

## ЗНАКОВЫЙ «ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД» В НЕУПОРЯДОЧЕННОЙ МОДЕЛИ ИЗИНГА

Б. В. Казан, Б. З. Спивак

Известно (см., например, [1, 2]), что система спинов, описывающихся моделью Изинга со случайными знаками обменных энергий, может при низких температурах переходить в фазу спинового стекла.

Принято, однако, думать, что при высоких температурах, когда справедливо высокотемпературное разложение, термодинамические характеристики такой спиновой системы не имеют никаких интересных особенностей. Цель данной работы — показать, что даже при высоких температурах при изменении концентрации  $x$  антиферромагнитных связей в спиновой корреляционной функции возникают своеобразные особенности, напоминающие фазовые переходы.

Рассмотрим модель Изинга с гамильтонианом на решетке, узлы которой нумируются индексами « $i$ », « $j$ »

$$H = \sum_{i; j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j, \quad (1)$$

и будем считать, что обменная энергия есть случайная величина, отличная от нуля, только если узлы  $i$  и  $j$  — ближайшие соседи. Величина  $J_{ij} = -J < 0$  имеет ферромагнитный знак с вероятностью  $1-x$ , а  $J_{ij} = J_1 > 0$  имеет антиферромагнитный знак с вероятностью  $x$ . Здесь  $\sigma_i$  принимает два значения  $\pm 1$ .

Будем изучать спиновую корреляционную функцию

$$\chi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \frac{\sum_{\{\sigma_i\}} \sigma_i \sigma_j \exp\{-H/T\}}{\sum_{\{\sigma_i\}} \exp\{-iH/T\}}. \quad (2)$$

Здесь суммирование ведется по спиновым конфигурациям  $\{\sigma_i\}$ ;  $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j$  — координаты узлов  $i, j$ ;  $T$  — температура.

Если  $x=0$  и  $J_{ij}=-J > 0$  (ферромагнитное взаимодействие), то при  $t \gg J$  величина  $\chi(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)$  экспоненциально затухает при увеличении  $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ , оставаясь положительной. Если  $x=1$  и  $J_{ij}=J_1 > 0$  (антиферромагнитное взаимодействие), то  $\chi(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)$  также экспоненциально затухает и, кроме того, меняет свой знак при изменении  $\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$  на постоянную решетки. Это есть отражение антиферромагнитного состояния системы при  $T < J$ . В случае  $0 < x < 1$  величины  $J_{ij}$  являются случайными, а следовательно, случайной оказывается и величина  $\chi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$ . Разлагая экспоненту в (2) в ряд при  $J, J_1 \ll T$ , получаем

$$\chi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \sum_{\{r\}} \prod_{\langle kl \rangle_r} \frac{J_{kl}}{T} = \left(\frac{J}{T}\right)^n K(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j), \quad (3)$$

$$K(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \sum_{\{r\}} \prod_{\langle kl \rangle_r} a_{kl}. \quad (4)$$

Здесь  $n$  — минимальное число шагов на решетке из узла  $i$  в узел  $j$ ;  $r$  — множество ориентированных путей на решетке из узла  $i$  в узел  $j$ ;  $\langle k, l \rangle_r$  — связи между узлами  $k$  и  $l$  на таком пути. Один из таких путей изображен на рис. 1

$$a_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{если } J_{kl} > 0, \\ A, & \text{если } J_{kl} < 0, \quad A = J_1/J. \end{cases} \quad (5)$$

При выводе (3) мы отбросили по параметру  $J/T$  пути, содержащие возвраты.

Таким образом, задача об исследовании статистических свойств величины  $\chi(r_i, r_j)$  свелась к изучению величины  $K$ . Очень похожее на (4) выражение рассматривалось в работе [3] в связи с задачей о туннелировании электрона в случайной среде. С математической точки зрения рассмотренная в [3] задача отличается от (4), так же как задача узлов в теории протекания отличается от задачи связей [4].

Аналогично [3] рассмотрим вопрос: с какой вероятностью можно предсказать знак величины  $K(r_i, r_j)$  при заданном  $0 < x < 1$  и  $|r_i - r_j| \rightarrow \infty$ . Будем для этого изучать величину  $\Delta p = p_+ - p_-$ , где  $p_+, p_-$  — вероятности величине  $K(r_i, r_j)$  быть положительной и отрицательной соответственно. При  $|r_i - r_j| \rightarrow \infty$  зависимость  $\Delta p$  вычислялась нами на ЭВМ аналогично [3]. Результаты для двумерной квадратной решетки с длиной стороны квадрата  $l = n/\sqrt{2} = 100$  при  $A = 1$  представлены на рис. 2. Число ре-

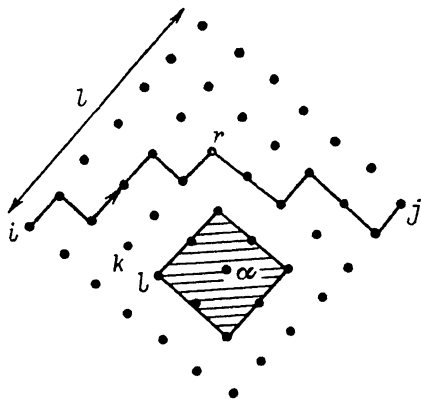


Рис. 1.

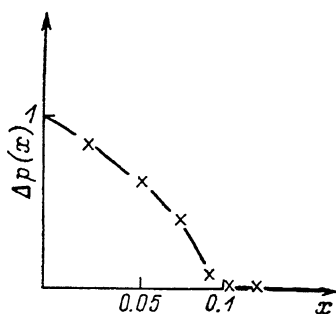


Рис. 2.

лизаций  $\{\alpha_{kl}\}$ , использованное нами для вычисления величины  $\Delta p$ , было равно  $10^4$ . Результаты для  $\Delta p$  (рис. 2) не зависят от  $l$  при  $l > 20$  и, таким образом, соответствуют пределу  $|r_i - r_j| \sim \sqrt{2}l \rightarrow \infty$ . Из рис. 2 видно, что зависимость  $\Delta p$  напоминает зависимость параметра порядка от температуры при фазовом переходе 2-го рода, а именно при  $x < x_c = 0.1$   $\Delta p > 0$ , при  $x > x_c$   $\Delta p = 0$ . Мы будем называть такое поведение знаковым «фазовым переходом».

Нами изучался также случай  $A = 3$ . При этом было получено  $x_c = 0.025$ . В случае трехмерной решетки при  $A = 1$  мы получили зависимость  $\Delta p(x)$ , аналогичную рис. 2 с  $x_c = 0.2$ . В силу указанной выше аналогии с теорией протекания неудивительно, что зависимость  $\Delta p(x)$  (рис. 2) качественно совпадает с полученной в [3] и отличается от нее только величиной  $x_c$ . Качественная причина возникновения обсуждавшегося выше перехода была дана в [3]. За каждой антиферромагнитной связью с  $\alpha_{kl} < 0$  возникает область  $\{r_\alpha\}$ , схематически заштрихованная на рис. 1, где  $K(r_i, r_j) < 0$ . Площадь такой области в двумерном случае порядка  $A^{3/2}$ . При малых  $x$  эти области не перекрываются и занимают часть объема порядка  $x A^{3/2} \ll 1$ , т. е.  $\Delta p > 0$ . При больших  $x$  возникает случайное перекрытие этих областей и  $\Delta p \equiv 0$ . При понижении температуры в (4) необходимо учитывать траектории из точки  $i$  в точку  $j$ , содержащие возвраты, что приводит к зависимости  $x_c(T)$ .

Однако, как всякая линия на фазовой диаграмме  $T, x$ , разделяющая фазы различной симметрии, линия  $x_c(T)$  может окончиться либо на пересечении с осью координат, либо на пересечении с линией другого фазового перехода.

Принято считать [2], что при низких температурах имеет место система фазовых переходов ферромагнетик—парамагнетик—спиновое стекло. Для

двумерной и трехмерной решеток фазовые диаграммы схематически изображены на рис. 3, а, б. В ферромагнетике знак спиновой корреляционной функции определен, а в фазе спинового стекла случаен. Поэтому естественно предположить, что изученная выше линия  $x_c(T)$ , разделяющая при  $T \gg J, J_1$  знакоопределенную и знаконеопределенную фазы, переходит, как это показано пунктиром, в линию, разделяющую ферромагнетик и спиновое стекло. Ясно, что при  $t \gg J, J_1$  существует симметричная относительно  $x=1/2$  линия  $x=1-x_c$ , смысл которой состоит в следующем. При  $1-x_c < x < 1$   $\Delta p^{(1)}(x) > 0$ , а при  $x_c < x < 1-x_c$   $\Delta p^{(1)} \equiv 0$ . Здесь  $\Delta p^{(1)} \equiv p_+^{(1)} - p_-^{(1)}$ ,  $p_+^{(1)}, p_-^{(1)}$  — вероятности величине  $(-1)^n K(r_i, r_j)$  при  $|r_i -$

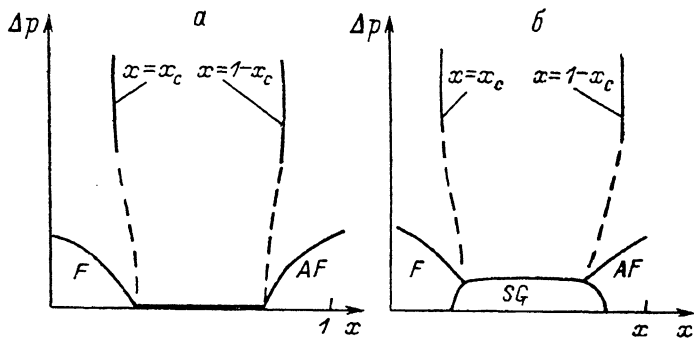


Рис. 3.

$-r_j | \rightarrow \infty$  быть положительной и отрицательной соответственно. Множитель  $(-1)^n$  отражает антиферромагнитный характер корреляций вблизи точки  $x=1$ . Естественно предположить, что линия  $x=1-x_c$  переходит при понижении температуры в линию фазового перехода, разделяющего фазы спинового стекла и антиферромагнетика. Знаковый переход, аналогичный рассмотренному выше, существует также в модели Гейзенберга. Подчеркнем, что при  $T \gg J$  никакие термодинамические величины не имеют особенностей на указанных выше линиях. Возможно, что на этих линиях имеют особенности кинетические величины (например, коэффициент спиновой диффузии).

Мы благодарны Б. И. Шкловскому за внимание и помощь в работе, С. П. Обухову, Л. Б. Иоффе, М. Я. Фейгельману, Е. Ф. Шендеру — за полезные обсуждения.

#### Л и т е р а т у р а

- [1] Edwards S. F., Anderson P. W. // J. Phys. F. 1975. V. 5. P. 965—974.
- [2] Binder K., Young R. P. // Rev. Mod. Phys. 1986. V. 58. N 4. P. 801—976.
- [3] Нгуен В. Л., Спивак В. З., Шкловский Б. И. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 5 (11). С. 1770—1784.
- [4] Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М., 1979. 416 с.

Институт аналитического приборостроения АН СССР  
НТО  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
12 октября 1988 г.