование к точности определения функции распределения поляритонов. В GaAs реализуется ситуация  $E_{LT} < k_B T$ , где  $T$  — температура фононов, т. е. диаметрально противоположная тому, что наблюдается в CdS и ZnP<sub>2</sub>. В этом случае важен точный вид функции распределения на энергетическом масштабе порядка  $E_{LT}$ . Так, в работе [7] прямо утверждается, что авторам не удалось описать спектр ПЛ GaAs в отличие от кристаллов CdS. В [13] авторы полагают, что в GaAs поляритонный подход вообще неприменим из-за того, что затухание экситонов за счет рассеяния на акустических фононах больше энергии продольно-поперечного расщепления. Однако эти выводы, как и результаты эксперимента [13], применимы лишь для оптически тонкого

GaAs с толщиной  $\sim 0.1$  мкм. В [14] авторам удалось наблюдать интенсивную, ярко выраженную ПЛ в очень чистых кристаллах GaAs и описать ее форму по модели [10]. Тем не менее полученные значения параметров имеют лишь качественный смысл в связи с упрощенностью модели. В настоящей работе предпринята попытка численного решения кинетического уравнения с учетом диффузии поляритонов и их релаксации на акустических фононах с целью количественного описания спектров ПЛ применительно к кристаллам GaAs.

## 1. Теория

Вблизи экситонного резонанса кривые дисперсии экситонов и фотонов преобразуются в нижнюю и верхнюю поляритонные ветви (НПВ и ВПВ) с законом дисперсии [15]

$$k_{1,2}(E) = \frac{E}{\hbar c} \left[ \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 + \frac{E - E_T}{E_M} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left( \epsilon_0 - \frac{E - E_T}{E_M} \right)^2 + \epsilon_0 \frac{E_{LT}}{E_M}} \right],$$

$$E_M = \frac{E_T^2}{2Mc^2}. \quad (1)$$

Здесь  $\epsilon_0$  — фоновая диэлектрическая проницаемость,  $E_T$  — энергия дна зоны механического экситона,  $M$  — масса экситона,  $c$  — скорость света. Индексы «1», «2» относятся к НПВ и ВПВ соответственно.

Кинетическое уравнение для функции распределения поляритонов, вообще говоря, справедливо при выполнении двух условий: полное затухание поляритонов должно быть меньше критического  $\hbar\Gamma_c = 2E_T \sqrt{2\epsilon_0 E_{LT}/M}/c$  [16, 17]; длина волны поляритона должна быть меньше длины свободного пробега. Последнее условие хуже всего выполняется для поляритонов нижней ветви в районе  $E_T$ , где групповая скорость поляритонов минимальна. Для простоты пренебрежем рассеянием поляритонов с верхней ветви на нижнюю по сравнению с внутризонным рассеянием на НПВ из-за значительно меньшей плотности состояний ВПВ. Энергетическую релаксацию поляритонов будем описывать процессами рассеяния на продольных акустических фононах, кроме того, примем во внимание упругое рассеяние по импульсу. Тогда для функции распределения поляритонов нижней ветви с энергией  $E$ , координатой  $x$ , распространяющихся под углом  $\theta$  к оси  $x$  (рассматривается одномерная стационарная задача), можно написать следующее уравнение:

$$\cos \theta V(E) \frac{\partial f(E, x, \theta)}{\partial x} + [\Gamma^{nr} + \Gamma^{el}(E)] f(E, x, \theta) = \frac{\Gamma^{el}(E)}{2} \int_0^\pi f(E, x, \theta') \sin \theta' d\theta' + \hat{Q}f + G(E, x). \quad (2)$$

Здесь  $V(E)$  — скорость поляритонов,  $V = (\hbar (\partial k / \partial E))^{-1}$  (впредь до особого упоминания речь будет идти о поляритонах НПВ, поэтому индекс опущен);  $\Gamma^{nr}$  — вероятность безызлучательной гибели поляритонов, которую будем считать независимой от энергии;  $\Gamma^{el}(E)$  — вероятность упругого рассеяния поляритонов;  $\hat{Q}$  — интегральный оператор, учитывающий приход и уход из данного состояния поляритонов за счет рассеяния на акустических фононах;  $G(E, x)$  — функция возбуждения, пока никак не определена. Для простоты предположим, что  $\Gamma^{el}(E) \sim \rho(E)$ , где  $\rho(E)$  — плотность состояний НПВ, и выберем коэффициент пропорциональности в виде [10]

$$\Gamma^{el}(E) = b\Gamma^{LA}(E_L) \rho(E) / \rho(E_L), \quad \rho(E) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{k^2(E)}{\hbar V(E)}, \quad (3)$$

где  $\Gamma^{LA}$  — вероятность рассеяния поляритонов на акустических фононах;  $b$  — эффективность упругого рассеяния, равная соотношению вероятностей упругого рассеяния и рассеяния поляритонов на акустических фоно-

нах на энергии продольного экситона  $E_L = E_T + E_{LT}$ . Граничные условия к уравнению (2) выглядят следующим образом:

$$f(E, 0, \theta) = R_1(E, \theta) f(E, 0, \pi - \theta), \quad f(E, l, \pi - \theta) = R_2(E, \theta) f(E, l, \theta),$$

$$0 \leq \theta \leq \pi/2, \quad (4)$$

где  $l$  — толщина кристалла;  $R_1, R_2$  — коэффициенты отражения поляритонов от границ. Рассмотрим теперь интеграл столкновений [4, 18]

$$\hat{Q}f = \frac{\pi(D_c - D_v)^2}{\rho_d u} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k' q \sin^2(\mathbf{k}', \epsilon) \{ \delta(E' - E - \hbar u q) [f(E', x, \theta') (1 + n_q) - f(E, x, \theta) n_q] - \delta(E - E' - \hbar u q) [f(E, x, \theta) (1 + n_q) - f(E', x, \theta') n_q] \}. \quad (5)$$

Здесь  $D_c, D_v$  — потенциалы деформации зоны проводимости и валентной зоны;  $\rho_d$  — плотность кристалла;  $u$  — скорость звука;  $q$  — волновой вектор фонона;  $n_q$  — функция распределения фононов

$$n_q = [\exp(\hbar u q / k_B T) - 1]^{-1}. \quad (6)$$

Множитель  $\sin^2(\mathbf{k}', \epsilon)$ , где  $\epsilon$  — вектор поляризации поляритона с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , исключает долю продольных экситонов, которые могут образовываться в результате рассеяния, но не взаимодействуют с фотонами. Обратное рассеяние из зоны продольных экситонов не учитывается. При написании (5) предполагается, что доля экситонной волновой функции в полной волновой функции поляритона в интересующем нас спектральном диапазоне равна 1 [4].

Дальнейшая процедура упрощения задачи, как правило, сводится к использованию приближения слабой угловой зависимости функции распределения. Для изотропной части функции распределения  $F_0(E, x)$  можно получить уравнение:

$$\frac{V^2(E)}{3\Gamma'(E)} \frac{\partial^2 F_0(E, x)}{\partial x^2} - \Gamma^{nr} F_0(E, x) + \hat{Q}F_0(E, x) + G(E, x) = 0$$

$$\frac{\partial F_0}{\partial x}(E, 0) - 2 \frac{1 - R_1}{1 + R_1} \frac{\Gamma'(E)}{V(E)} F_0(E, 0) = 0,$$

$$\frac{\partial F_0}{\partial x}(E, l) + 2 \frac{1 - R_2}{1 + R_2} \frac{\Gamma'(E)}{V(E)} F_0(E, l) = 0. \quad (7)$$

Здесь  $\Gamma'(E) = \Gamma^{nr} + \Gamma^{el}(E) + \Gamma^{LA}(E)$  (последняя величина в сумме слегка отличается от вероятности упругого рассеяния). Коэффициенты отражения  $R_1$  и  $R_2$ , входящие в граничные условия (7), также усреднены. При этом их значения могут учитывать и поверхностную рекомбинацию (за счет захвата на поверхностные состояния или развала в приповерхностном электрическом поле [19]).

От интегрального оператора  $\hat{Q}$  (5) можно перейти к дифференциальному, разлагая функцию  $F_0(E', x)$  в ряд по энергии и ограничиваясь первыми тремя членами. Однако из-за того что в области малых энергий функция быстро спадает, прежде чем разложить ее в ряд, надо выделить резкую часть. Это обстоятельство ранее не учитывалось [6, 12]. Используем, что в области малых энергий из-за большой величины  $V(E)$  можно считать, что функция распределения не зависит от координаты. Поэтому можно выделить координатно-независимую резкую часть  $F_0(E, x) = g(E) F(E, x)$ , где  $g(E)$  есть решение интегрального уравнения

$$\hat{Q}g(E) = \Gamma^{nr} g(E). \quad (8)$$

В области малых энергий функция  $g(E)$  имеет вид

$$g(E) \sim \exp\left\{ \frac{E}{2\hbar u/k} A \right\}, \quad (9)$$

где величина  $A$  зависит от энергии логарифмически. Выделив резкую часть, получим дифференциальное уравнение, описывающее пространственно энергетическую релаксацию поляритонов

$$\frac{V^2(E)}{3\Gamma'(E)} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + a_2(E) \frac{\partial^2 F}{\partial E^2} + a_1(E) \frac{\partial F}{\partial E} + (a_0(E) - \Gamma^{nr} - \Gamma^{LA}(E)) F = 0. \quad (10)$$

Выражения для коэффициентов  $a_i(E)$  ввиду громоздкости не приводим. Функция возбуждения в уравнении (10) отсутствует, так как мы ее вынесем в граничное условие по энергии. Положим, что на верхней границе  $E_2$  имеется диффузионное распределение с длиной диффузии  $L$  и функцией возбуждения  $G_0 \exp(-\alpha_0 x)$

$$g(E_2) F(x, E_2) = G_0 \frac{\alpha_0}{\alpha_0^2 L^2 - 1} \left\{ \frac{\operatorname{sh} \frac{l-x}{L} + \exp(-\alpha_0 x) \operatorname{sh} \frac{x}{L}}{\operatorname{sh}(l/L)} - \exp(-\alpha_0 x) \right\}. \quad (11)$$

Величина  $L \simeq 0$  в случае, если в области  $E > E_2$  происходит быстрая энергетическая релаксация. В другом предельном случае, когда осуществляется максимальное диффузионное размытие,

$$L = \lim_{E \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{V^2(E)}{3\Gamma'(E) \Gamma^{nr}}} = \sqrt{\frac{105\pi}{172} \frac{\rho_d u}{(D_c - D_v)^2} \frac{\hbar^4}{M^3 \Gamma^{nr}}}. \quad (12)$$

Наконец,  $L$  может означать амбиполярную диффузионную длину носителей заряда в случае рождения экситонов из электронов и дырок [20]. На нижней границе  $E_1$  можно считать, что функция  $F_0(E, x)$  асимптотически стремится к  $g(E)$ , т. е.

$$\partial F(E, x) / \partial E |_{E_1} = 1. \quad (13)$$

Спектр ПЛ связан с функциями распределения поляритонов НПВ и ВПВ выражением [10]

$$I(E) = \sum_{i=1}^2 I_i = \sum_{i=1}^2 T_i(E) f_i(E, 0, \pi), \quad (14)$$

где  $T_i(E)$  — коэффициенты пропускания, описывающие превращение поляритонов во внешние фотоны на границе кристалла. Будем рассчитывать их в приближении модели «мертвого» слоя и ДГУ Пекара по формулам работы [21]. Функцию  $f_1(E, 0, \pi)$  найдем из исходного уравнения (2) по методу последовательных приближений, подставив в приходную часть интеграла столкновений найденную изотропную функцию  $F_0(E, x)$ . Аналогичное уравнение получится и для  $f_2(E, x, \pi)$ , так как заселенность ВПВ создается за счет рассеяния из состояний НПВ, а внутризонным рассеянием на ВПВ можно пренебречь. Не учитывая отражения от задней границы (это оправдано для нормального падения и тем более при наличии толстой подложки), получим

$$f_i(E, 0, \pi) = \frac{1}{V_i} \int_0^l (\Gamma^{el} + \Gamma_i^{LA} + \hat{Q}_i) F_0(E, x) \exp(-\alpha_i x) dx, \\ \alpha_i = (\Gamma^{nr} + \Gamma^{el} + \Gamma_i^{LA}) / V_i(E), \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

По сути дела для спектра ПЛ мы получили выражения, идентичные [10], заменив постулированную функцию распределения на расчетную. При этом найденная изотропная функция распределения формально представляет собой функцию источников излучения, распределенных по кристаллу, и для нахождения спектра ПЛ необходимо учесть поглощение излучения на пути от источника до поверхности.

## 2. Результаты расчета и обсуждение

Разностная задача, соответствующая уравнению (10) и граничным условиям (7), (11), (13), ставилась на сетке  $\{(E_m, x_n), m=1 \div 100, n=1 \div 50\}$ . Вычислительная процедура проводилась по модифицированному попеременно-треугольному методу [22] с оптимизацией шага. Для расчета были выбраны следующие параметры кристалла GaAs (см. [23] и ссылки в ней):  $\epsilon_0=12.56$ ,  $D_c-D_v=9.8$  эВ,  $\rho_L=5.32$  г/см<sup>3</sup>,  $u=5.0 \cdot 10^5$  см/с,  $\alpha_0=2.5 \cdot 10^4$  см<sup>-1</sup>,  $E_L=1.5151$  эВ,  $E_{LT}=0.13$  эВ. При вычислениях функции распределения использовалась усредненная масса экситона  $M=1.2 m_0$ , где  $m_0$  — масса свободного электрона, тогда как для расчета спектра ПЛ, а именно значений  $V_i$ , мы брали массу для направления вывода излучения (1, 0, 0) —  $M_v=0.6 m_0$ . Наконец, коэффициенты пропускания рассчитывались ис-

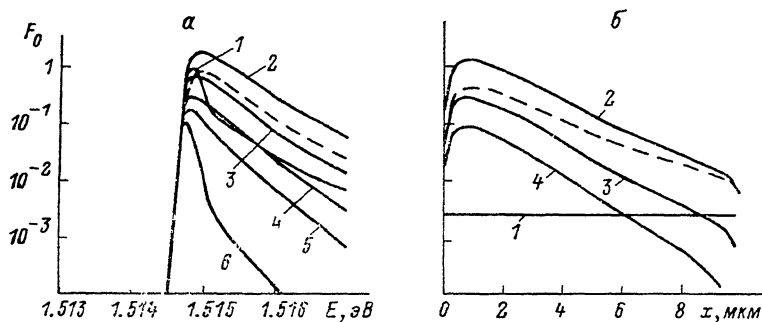


Рис. 1. Функция распределения поляритонов по энергии (а) и координате (б).

$\Gamma^{nr}=1.05 \cdot 10^3$  с<sup>-1</sup>,  $T=4.2$  К,  $b=10$ ,  $R_1=0.1$ ,  $R_2=0$ . а: 1 —  $x=0$ , 2 — 2, 3 — 4, 4 — 6, 5 — 8, 6 — 10 мкм; б: 1 —  $E=1.5146$ , 2 — 1.5154, 3 — 1.5162, 4 — 1.5170 эВ.

ходя из массы  $M_v=0.298 m_0$  и толщины «мертвого» слоя  $l_v=288$  Å в соответствии с [24]. Границы области были взяты:  $E_1=1.513$  эВ,  $E_2=1.517$  эВ, толщина кристалла  $l=10$  мкм. Величина  $L$  определялась по формуле (12). Остальные параметры:  $T$ ,  $\Gamma^{nr}$ ,  $b$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  варьировались.

На рис. 1 показаны различные координатные и спектральные сечения изотропной функции распределения поляритонов  $F_0(E, x)$  для одного набора параметров. Видно, что в области достаточно малых энергий функция распределения становится однородной по координате, экспоненциально спадающей с уменьшением энергии в соответствии с асимптотикой (9). На границах кристалла функция распределения по энергии несколько отличается от точек внутри кристалла вследствие спектрально зависимых граничных условий. Впрочем, зависимости для различных энергетических и координатных сечений тоже не подобны, т. е. функция распределения, вообще говоря, не факторизуется. На рис. 1 штрихом также показаны усредненные функции распределения по энергии и координате

$$F_{0E}(E) = \frac{1}{l} \int_0^l F_0(E, x) dx, \quad F_{0x}(x) = \frac{1}{E_2 - E_1} \int_{E_1}^{E_2} F_0(E, x) dE. \quad (16), (17)$$

С целью выяснения влияния различных факторов на вид функции распределения последнюю удобно характеризовать с помощью трех интегральных параметров: эффективной температуры  $T^*$ , соответствующей экспоненциальному коротковолновому спаду  $F_{0E}(E)$ ; эффективной диффузионной длины  $L^*$ , определяющей экспоненциальный участок зависимости  $F_{0x}(x)$ ; величины  $E_m$ , отвечающей максимуму функции  $F_{0E}(E)$ . На рис. 2 представлены зависимости этих трех величин от вероятности безызлучательной гибели поляритонов. С уменьшением  $\Gamma^{nr}$  величина  $E_m$  уменьшается, так как поляритоны успевают за время жизни релаксировать в область меньших энергий. При отличных от 1 коэффициентах от-

ражения от границ  $E_m$  в области малых  $\Gamma^{nr}$  практически не меняется вследствие того, что процессы релаксации ограничиваются конечной вероятностью ухода поляритонов из кристалла. Эффективная диффузионная длина возрастает с уменьшением  $\Gamma^{nr}$ , причем быстрее, чем  $(\Gamma^{nr})^{-1/2}$ , из-за увеличения доли поляритонов с меньшей энергией и большей скоростью. Обращает на себя внимание и резкое возрастание  $T^*$  с ростом  $\Gamma^{nr}$  из-за более неравновесного распределения поляритонов. При достаточно малых  $\Gamma^{nr}$  поляритоны успевают прийти в равновесие с фононами и величина  $T^*$  стремится к температуре фононов  $T$ .

Обсудим теперь, как сказываются изменения в функции распределения поляритонов на спектрах ПЛ. На рис. 3 показано, как зависит спектр ПЛ от параметра  $\Gamma^{nr}$ . С ростом  $\Gamma^{nr}$  увеличивается вклад излучения ВПВ, так как возрастает доля поляритонов с большей энергией в функции распределения. Одновременно становится более резким провал между линиями дублета из-за увеличения коэффициента поглощения поляритонов. Подобные изменения уже отмечались в [10] из качественных соображений. Интерес представляет зависимость формы спектра ПЛ от коэффициентов отражения от границ кристалла (рис. 4). Видно, что уменьшение коэффициентов отражения (в основном от передней поверхности)

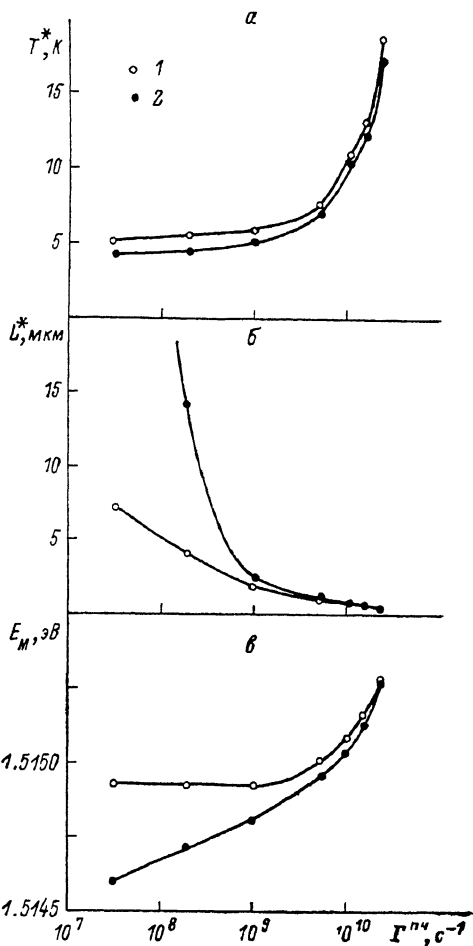


Рис. 2. Зависимости эффективной температуры (а), эффективной диффузионной длины (б) и максимума функции распределения поляритонов по энергии (в) от вероятности безызлучательной гибели поляритонов.

1 —  $R_1=0.1$ ,  $R_2=0$ ; 2 —  $R_1=1$ ,  $R_2=1$ .

приводит к увеличению провала между линиями дублета и смещению линии ВПВ в область больших энергий. Это связано с тем, что с уменьшением коэффициентов отражения изотропная функция распределения смещается от границы в глубь кристалла и происходит более эффективное пленение поляритонов вблизи экситонного резонанса. Указанный факт проясняет результаты эксперимента в [19], где наблюдается переход от дублетной формы спектра ПЛ к синглетной при выращивании широкозонного слоя GaAlAs на исследуемом слое GaAs. Следует ожидать существенно меньшую скорость поверхностной рекомбинации на гетерогранице, чем на свободной поверхности GaAs, что эквивалентно в нашем рассмотрении возрастанию коэффициента отражения.

На рис. 5 расчетный спектр ПЛ сравнивается с экспериментальным, взятым из работы [14]. Как видно из рис. 5, при определенном наборе параметров имеется хорошее согласие расчета с экспериментом. Следует отметить достаточно большой коэффициент отражения от поверхности GaAs (т. е. малую скорость поверхностной рекомбинации) в этом образце. Необходимость такого коэффициента отражения вызвана отсутствием провала между линиями НПВ и ВПВ. Отметим также, что полное затуха-

ние поляритонов на энергии  $E_L$  в данном случае составляет  $\hbar\Gamma(E_L) = 0.067$  мэВ  $< \hbar\Gamma_c = 0.31$  мэВ, что позволяет применять поляритонное представление.

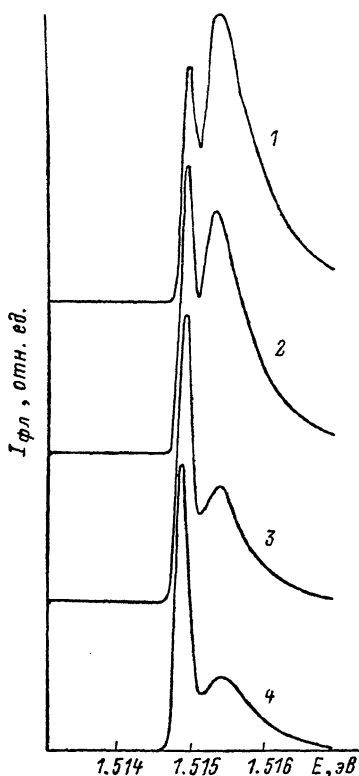


Рис. 3. Расчетные спектры ПЛ GaAs в зависимости от вероятности безызлучательной гибели поляритонов.

$T=4.2$  К,  $b=10$ ,  $R_1=0.1$ ,  $R_2=0$ .  $\Gamma^{nr}$ ,  $10^9$  с $^{-1}$ :  
 $I_1=22.2$ ,  $2=10.9$ ,  $3=1.05$ ,  $4=3.1 \cdot 10^{-2}$ .

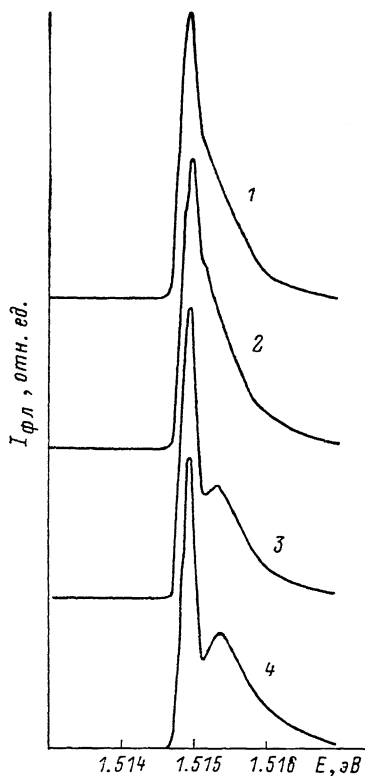


Рис. 4. Расчетные спектры ПЛ GaAs в зависимости от коэффициентов отражения поляритонов от границ кристалла.

$\Gamma^{nr}=1.05 \cdot 10^9$  с $^{-1}$ ,  $T=4.2$  К,  $b=10$ .;  $1 - R_1=1$ ,  $R_2=1$ ;  $2 - R_1=0.98$ ,  $R_2=0$ ;  $3 - R_1=$   
 $=R_2=0.5$   $4 - R_1=0.1$ ,  $R_2=0$ .

Проведенные расчеты позволили численно определить пространственно-энергетическую функцию распределения поляритонов и связанный с ней спектр ПЛ. Важное влияние на формирование спектра ПЛ оказывают безызлучательное время жизни поляритонов, вероятность их упругого рассеяния и скорость поверхностной рекомбинации, что позволяет использовать анализ формы этих спектров для количественного определения этих параметров. Полученные результаты справедливы не только для кри-

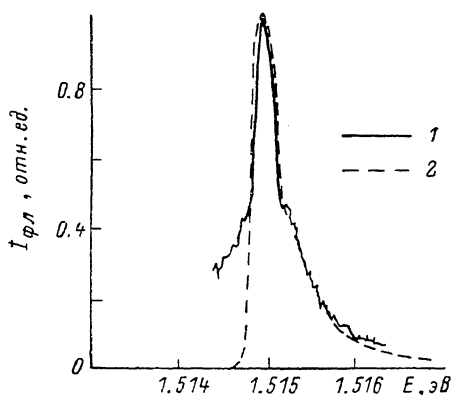


Рис. 5. Экспериментальный (1) и расчетный (2) спектры ПЛ GaAs.

Параметры расчета:  $E_L=1.51519$  эВ,  $\Gamma^{nr}=$   
 $=3 \cdot 10^9$  с $^{-1}$ ,  $b=50$ ,  $T=1.7$  К,  $R_1=0.8$ ,  $R_2=0$ .

сталлов GaAs, но и для всех прямозонных материалов с большой вероятностью экситон-фотонного взаимодействия.

Расчетные спектры ПЛ при определенном наборе параметров хорошо совпали с наблюдаемыми экспериментальными спектрами ПЛ сверхчистых слоев GaAs. Тем не менее ни при каком наборе параметров не удалось

получить спектр ПЛ с максимумом излучения НПВ, сильно смещенным в область меньших энергий по сравнению с дном зоны механического экситона, хотя во многих кристаллах GaAs наблюдается дублетная структура с длинноволновым максимумом, смещенным на 0.3—0.5 мэВ ниже  $E_g$ . По-видимому, для адекватного описания этих спектров нужно учитывать дополнительный механизм рассеяния поляритонов по энергии, кроме релаксации на акустических фононах, осуществляющий эффективный перебор вниз.

Автор благодарит А. В. Селькина и В. В. Травникова за плодотворные дискуссии, способствовавшие выполнению этой работы.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] Агранович В. М., Галанин М. Д. Перенос энергии электронного возбуждения в конденсированных средах. М., 1978. 383 с.
- [2] Bonnot A., Benoit a la Guillaume C. // Proc. of 1st Taormina Res. Conf. on the Structure of Matter. N. Y., 1974. P. 197—201.
- [3] Агранович В. М., Дармания С. А., Рупасов В. И. // ЖЭТФ. 1980. Т. 76. № 3. С. 656—671.
- [4] Sumi H. // J. Phys. Soc. Jap. 1976. V. 47. N 2. P. 526—535.
- [5] Бисги В. Е. // Кр. сообщ. по физике. 1977. № 1. С. 34—39.
- [6] Kink R., Selg M. // Phys. St. Sol. (b). 1979. V. 96. N 1. P. 101—109.
- [7] Askary F., Yu P. Y. // Sol. St. Commun. 1983. V. 47. P. 241—246.
- [8] Weisbuch C., Ulbrich R. G. // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 39. P. 654—656.
- [9] Weisbuch C., Ulbrich R. G. // J. Lumin. 1979. V. 18/19. N 1. P. 27—31.
- [10] Травников В. В., Криволапчук В. В. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. № 6. С. 2087—2106.
- [11] Певцов А. Б., Селькин А. В., Сырбу Н. Н., Уманец А. Г. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 4. С. 1155—1167.
- [12] Катальников В. В., Толпыго К. Б. // ФТТ. 1980. Т. 22. № 10. С. 2928—2933.
- [13] Shultheis L., Kuhl J., Honold A., Tu C. W. // Phys. Rev. Lett. 1986. V 57. N 14. P. 1797—1800.
- [14] Жилиев Ю. В., Маркарян Г. Р., Россин В. В. и др. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 9. С. 2688—2695.
- [15] Hopfield J. J., Thomas D. G. // Phys. Rev. 1963. V. 132. N 2. P. 563—572.
- [16] Tait W. C. // Phys. Rev. B. 1972. V. 5. N 2. P. 648—661.
- [17] Matsushita M., Wicksted J., Cummins H. Z. // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. N 6. P. 3362—3381.
- [18] Tait W. C., Weiher R. L. // Phys. Rev. 1969. V. 178. N 3. P. 1404—1410.
- [19] Shultheis L., Tu C. W. // Phys. Rev. B. 1985. V. 32. N 10. P. 6978—6981.
- [20] Weisbuch C. // Sol. St. Electr. 1978. V. 21. N 1. P. 179—183.
- [21] Селькин А. В. // ФТТ. 1977. Т. 19. № 8. С. 1433—1438.
- [22] Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М., 1978. 591 с.
- [23] Ботнарюк В. М., Жилиев Ю. В., Россин В. В. и др. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 1. С. 201—207.
- [24] Sell D. D., Stokowski S. E., Dingle R., DiLorenzo I. V. // Phys. Rev. B. 1973. V. 7. N 10. P. 4568—4586.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
24 июня 1988 г.  
В окончательной редакции  
18 октября 1988 г.