

УДК 537.874.4 : 548.531

ОБРАЩАЕМОЕ РАССЕЯНИЕ ПРОДОЛЬНОГО ГИПЕРЗВУКА В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Е. М. Ганапольский, А. П. Королюк, С. В. Рудницкий

Методом математического моделирования изучено когерентное рассеяние продольной гиперзвуковой волны на упругих неоднородностях (двойниковых прослойках) при распространении ее в кристалле сапфира между отражающими поверхностями. Установлено, что при плоскосферической геометрии отражающих поверхностей, удовлетворяющих определенным условиям, рассеяние обращается. Сравнение с полученными ранее экспериментальными результатами по измерению затухания гиперзвука в диэлектрических кристаллах при низких температурах показывает, что обращаемое когерентное рассеяние вносит основной вклад в остаточное затухание гиперзвука.

Решеточное затухание гиперзвука в твердом теле при относительно высоких температурах (порядка температуры Дебая Θ) возрастает пропорционально квадрату частоты ω и во многих диэлектрических кристаллах достигает большой величины даже на умеренных частотах гиперзвукового диапазона. Например, в кристалле кварца на частоте 10 ГГц оно составляет около 50 см^{-1} [1]. Это обстоятельство создает значительные трудности при использовании высокочастотного гиперзвука в качестве эффективного инструмента изучения различных физических явлений в твердом теле, происходящих с участием длинноволновых акустических фононов. Вопрос о затухании гиперзвука является важным и в прикладном отношении, поскольку именно затухание ограничивает длительность запоминания СВЧ сигнала в гиперзвуковых линиях задержки, используемых в радиотехнических системах.

Поэтому проблеме затухания гиперзвуковых волн, установлению механизма гиперзвуковых потерь в диэлектрических кристаллах в различных диапазонах частот и температур уже длительное время уделяется большое внимание и ей посвящены многочисленные экспериментальные и теоретические исследования, начиная с известной работы Ландау и Румера [2]. В основе представления о механизме затухания, которое сформировалось к настоящему времени, лежит необратимое рассеяние гиперзвука на тепловых фононах, обусловленное ангармонизмом кристаллической решетки. При этом характер рассеяния существенно зависит от величины произведения $\omega\tau$, где τ — время жизни теплового фонона, доминирующего при данной температуре T . Когда $\omega\tau \ll 1$, затухание связано с тем, что деформация кристаллической решетки под действием гиперзвуковой волны вызывает изменение равновесного распределения фононного газа, и вследствие этого происходит необратимый процесс переноса энергии от гиперзвуковой волны к тепловым фононам [3]. Иной характер имеет затухание гиперзвука при низких температурах в условиях $\omega\tau > 1$. Здесь проявляются индивидуальные свойства квантов упругих колебаний в гиперзвуковой волне — гиперзвуковых фононов, и затухание связано с неупругим (некогерентным) рассеянием на долгоживущих тепловых фононах. Убытие затухания гиперзвука с понижением T , которое наблюдается

в этих условиях, непосредственно связано с уменьшением числа рассеивающих тепловых фононов. На этой основе удается по крайней мере качественно согласовать экспериментальные и теоретические результаты по частотно-температурной зависимости коэффициента затухания α , описываемой законом $\alpha \sim \omega T^\lambda$ ($\lambda = 4 \div 9$) [4, 5].

Однако различные виды некогерентного рассеяния на тепловых фононах не исчерпывают всех возможных процессов, определяющих затухание гиперзвука при низких температурах. Как показали экспериментальные исследования затухания во многих диэлектрических кристаллах [6, 7], некогерентные процессы рассеяния гиперзвука на тепловых фононах доминируют лишь в интервале температур $10^{-2} \Theta < T < 10^{-1} \Theta$. При более низких температурах $T < 10^{-2} \Theta$, которые обычно лежат в области температур жидкого гелия, вклад процессов рассеяния на тепловых фононах в затухание гиперзвука становится незначительным. Об этом свидетельствует независимость затухания гиперзвука, как продольного, так и поперечного, от температуры. Природу температурно-независимого затухания гиперзвука в диэлектрических кристаллах при температуре жидкого гелия, которое получило название остаточного, до последнего времени не удавалось надежно установить, несмотря на многочисленные исследования этого явления, проведенные на большой группе кристаллов в различных участках гиперзвукового диапазона.

Каков характер рассеяния, с которым связано остаточное затухание, является оно упругим (когерентным) или же некогерентным рассеянием, подобно рассеянию на тепловых фононах, вызывающим необратимый поток энергии от гиперзвуковой волны к кристаллической решетке? Выяснение этого принципиального вопроса важно с общефизической точки зрения, поскольку с рассеянием волн и, в частности, с затуханием гиперзвука в твердом теле при низких температурах приходится сталкиваться при изучении ряда интересных явлений, обусловленных электрон-фононным взаимодействием [8]. Ранее авторами [9] был впервые предложен конструктивный подход к решению проблемы остаточного затухания гиперзвука в диэлектрических кристаллах, основанный на следующем. Распространение гиперзвуковой волны в твердом теле, длина которой порядка или меньше длины волны видимого света, с достаточно хорошим приближением можно описать в рамках геометрической акустики на основе уравнений Гамильтона—Якоби, инвариантных относительно операции обращения времени. Отсюда следует, что если процесс рассеяния является когерентным и удовлетворяет условиям геометрической акустики, то можно сделать его обратимым, т. е. возратить рассеянную гиперзвуковую волну в состояние, которое она имела до рассеяния. Таким образом, если реализовать обратимое рассеяние гиперзвуковой волны в диэлектрическом кристалле при низких температурах в условиях, когда вклад некогерентных процессов рассеяния на тепловых фононах заведомо исключается, то можно определить характер когерентного процесса рассеяния и связанного с ним остаточного затухания гиперзвука в кристаллах при низких температурах.

В работе [9] было экспериментально установлено, что продольная гиперзвуковая волна, распространяясь в кристалле вдоль оси симметрии второго или третьего порядков между двумя отражающими поверхностями, одна из которых плоская, а другая сферическая, периодически восстанавливает свое состояние. Найденное в этой работе условие восстановления состояния (условие обращения) в приближении параксиальных лучей имеет вид

$$\nu < \min \{ (1 + 2\varepsilon)^{-1}, (1 + 2\delta)^{-1} \}, \quad (1)$$

где $\nu = L/R_0$; R_0 — радиус выпуклой отражающей поверхности; L — расстояние между отражающими поверхностями; ε , δ — коэффициенты в угловой зависимости фазовой скорости при отклонении от оси симметрии [9]. Восстановление состояния волны после рассеяния, которое было обнаружено экспериментально, вообще говоря, является интегральным

эффектом, который может быть обусловлен различными видами расстояния в образце кристалла. Сюда относятся рассеяние на гиперзвуковой антенне (дифракционная расходимость гиперзвукового пучка), рассеяние на отражающих поверхностях и превращение продольной волны в поперечные и, наконец, эффект рассеяния на упругих неоднородностях в объеме кристалла.

Цель настоящей работы — путем моделирования на ЭВМ распространения гиперзвуковой волны в кристалле с упругими неоднородностями показать, что в условиях (1) происходит обращение объемного рассеяния продольной гиперзвуковой волны на упругих неоднородностях, которое вносит основной вклад в остаточное затухание гиперзвука. В качестве модельного объекта был выбран образец диэлектрического кристалла тригональной симметрии — сапфир, содержащий упругие неоднородности в виде двойниковых прослоек со случайно расположенными направлениями кристаллографических осей и плоскостей раздела между прослойками. Такая модель отвечает реальным условиям исследования затухания гиперзвука в кристаллах сапфира [9], для которых типична двойниковая структура, образуемая при их выращивании [10]. На этой модели изучено распространение луча продольной гиперзвуковой волны в направлениях вблизи тригональной оси кристалла между двумя отражающими поверхностями.

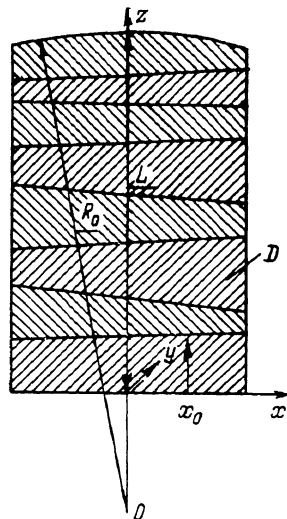


Рис. 1. Расположение двойниковых прослоек D в кристалле при распространении в нем гиперзвуковой волны между плоской и сферической отражающими поверхностями.

x_0 — начальная координата гиперзвукового луча при входе в кристалл.

Одна из этих поверхностей выбрана плоской с нормалью вдоль тригональной оси в прилегающей к ней области кристалла, а противоположная поверхность — сферической с радиусом кривизны, удовлетворяющим условию (1). Изучалось также распространение волны между двумя плоскими отражающими поверхностями, когда они строго параллельны друг другу и в случае отклонения от параллельности на малый угол. При этом были выполнены условия применимости приближения геометрической акустики: $R_0, L, d_i \gg \lambda_s$, где λ_s — длина гиперзвуковой волны, d_i — размер акустической неоднородности — микродвойниковой прослойки в направлении распространения гиперзвука.

Моделирование основывалось на общей теории упругих волн в кристаллах [11] и состояло в следующем. С плоской отражающей поверхности в кристалл вводился луч продольного гиперзвука, состояние которого на этой плоскости определялось четверкой параметров x', y', n_x, n_y , где x', y' — безразмерные координаты на отражающей поверхности, $x' = x/L$, $y' = y'/L$, n_x, n_y — проекции вектора волновой нормали \mathbf{n} . Начало координат было выбрано в точке пересечения линии с перпендикулярной к ней плоской отражающей поверхностью и проходящей через центр кривизны сферической отражающей поверхности (рис. 1).

Далее необходимо было определить движение гиперзвукового луча в неоднородном кристалле. С этой целью на границе каждой неоднородности определялись вектор рефракции \mathbf{m} и связанный с ним вектор групповой (лучевой) скорости \mathbf{s} . Вектор \mathbf{m} представлялся в виде $\mathbf{m} = \mathbf{b} + \theta \mathbf{q}$, где \mathbf{b} — составляющая вектора, лежащая в плоскости, касательной к точке преломления, отражения (запуска) луча; \mathbf{q} — единичный вектор

нормали к этой плоскости, θ — проекция волновой n нормали на направление q , которая находится путем решения алгебраического уравнения

$$A_1\theta^6 + A_2\theta^5 + A_3\theta^4 + A_4\theta^3 + A_5\theta^2 + A_6\theta + A_7 = 0, \quad (2)$$

$$A_1 = |\Delta^q|, \quad A_2 = 2(\Delta^q K)_c, \quad A_3 = [4\bar{K}\Delta^q + \bar{\Delta}^q(\Lambda^b - 1)],$$

$$A_4 = 2\{[(\bar{\Lambda}^q + \bar{\Lambda}^b) - \bar{\Delta}^q - \bar{\Lambda}^b]K\}_c + \Lambda_c^q K_c - (\Delta^q K)_c + 4|K| \},$$

$$A_5 = [(\bar{\Lambda}^b - 1)\Delta^q + 4\bar{K}(\Lambda^b - 1)]_c, \quad A_6 = 2[(\bar{\Lambda}^b - 1)K]_c, \quad A_7 = |\Lambda^b - 1|,$$

$$\Lambda_{kl}^b = \lambda_{iklm} b_i b_m, \quad \Delta_{kl}^q = i_{iklm} q_i q_m, \quad K_{kl} = 1/2 \lambda_{iklm} (b_i q_m + b_m q_i),$$

где λ_{iklm} — тензор модулей упругости, $\Lambda_c \equiv \text{Sp } \Lambda$, $\bar{\Lambda} = |\Lambda| \Lambda^{-1}$. При этом отбрасывались корни уравнения (2), соответствующие падающей и прошедшей через границу неоднородностям квазипродольной гиперзвуковой волны.

Вектор поляризации волны u находился из решения системы однородных уравнений

$$(\Lambda^m - 1)u = 0, \quad \Lambda_{kl}^m = i_{iklm} m_i m_m. \quad (3)$$

Эти данные служили для определения вектора групповой скорости $s_k =$

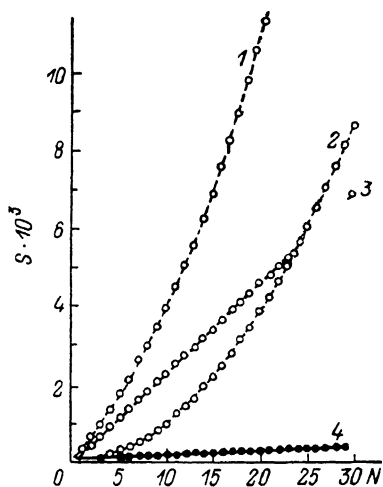


Рис. 2. Отклонение состояния луча от начального в зависимости от числа прохождений кристалла в случае плоских отражающих поверхностей.

1, 2 — угол отклонения от параллельности отражающих поверхностей $5''$ (1 — 10 двойников в кристалле, 2 — кристалл без двойников); 3, 4 — кристалл с параллельными отражающими поверхностями (3 — 10 двойников в кристалле, 4 — 100 двойников в кристалле).

$= \lambda_{iklm} m_i u_m u_l$, по которому находилось состояние луча на входе в упругую неоднородность. Эта процедура многократно повторялась при расчете прохождения луча через неоднородности. Поскольку изменения акустических свойств кристалла с поворотом кристаллографических осей на малые углы также малы, то можно пренебречь влиянием на распространение гиперзвука многочисленных переотражений волн внутри неоднородностей. Аналогично рассчитывалось состояние луча после отражения от граничной сферической или плоской поверхности и возвращение его к исходной плоской поверхности. Отклонения кристаллографических осей в двойниках от направленных осей в кристаллическом слое, прилегающем к плоской отражающей поверхности, вводились в эти расчеты путем преобразования тензора модулей упругости к системе координат, повернутой относительно исходной. Случайный характер этих отклонений учитывался тем, что значения соответствующих углов поворота осей были выбраны из последовательности случайных чисел. Эта же последовательность использовалась при выборе направлений нормалей к границам между двойниками. Величины углов разориентировки кристаллографических осей и граничных плоскостей двойников в соответствии с реальными условиями в искусственных кристаллах сапфира [10] находились в пределах от -1 до $+1^\circ$.

После N -кратного прохождения кристалла в прямом и обратном направлениях гиперзвуковой луч на исходной плоской отражающей поверхности приобретал состояние $(x', y', n_x, n_y)_N$, отличие которого от исходного определялось длиной отрезка S на фазовой плоскости

$$S = |(x' - x_0')^2 + (y' - y_0')^2 + (n_x - n_{x0})^2 + (n_y - n_{y0})^2|^{1/2}. \quad (4)$$

Для существования эффекта обращаемого рассеяния, очевидно, необходимо, чтобы нашлись такие числа N , для которых величина S достаточно мала (в пределе $S \rightarrow 0$).

Результаты моделирования представлены на рис. 2—5. Вначале рассмотрим распространение луча в образце кристалла, ограниченном плоскими отражающими поверхностями. Если эти плоскости параллельны, то при отсутствии неоднородностей луч возвращается в то же самое состояние, в котором он находился на входе в кристалл. Влияние неоднородностей приводит к тому, что с каждым прохождением состояние луча на отражающей поверхности все более отклоняется от начального. При этом направление нормали n после прохождения кристалла слабо изменяется, в то время как координаты луча x' , y' претерпевают значительные изменения. В результате S монотонно возрастает с N . Как видно

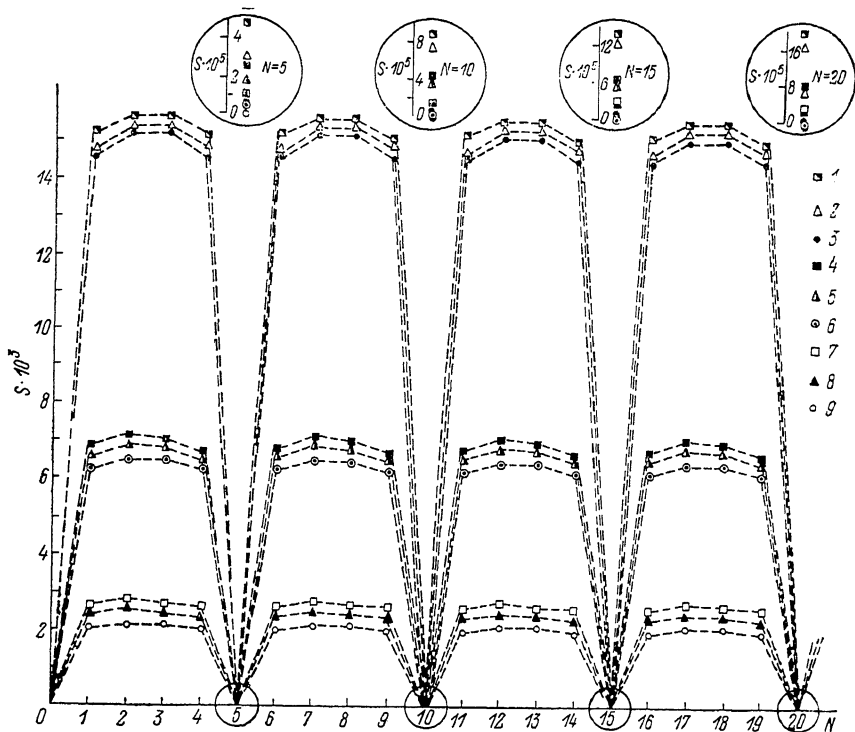


Рис. 3. Отклонение состояния луча от начального в зависимости от числа проходов в кристалле с одной плоской, а другой сферической отражающими поверхностями. $v=0.5048$.

x_0 : 1—3 — 0.007, 4—6 — 0.003, 7—9 — 0.001. 1, 4, 7 — 10 двойников, 2, 5, 8 — 100 двойников; 3, 6, 9 — кристаллы без двойников.

из рис. 2, S существенно зависит от числа неоднородностей в кристалле, причем с его увеличением S убывает. Это можно объяснить тем, что с возрастанием количества случайных неоднородностей происходит усреднение их воздействия на распространение волны, для которой среда приобретает более однородный характер. Следует отметить, что даже весьма малое отклонение от параллельности граничных плоскостей приводит к резкому возрастанию влияния упругих неоднородностей. Как видно из приведенных данных, вклады в S эффектов непараллельности и неоднородностей не являются аддитивными.

Иная картина распространения продольного гиперзвука в неоднородном кристалле наблюдается при сферической отражающей поверхности, характеристики которой удовлетворяют условию (1). В отличие от случая параллельных отражающих поверхностей, где S монотонно возрастает с N , здесь происходит периодическое с номером N уменьшение S до S_m , величина которого, так же как и длина периода N_p , существенно зависит от v . Так, в случае сапфира при распространении продольного гиперзвука

вдоль оси симметрии третьего порядка ($\epsilon = \delta = 0.158$) наименьшее S_m достигается при $\nu = 0.5048$, когда $N_p = 5$ (рис. 3). При этом отклонение от приведенного значения $\Delta \nu / \nu = 10^{-3}$ вызывает увеличение S_m вдвое. При других

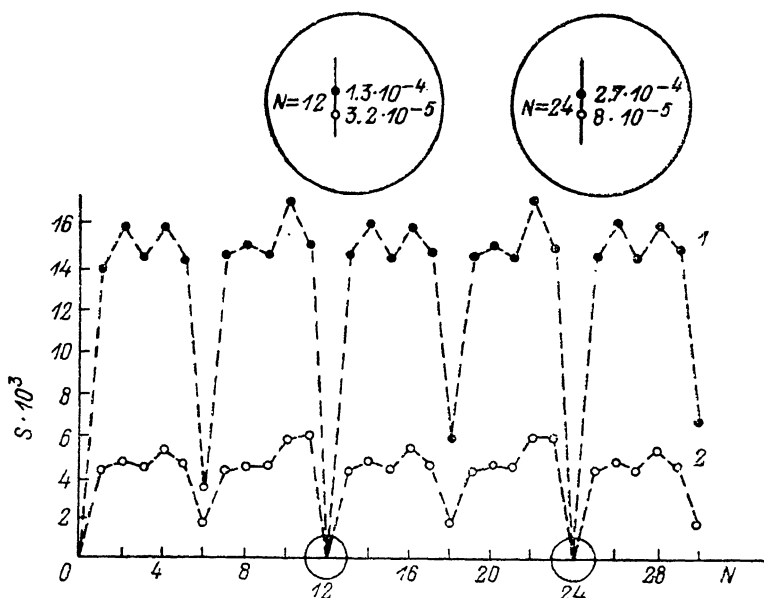


Рис. 4. Отклонение состояния луча от начального в зависимости от числа проходов в кристалле с одной плоской, а другой сферической отражающими поверхностями. $\nu = 0.4237$.

1 — $x_0 = 0.007$, 10 двойников; 2 — $x_0 = 0.002$, 10 двойников.

значениях ν наблюдается более сложная картина восстановления состояния гиперзвукового луча. Например, при $\nu = 0.4237$ наряду с периодическим приближением к исходному состоянию с $N_p = 12$ появляются половинные периоды $N_p = 6$, когда S хотя и уменьшается, но остается еще достаточно большой по величине (рис. 4).

Эффект обращаемого рассеяния можно характеризовать фактором $R = S/S_m$ — отношением отклонений от начального состояния в случаях плоскопараллельной и плоскосферической геометрий отражателей. Как видно из рис. 5, при малых значениях начальной координаты x_0 при входе луча в кристалл фактор $R > 10^2$, но с возрастанием x_0 , когда происходит отклонение от параксимальности, он быстро уменьшается. Это согласуется с ра-

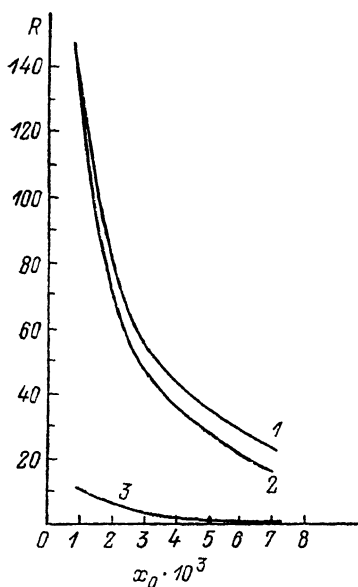


Рис. 5. Зависимость фактора обращаемого рассеяния от начальной координаты входа гиперзвукового луча.

1 — 10 двойников, 2 — 20 двойников, 3 — 100 двойников. $\nu = 0.5048$.

счетом на основе лучевых матриц [9] и свидетельствует о том, что эффект обращаемого рассеяния наиболее проявляется для параксимальных лучей. В то же время при отклонении от условий параксимальности он хотя и ослабевает, но остается еще достаточно большим. Так же как

и в случае параллельных отражателей, при возрастании числа неоднородностей влияние их на распространение гиперзвука при плоскосферической геометрии усредняется, что ведет к уменьшению R . Таким образом, при распространении продольного гиперзвука вдоль оси симметрии третьего порядка благодаря периодическому воздействию отражающих поверхностей, удовлетворяющих (1), когерентное рассеяние на неоднородностях в объеме кристалла становится обратимым.

Рассмотрим в связи с этим результаты экспериментов по измерению остаточного затухания гиперзвука. В работе [9] было обнаружено, что при переходе от плоскопараллельной геометрии отражателей к плоскосферической происходит значительное (до 10 раз) уменьшение коэффициента остаточного затухания гиперзвука в кварце, сапфире и ниобате лития. В сапфире, для которого проводилось моделирование, это затухание снизилось с 1 до 0.2 дБ/см на частоте 9.4 ГГц. Для того чтобы выделить вклад обращаемого рассеяния, оценим снижение затухания за счет уменьшения дифракционной расходимости гиперзвукового пучка в случае плоскосферической геометрии по сравнению с плоскопараллельной. Согласно [12], коэффициент затухания из-за дифракционной расходимости для заданной моды колебаний, $M=2a(kL^{-1})^{1/2}$, a — радиус звукопровода, k — волновой вектор, $\beta=0.824$. Для условий эксперимента [9] это дает $\alpha_d \approx 4 \cdot 10^{-4}$ дБ/см. Преобразование продольной волны в поперечные может дать лишь возрастание α при переходе от плоскопараллельной к плоскосферической геометрии.

Это дает основание полагать, что в этих экспериментах наблюдался эффект обращаемого когерентного рассеяния гиперзвука на неоднородностях, удовлетворяющих геометрикоакустическому приближению, и именно это рассеяние вносит основной вклад в остаточное затухание гиперзвука в указанных кристаллах.

Следует отметить, что остающееся после обращения рассеяния гиперзвука небольшое затухание, которое, как и остаточное, не зависит от температуры, связано, по-видимому, со слабым необращаемым когерентным рассеянием на неоднородностях, для которых не выполняются условия малоуглового когерентного рассеяния, описываемого в приближении геометрической акустики.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Блистанов А. А., Бондаренко В. С., Чкалова В. В. и др. Акустические кристаллы. Справочник. М., 1982. 632 с.
- [2] Ландау Л. Д., Румер Ю. Б. // Собрание трудов Л. Д. Ландау. М., 1969. Т. 1. 512 с.
- [3] Ахвезер А. И. // ЖЭТФ. 1938. Т. 9. № 12. С. 1318—1328.
- [4] Nava R., Azrt R., Ciccarello D., Dransfeld R. // Phys. Rev. 1964. V. 134A, N 3a. P. 581—589.
- [5] Ганапольский Е. М., Чернец А. Н. // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. № 2. С. 383—390.
- [6] Pomerantz M. // Phys. Rev. 1965. V. 139A. N 2a. P. 501—506.
- [7] Иванов С. Н., Котелянский И. М., Медведь В. В., Хазанов Е. Н. // ЖЭТФ. 1976. Т. 70. № 1. С. 281—283.
- [8] Джеффрис К. Динамическая поляризация ядер. М., 1965. 320 с.
- [9] Ганапольский Е. М., Королюк А. П., Тараканов В. В. // ЖЭТФ. 1982. Т. 82. № 9. С. 182—191.
- [10] Классен-Неклюдова М. В. // Кристаллы рубина. М., 1968. 106 с.
- [11] Федоров Ф. И. Теория упругих волн в кристаллах. М., 1965. 387 с.
- [12] Ищенко Е. Ф. Открытые оптические резонаторы. М., 1980. 207 с.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР
Харьков

Поступило в Редакцию
9 ноября 1988 г.