УДК 538.221.533.9

МАГНИТОУПРУГИЕ ВОЛНЫ В КРИСТАЛЛАХ С ГЕЛИКОИДАЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ СТРУКТУРОЙ

В. Д. Бучельников, В. Г. Шавров

Теоретически исследуется спектр связанных магнитоупругих волн в редкоземельных магнетиках в спиральной фазе. Неоднородная намагниченность в основном состоянии магнетика приводит к возникновению неоднородных напряжений во всем кристалле. В случае отсутствия анизотропии в плоскости базиса и внешнего магнитного поля, а также при размерах образца, много бо́льших шага спирали, все частоты магнитоупругих волн являются голдстоуновскими. Отсутствие магнитоупругой щели в спектре спиновых волн объясняется наличием в магнетике неоднородных напряжений. Показано, что в спиральной фазе имеется взаимодействие между продольными упругими колебаниями и спиновыми волнами. Это взаимодействие обусловлено обменной магнитострикцией.

В ряде магнитоупорядоченных веществ, например в редкоземельных металлах и соединениях, наблюдаются спиральные (геликоидальные) структуры, в которых компоненты спиновых векторов периодически меняются при перемещении вдоль некоторого выделенного кристаллографического направления. Это является следствием того, что обменные интегралы между атомами, относящимися к первой и второй координационным сферам, различны по величине и по знаку (см., например, [1]). При феноменологическом описании таких магнетиков взаимодействие с соседями второй координационной сферы учитывается в записи неоднородной обменной энергии путем сохранения инвариантов от более высоких степеней производных намагниченности [2].

Наличие спиральной упорядоченности у редкоземельных магнетиков приводит к тому, что в основном состоянии из-за магнитоупругой (МУ) связи возникают неоднородные напряжения во всем объеме кристалла. В этом случае законы дисперсии связанных МУ волн будут обладать специфическими чертами в отличие от спектров в магнетиках с однородной намагниченностью в основном состоянии.

В данной работе изучаются связанные МУ волны в геликоидальной фазе магнетиков гексагональной симметрии.

Энергию магнетика запишем в виде $W=\frac{1}{V}\int F dV$ с плотностью

$$F=\frac{1}{2}a\mathbf{M}^2+\frac{1}{2}b\mathbf{M}^4+\frac{1}{2}\beta_1M_z^2+\frac{1}{2}\beta_2M_z^4+\frac{1}{2}\beta_3(M_+^6+M_-^6)+$$
$$+\frac{1}{2}\alpha_{ij}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_i}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_j}+\frac{1}{2}\gamma_{ij}\frac{\partial^2\mathbf{M}}{\partial x_i^2}\frac{\partial^2\mathbf{M}}{\partial x_j^2}+\frac{1}{2}\delta_{ijlm}M_iM_j\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_l}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_m}+$$
$$+\frac{1}{4}\varepsilon_{ijlm}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_i}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_j}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_l}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_m}+b_{ijlm}M_iM_ju_{lm}+$$
$$+\lambda_{ijlm}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_i}\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial x_j}u_{lm}+c_{ijlm}u_{ij}u_{lm}-\mathbf{M}\mathbf{H}_0. \qquad (1)$$

Здесь a, b, $\hat{\alpha}$, $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$, $\hat{\varepsilon}$ — постоянные однородного и неоднородного обмена; β_i — константы анизотропии; $\hat{b}$, $\hat{\lambda}$, $\hat{c}$ — тензоры магнитоупругих и упрутих констант; $\hat{u}$ — тензор деформаций; $M_\pm = M_x \pm iM_y$, M_z — компоненты намагниченности $\mathbf{M}$; $\mathbf{H}_0$ — внешнее магнитное поле. Предполагается, что $\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_1 > 0$, $\alpha_{33} = \alpha_2 < 0$, $\gamma_{ij} > 0$ [3]. При этих условиях в основном состоянии магнитной подсистемы возникает неоднородная намагниченность только вдоль оси анизотропии (ось $\mathbf{Z}$). Вид тензоров в энергии (1) для кристаллов гексагональной симметрии приведен, например в [4]. В отличие от работы [3] в (1) добавлены слагаемое, пропорциональное четвертой степени производной от намагниченности, и член $\sim M^2 (\partial M / \partial x_i)^2$, так как при рассмотрении МУ волн их учет необходим.

Для нахождения основного состояния магнетика с энергией (1) требуется решить систему, состоящую из уравнений Эйлера для магнитной подсистемы

$$\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{M}} - \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{\partial F}{\partial (\partial \mathbf{M}/\partial x_k)}\right) + \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}\left(\frac{\partial F}{\partial (\partial^2 \mathbf{M}/\partial x_k^2)}\right) = 0, \tag{2}$$

уравнений равновесия упругой подсистемы

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = 0, \quad \sigma_{ik} = \frac{1}{2}(1 + \delta_{ik}) \frac{\partial F}{\partial u_{ik}} \tag{3}$$

и уравнений совместности Сен-Венана [5, 6]

$$\delta_{ikm} \delta_{jlm} \frac{\partial^2 u_{lm}}{\partial x_k \partial x_l} = 0, \tag{4}$$

где σ_{ik} — тензор напряжений, δ_{ikm} — псевдотензор Леви-Чивитта. В отличие от случаев с однородной намагниченностью в основном состоянии учет соотношений (4) в данном случае существен.

Предположим, что в основном состоянии намагниченность неоднородна только вдоль оси $\mathbf{Z}$, т. е. $\mathbf{M} = \mathbf{M}(z)$. Естественно считать, что при этом и $u_{ik} = u_{ik}(z)$, $\sigma_{ik} = \sigma_{ik}(z)$. Уравнения совместности (4) тогда примут вид [5]

$$\frac{\partial^2 u_{xx}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u_{yy}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u_{xy}}{\partial z^2} = 0. \tag{5}$$

Их решение можно записать как

$$u_{ij} = A_{ij} + zB_{ij}, \quad i, j = x, y, \tag{6}$$

где A, B — некоторые постоянные. Эти постоянные и остальные компоненты тензора деформаций находятся из уравнений (3), граничных условий для σ_{ik}, а также из выражений для средних значений тензора напряжений и его момента. В случае свободной поверхности образца все эти условия выглядят следующим образом:

$$\sigma_{ik} n_k = 0, \quad \langle \sigma_{ik} \rangle = 0, \quad \langle \delta_{ijk} x_j \sigma_{kl} \rangle = 0, \tag{7}$$

где, например, $\langle \sigma_{ik} \rangle = \frac{1}{V} \int\limits_V \sigma_{ik} dV$, V — объем образца, $\mathbf{n}$ — вектор нормали к поверхности магнетика.

В результате решения системы уравнений (3)—(7) находим равновесные значения тензора деформаций $u_{ik}^{(0)}$. Они приведены в Приложении. Анализ этих деформаций и уравнений (2) показывает, что в магнетике при определенных условиях может существовать следующая фаза:

$$M_z^{(0)} = 0, \quad M_\pm^{(0)} = M_0 e^{\pm iqz}, \tag{8}$$

где $1/q$ — шаг спирали вдоль оси $\mathbf{Z}$. Условия, при которых осуществляется эта фаза, сводятся к следующим. Во-первых, как уже указывалось выше, постоянная неоднородного обмена α_2 должна быть отрицательной. Во-вторых, анизотропия в плоскости базиса должна отсутствовать ($\beta_3 = 0$). В-третьих, эта фаза возможна только в нулевом магнитном поле $H_0 = 0$. И наконец, в-четвертых, должно выполняться условие

$$qd \gg 1, \tag{9}$$

где d — толщина образца вдоль оси Z. В случае бесконечного образца последнее условие выполняется автоматически. При таких предположениях равновесные деформации выглядят следующим образом:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = -\frac{1}{2\Delta}\left[A_3 + c_{33}(b_{11} - b_{12}) + 2A_2 M_0^2 q^2\right],$$

$$u_{zz}^{(0)} = -\frac{1}{2c_{33}}\left[4c_{13}u_{xx}^{(0)} + b_1 M_0^2 + 2\lambda_5 M_0^2 q^2\right],$$

$$u_{ij}^{(0)} = 0, \quad i \neq j. \tag{10}$$

Выражения для A_i приведены в Приложении. Видно, что деформации в магнетике являются однородными, однако напряжения σ_{ik}, как и намагниченность (8), неоднородны во всем объеме образца.

Равновесные значения M_0 и q находятся из минимизации энергии W. Они определяются формулами

$$q^2 = -(\alpha_2 + \tilde{\delta}_2 M_0^2)/(2\gamma_2 + \tilde{\varepsilon}_2 M_0^2), \tag{11}$$

$$M_0^2 = -(a + \alpha_2 q^2 + \gamma_2 q^4)/(2\tilde{b} + 2\tilde{\delta}_2 q^2 + \tilde{\varepsilon}_2 q^4), \tag{12}$$

где

$$\tilde{\delta}_2 \equiv \tilde{\delta}_{xxzz} \equiv \tilde{\delta}_{yyzz} = \delta_{xxzz} - \frac{1}{c_{33}\Delta}\left[2A_3A_2 + \lambda_5 b_1 \Delta + 2c_{33}(b_{11} - b_{12})A_2\right],$$

$$\tilde{\varepsilon}_2 \equiv \tilde{\varepsilon}_{zzzz} = \varepsilon_{zzzz} - 2/c_{33}\Delta \cdot (2A_2^2 + \lambda_5^2\Delta),$$

$$\tilde{b} = b - \frac{b_1^2}{4c_{33}} - \frac{\left[(b_{11} - b_{12})c_{33} + A_3\right]^2}{2c_{33}\Delta}.$$

Из (11) видно, что условием устойчивости фазы (8) в сформулированных выше условиях будет являться неравенство

$$\alpha_2 + \tilde{\delta}_2 M_0^2 < 0. \tag{13}$$

В случае $\alpha_2 + \tilde{\delta}_2 M_0^2 > 0$ устойчива фаза с однородной намагниченностью $M_x^2 + M_y^2 = M_0^2$, $M_z = 0$. При $\alpha_2 + \tilde{\delta}_2 M_0^2 = 0$ происходит фазовый переход по температуре геликоид—ферромагнетик.

Необходимо заметить, что нарушение условия (9) ведет к появлению гармоник в решении (8) даже при нулевых значениях анизотропии в плоскости базиса и магнитного поля в отличие от результатов [2, 3]. Эти гармоники в данном случае вызываются эффективной анизотропией второго порядка, обусловленной неоднородными деформациями. Более того, деформации становятся явно зависимыми от координаты z (см. Приложение), что вообще ставит под сомнение представление решения уравнений (2) в виде ряда по гармоникам. Таким образом, одновременный учет анизотропии в плоскости базиса, магнитного поля и произвольных размеров образца при наличии МУ связи требует особого последовательного исследования решений уравнений (2).

Рассмотрим теперь МУ волны в фазе (8). Для этого надо решить уравнения Ландау—Лифшица и теории упругости. Намагниченность и тензор деформаций представим стандартным образом

$$\mathbf{M},\ u_{ij} = \mathbf{M}^{(0)},\ u_{ij}^{(0)} + \mathbf{m},\ u_{ij}e^{-i(\omega t - \mathbf{kr})}, \tag{14}$$

где $\mathbf{m}, u_{ij} \ll \mathbf{M}^{(0)}, u_{ij}^{(0)}$. Подставив (14) в уравнения Ландау—Лифшица и в уравнения теории упругости, после их линеаризации вблизи положения равновесия (8), (10)—(12) получим систему уравнений для связанных МУ волн. В случае распространения волн вдоль оси Z эта система имеет вид

$$\omega m_z + \omega_1 m'_+ + 2igqk^2\lambda_5 M_0^2 u_z = 0,$$

$$\omega m'_+ + \omega_2 m_z + \frac{1}{2} igb_{44}M_0^2(k - q)u'_- + \frac{1}{2} igb_{44}M_0^2(k + q)u'_+ = 0,$$

$$\rho(\omega^2 - \omega_l^2)u_z + 2iq\lambda_5 M_0 k^2 m'_+ = 0,$$

$$\rho(\omega^2 - \omega_\pm^2)u'_\pm - ib_{44}M_0(k \pm q)m_z = 0. \tag{15}$$

Здесь ρ — плотность вещества,

$$\omega_1 = gM_0k^2 [\gamma_2 k^2 + 2(2\gamma_2 + \varepsilon_2 M_0^2) q^2],$$

$$\omega_2 = gM_0 [\gamma_2 (k^2 - q^2)^2 + (\tilde{\delta}_1 - \delta_2) q^2 M_0^2 + \tilde{\beta}_1],$$

$$\tilde{\delta}_1 \equiv \tilde{\delta}_{zzzz} = \delta_{zzzz} + \frac{2}{c_{33}\Delta} [2A_1A_2 - \lambda_5 (b_{33} - b_{31}) \Delta],$$

$$\tilde{\beta}_1 = \beta_1 + \frac{1}{\Delta} [c_{33} (b_{11} - b_{12})^2 M_0^2 - 2A_1 (b_{11} - b_{12}) M_0^2],$$

$$\omega_l^2 = s_l^2 k^2 = c_{33} k^2/\rho, \quad \omega_\pm^2 = s_l^2 (k \pm q)^2 = c_{44} (k \pm q)^2/\rho,$$

$$m'_\pm, \quad u'_\pm = m_\pm, \quad u_\pm e^{\mp iqz}.$$

Из системы (15) следует дисперсионное уравнение для связанных МУ волн

$$(\omega^2 - \omega_{sk}^2)(\omega^2 - \omega_l^2)(\omega^2 - \omega_+^2)(\omega^2 - \omega_-^2) - \zeta_l \omega_{sk}^2 \omega_l^2 (\omega^2 - \omega_+^2)(\omega^2 - \omega_-^2) -$$

$$- \frac{1}{2} \zeta_4 \omega_{sk}^2 \omega_+^2 (\omega^2 - \omega_-^2)(\omega^2 - \omega_l^2) - \frac{1}{2} \zeta_4 \omega_{sk}^2 \omega_-^2 (\omega^2 - \omega_+^2)(\omega^2 - \omega_l^2) -$$

$$- \frac{1}{2} \zeta_4 \zeta_l \omega_{sk}^2 \omega_l^2 [\omega_+^2 (\omega^2 - \omega_-^2) + \omega_-^2 (\omega^2 - \omega_+^2)] = 0, \tag{16}$$

где $\omega_{sk}^2 = \omega_1\omega_2 = c^2k^2$; $c^2 = gM_0\omega_2 [\gamma_2 k^2 + 2q^2 (2\gamma_2 + \varepsilon_2 M_0^2)]$; ζ_4, ζ_l — параметры МУ связи спиновых волн соответственно с поперечными и продольными упругими колебаниями

$$\zeta_4 = \frac{gM_0^3 b_{44}^2}{c_{44}\omega_2}, \quad \zeta_l = \frac{4q^2\lambda_5^2 M_0^2}{c_{33} [\gamma_2 k^2 + 2q^2 (2\gamma_2 + \varepsilon_2 M_0^2)]}. \tag{17}$$

Анализ дисперсионного уравнения приводит к следующим результатам. Его решением являются четыре частоты. Все они безактивационные, т. е. голдстоуновские: две частоты, соответственно квазиспиновая и продольная квазиупругая, обращаются в нуль при $k=0$, а две другие, поперечные квазиупругие, $\omega_\pm$ — при $k=\pm q$ (при $k=0$ в лабораторной системе координат [3]). В отличие от магнетиков с однородной намагниченностью в основном состоянии в геликоидальных магнетиках, таким образом, отсутствует МУ щель в спектре квазиспиновых волн. Кроме того, здесь имеется связь между спиновыми и продольными упругими волнами, причем параметр этой связи может в принципе быть не малым. Все зависит от величин λ_5 и γ_2, численные значения которых неизвестны. В магнетиках с однородной намагниченностью в основном состоянии связь спиновых и продольных упругих волн при распространении волн вдоль оси Z отсутствует [6]. Голдстоуновский характер квазиспиновых волн в геликоидальной фазе является причиной того, что МУ взаимодействие практически не оказывает влияния на скорости упругих волн в таких кристаллах. Действительно, так как параметр ζ_4 мал, то в уравнении (16) можно пренебречь связью поперечного звука со спиновыми волнами. В этом случае решением дисперсионного уравнения (16) будут являться частоты

$$\omega_{\mathrm{I,\,II}} \simeq \omega_\pm = s_l (k \pm q),$$

$$\omega_{\mathrm{III,\,IV}}^2 = \frac{1}{2} k^2 [c^2 + s_l^2 \pm \sqrt{(c^2 - s_l^2)^2 + 4s_l^2 c^2 \zeta_l}\,]. \tag{18}$$

В области малых волновых чисел $k \ll q$, когда справедливо соотношение $c^2 \ll s_l^2$, частоты $\omega_{\mathrm{III,\,IV}}$ запишутся как

$$\omega_{\mathrm{III}} \simeq s_l k, \quad \omega_{\mathrm{IV}} = ck\sqrt{1 - \zeta_l} = \tilde{c}k. \tag{19}$$

Из (18), (19) следует, что скорости звуковых волн практически не изменяются. В то же время скорость спиновых колебаний несколько уменьшается.

Отсутствие МУ щели в спектре квазиспиновых волн является следствием наличия неоднородной намагниченности в основном состоянии магнетика. Неоднородная намагниченность в основном состоянии приводит к тому, что спонтанные деформации в базисной плоскости становятся изотропными, и, следовательно, основное состояние остается вырожденным относительно поворотов намагниченности без соответствующего «поворота» деформаций. Таким образом, в отличие от магнетиков с однородной намагниченностью в основном состоянии в геликоидальных магнетиках при исследовании динамических свойств не происходит спонтанного нарушения симметрии: симметрия магнитной геликоидальной фазы одинакова как в отношении равновесных (квазистатических), так и динамических свойств кристалла. Как раз в таком случае МУ щель в спектре квазиспиновых волн должна отсутствовать [6].

Неоднородная намагниченность в основном состоянии магнетика приводит также к наличию связи между продольным звуком и спиновыми волнами. Это взаимодействие осуществляется через слагаемое в МУ энергии, которое представляет собой разложение неоднородной обменной энергии по степеням деформаций (обменная магнитострикция). В обычных магнетиках магнитострикция в гармоническом приближении не приводит к взаимодействию продольного звука и спиновых колебаний.

Учет анизотропии или внешнего магнитного поля в плоскости базиса снимает вырождение основного состояния магнетика относительно только поворотов намагниченности без «поворота» деформаций. В этом случае деформации в плоскости базиса будут неизотропны, что приведет к нарушению симметрии магнитной фазы по отношению к динамическим свойствам и к появлению МУ щели в спектре квазиспиновых волн. Величина щели будет нарастать при увеличении магнитного поля и достигнет максимального значения в точке перехода геликоид—ферромагнетик типа легкая плоскость. Вблизи данного перехода скорости квазиупругих волн будут также сильно изменяться, как и в магнетиках с однородной намагниченностью в основном состоянии [6].

ПРИЛОЖЕНИЕ

Равновесные значения тензора деформаций в случае неоднородности магнитной структуры только вдоль оси Z имеют вид

$$u_{xx}^{(0)} = U_1 + U_2, \quad u_{yy}^{(0)} = -U_1 + U_2,$$

$$u_{zz}^{(0)} = -\frac{1}{c_{33}}\left[c_{13}\left(u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}\right) + (b_{33} - b_{31}) M_z^2 + \frac{1}{2} b_1 \mathbf{M}^2 + \lambda_5 (\partial \mathbf{M}/\partial z)^2\right],$$

$$u_{xy}^{(0)} = i\,\frac{b_{11} - b_{12}}{4(c_{11} - c_{12})}\left[\langle M_+^2\rangle - \langle M_-^2\rangle + \frac{z}{\langle z^2\rangle}\left(\langle zM_+^2\rangle - \langle zM_-^2\rangle\right)\right],$$

$$u_{xz}^{(0)} = -\frac{b_{44}}{4c_{44}} M_z (M_+ + M_-), \quad u_{yz}^{(0)} = -\frac{ib_{44}}{4c_{44}} M_z (M_- - M_+),$$

$$U_1 = -\frac{b_{11} - b_{12}}{4(c_{11} - c_{12})}\left[\langle M_+^2\rangle + \langle M_-^2\rangle + \frac{z}{\langle z^2\rangle}\left(\langle zM_+^2\rangle + \langle zM_-^2\rangle\right)\right],$$

$$U_2 = -\frac{c_{33}(b_{11} - b_{12})}{2\Delta}\left(\langle M_+M_-\rangle + \frac{z}{\langle z^2\rangle}\langle zM_+M_-\rangle\right) - \frac{A_1}{\Delta}\left(\langle M_z^2\rangle + \frac{z}{\langle z^2\rangle}\langle zM_z^2\rangle\right) -$$

$$- \frac{A_2}{\Delta}\left[\left\langle\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z}\right)^2\right\rangle + \frac{z}{\langle z^2\rangle}\left\langle z\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z}\right)^2\right\rangle\right] - \frac{A_3}{2\Delta}\left(\langle \mathbf{M}^2\rangle + \langle z\mathbf{M}^2\rangle\right),$$

$$A_1 = c_{33}(b_{11} - b_{12}) - c_{13}(b_{33} - b_{31}), \quad A_2 = c_{33}\lambda_4 - c_{13}\lambda_5,$$

$$A_3 = c_{33}b_0 - c_{13}b_1, \quad \Delta = c_{33}(c_{11} + c_{12}) - 2c_{13}^2, \quad \lambda_5 = \lambda_{zzzz}, \quad \lambda_4 = \lambda_{zzxx} = \lambda_{zzyy},$$

b_0, b_1 — постоянные объемной магнитострикции. Им соответствуют в энергии (1) слагаемые

$$1/2 \cdot b_0 \mathbf{M}^2 (u_{xx} + u_{yy}) + 1/2 \cdot b_1 \mathbf{M}^2 u_{zz}.$$

Список литературы

[1] Тябликов С. В. Методы квантовой теории магнетизма. М.: Наука, 1975. 527 с.
[2] Изюмов Ю. А. // УФН. 1984. Т. 144. № 3. С. 439—474.
[3] Изюмов Ю. А., Лаптев В. М. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. № 1. С. 165—179.
[4] Смоленский Г. А., Леманов В. В., Недлин Г. М., Петров М. П., Писарев Р. В. Физика магнитных диэлектриков. М.: Наука, 1974. 454 с.
[5] Сиротин Ю. Н., Шаскольская М. П. // Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1979. 639 с.
[6] Динамические и кинетические свойства магнетиков / Под ред. С. В. Вонсовского и Е. А. Турова. М.: Наука, 1986. 248 с.

Челябинский государственный
университет
Челябинск

Поступило в Редакцию
17 ноября 1988 г.