

УДК 537.226

**ДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ
ФЕРРОМАГНИТНЫХ МЕТАЛЛОВ
ПРИ ПОСТОЯННОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ**

B. M. Зверев, B. P. Силин

Показано, как можно строить динамические отклики ферромагнитного металла в условиях постоянства намагниченности. Введена новая комплексная диэлектрическая проницаемость электронов и получен тензор динамических модулей упругости при постоянной намагниченности. Показано, что предлагаемый подход к теории динамической матрицы упругости в статическом пределе позволяет продемонстрировать известное в термодинамике существенное различие модулей всестороннего сжатия при постоянной намагниченности K_M и при постоянной магнитной индукции K_B .

1. Из термодинамики давно известно существенное различие модулей всестороннего сжатия ферромагнетика при постоянной магнитной индукции K_B и постоянной намагниченности K_M (см., например, [1-3]). В частности, хорошо известно [1-3], что модуль K_B в точке фазового перехода 2-го рода из парамагнитного состояния в ферромагнитное в пределе $B=0$ (где B — магнитная индукция) изменяется скачком, а модуль K_M изменяется непрерывно. В экспериментах, проводимых обычно в заданном магнитном поле, измеряемые упругость [2] или скорость звука [4] связанны с K_B . При этом экспериментальное изменение модуля всестороннего сжатия K_B при фазовом переходе может быть значительным и достигать $\sim 70\%$ в сплаве Fe_3Pt , согласно работе [4].

В отличие от термодинамического подхода в динамическом подходе к теории упругости до сих пор не делалось необходимого различия между K_B и K_M . Более того, существующие работы [5, 6] по динамической теории упругости ферромагнетиков, как это показано в работе [7], в статическом пределе дают K_B . Однако обычно вопрос о том, какому термодинамическому модулю отвечает статический предел динамического рассмотрения, попросту не ставится. Недавний пример такого подхода продемонстрирован работой [8], в которой показана эквивалентность динамического и термодинамического подходов при вычислении модуля всестороннего сжатия при полном игнорировании необходимости различать модули K_B и K_M .

В целом можно констатировать ограниченность динамической теории упругости ферромагнетиков, которая до сих пор не позволяла дать динамического вывода модуля всестороннего сжатия K_M .

Необходимость динамической теории модуля K_M , в частности, связана с развитием самосогласованного флуктуационно-фонового (СФФ) подхода к теории магнетизма [7, 9], в котором существенную роль играет модуль всестороннего сжатия K_M . Поскольку такой модуль не совпадает с возникающим в динамической теории [5, 6, 8], то необходимо глубже проанализировать возможности динамической теории упругости ферромагнетиков.

В настоящей работе на основании подхода [10, 11] изложены положения теории динамических модулей упругости ферромагнетиков с коллек-

тивизированными подвижными электронами в условиях постоянства намагниченности. При этом явно показано, как можно строить динамические отклики ферромагнитного металла при постоянной намагниченности. В частности, показано, как в теории возникает новая комплексная продольная диэлектрическая проницаемость электронов, отвечающая постоянству намагниченности. Сделано утверждение о том, что изучавшаяся ранее комплексная продольная диэлектрическая проницаемость электронов отвечает постоянству магнитной индукции аналогично тому, как это было указано в работе [7] относительно изучавшегося ранее в динамической теории тензора модулей упругости [5, 6, 8]. Получен тензор динамических модулей упругости, отвечающий постоянству намагниченности. Дан анализ следствий полученного общего выражения и показано, что предлагаемый здесь подход к теории динамической матрицы упругости в статическом пределе дает результаты термодинамической теории [12].

2. Ниже мы воспользуемся динамическим подходом, основанном на методе работ [10, 11] и примененном к теории упругих модулей ферромагнитных металлов в [6].

В неравновесном состоянии ферромагнетика, обусловленном распространением звуковой волны с частотой ω и волновым вектором \mathbf{k} , неравновесная добавка к матрице плотности электронов определяется уравнением

$$\delta f(\mathbf{p}, \sigma, \sigma', \omega, \mathbf{k}) = \frac{f_F[\epsilon(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}, \sigma')] - f_F[\epsilon(\mathbf{p}, \sigma)]}{\hbar\omega + \epsilon(\mathbf{p} - \hbar\mathbf{k}, \sigma') - \epsilon(\mathbf{p}, \sigma) + i0} \times \\ \times W(\mathbf{p}, \sigma, \sigma', \omega, \mathbf{k}) \equiv \Gamma(\mathbf{p}, \sigma, \sigma', \omega, \mathbf{k}) W(\mathbf{p}, \sigma, \sigma', \omega, \mathbf{k}). \quad (1)$$

$f_F(\epsilon)$ — фермиевская функция распределения электронов, $\epsilon(\mathbf{p}, \sigma) = \epsilon(\mathbf{p}) - \sigma b$, где $\sigma = \pm 1$, b — энергия обменного расщепления энергетических уровней электронов с законом дисперсии $\epsilon(\mathbf{p})$, \mathbf{p} — квазимпульс электрона.

В нашем рассмотрении мы будем пренебрегать влиянием магнитного поля на орбитальное движение электронов и ионов, а также релятивистскими эффектами. В этих условиях для энергии W электрон-электронного и электрон-ионного взаимодействий будем использовать следующее модельное выражение (ср. [6, 10]):

$$W(\mathbf{p}, \sigma, \sigma', \omega, \mathbf{k}) = \delta_{\sigma\sigma'} e\Phi(\omega, \mathbf{k}) - 2\delta_{\sigma\sigma'} \delta\mathbf{B}(\omega, \mathbf{k}) + \delta_{\sigma\sigma'} \varphi n(\omega, \mathbf{k}) + \\ + 2\psi \delta_{\sigma\sigma'} s(\omega, \mathbf{k}) + \delta_{\sigma\sigma'} \Delta_{ij}(\mathbf{p}) ik_j u_i(\omega, \mathbf{k}). \quad (2)$$

Здесь первые два слагаемые описывают взаимодействие заряда e и магнитного момента β электрона с неравновесным самосогласованным электромагнитным полем, где $\delta\mathbf{B}(\omega, \mathbf{k})$ — магнитная индукция, а $\Phi(\omega, \mathbf{k})$ — скалярный потенциал электрического поля, определяемый уравнением Пуассона

$$k^2 \Phi(\omega, \mathbf{k}) = 4\pi [en(\omega, \mathbf{k}) - Qik_u(\omega, \mathbf{k})], \quad (3)$$

$u(\omega, \mathbf{k})$ — Фурье-компоненты локального смещения решетки, Q — заряд единицы недеформированного объема решетки в отсутствие звуковой волны. Соответственно неравновесная плотность заряда электронов в (3) равна

$$n(\omega, \mathbf{k}) = \sum_{\sigma=\pm 1} \int d\tau \delta f(\mathbf{p}, \sigma, \sigma', \omega, \mathbf{k}), \quad (4)$$

где $d\tau = d\mathbf{p} (2\pi\hbar)^3$.

Два следующих слагаемых (2), пропорциональных фермижидкостным константам φ и ψ , отвечают учету междуэлектронного взаимодействия соответственно независящего от спина и обменного, связанного с изменением спиновой плотности электронов

$$s(\omega, \mathbf{k}) = 2 \sum_{\sigma, \sigma'} \int d\tau \delta_{\sigma\sigma'} \delta f(\mathbf{p}, \sigma', \sigma, \omega, \mathbf{k}), \quad (5)$$

где \hat{s} — оператор спина электрона. Подчеркнем также, что неравновесные плотности заряда (4) и спина (5) электронов относятся к недеформированному объему ферромагнетика в отсутствие звуковой волны.

Наконец, последнее слагаемое в (2) отвечает учету деформационного взаимодействия электронов с решеткой [10] и описывается симметричным тензором деформационного потенциала $\Lambda_{ij}(\mathbf{p})$. Формулы (1)–(5) позволяют записать следующие уравнения движения неравновесных плотностей:

$$\begin{aligned} n(\omega, \mathbf{k}) &= [e\Phi(\omega, \mathbf{k}) + \varphi n(\omega, \mathbf{k})] \langle \Gamma(+, +) + \Gamma(-, -) \rangle + \\ &+ [-\beta \delta B_z(\omega, \mathbf{k}) + \psi s_z(\omega, \mathbf{k})] \langle \Gamma(+, +) - \Gamma(-, -) \rangle + \\ &+ ik_j u_i(\omega, \mathbf{k}) \langle \Lambda_{ij} [\Gamma(+, +) + \Gamma(-, -)] \rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

$$[1 - \psi \langle \Gamma(+, +) + \Gamma(-, -) \rangle] s_z(\omega, \mathbf{k}) = \\ = [e\Phi(\omega, \mathbf{k}) + \psi n(\omega, \mathbf{k})] \langle \Gamma(+, +) - \Gamma(-, -) \rangle - \beta \delta B_z(\omega, \mathbf{k}) \langle \Gamma(+, +) + \Gamma(-, -) \rangle + ik_j u_i(\omega, \mathbf{k}) \langle \Lambda_{ij} [\Gamma(+, +) - \Gamma(-, -)] \rangle, \quad (7)$$

$$\langle \Gamma(\sigma, \sigma') V \rangle \equiv \int d\tau \Gamma(\mathbf{p}, \sigma, \sigma', \omega, \mathbf{k}) V(\mathbf{p}).$$

При этом ось z ориентирована вдоль равновесной намагниченности ферромагнетика M . Уравнения (6), (7) описывают эффекты связи деформаций решетки с продольной компонентой спиновой плотности. Такая магнитодеформационная связь обусловлена сильным перелятивистским взаимодействием: кулоновским Φ и деформационным Λ_{ij} .

Имея в виду соответствие динамического и термодинамического рассмотрения, подчеркнем, что уравнения (3), (6) и (7) записаны в условиях неизменности температуры. В этом смысле можно говорить об изотермических динамических откликах. Однако в действительности необходима дальнейшая детализация понятия отклика. Для того чтобы это стало очевидным, определим с помощью уравнений (3), (6) и (7) потенциал самосогласованного электрического поля. При этом такой потенциал будем определять деформациями решетки и неравновесной спиновой плотностью (намагниченностью). Тогда, исключая из уравнений (3), (6), (7) неравновесную зарядовую плотность электронов и неравновесную магнитную индукцию, получаем следующее выражение для неравновесного электрического потенциала:

$$\Phi_M(\omega, \mathbf{k}) = \frac{4\pi e}{k^2 \varepsilon_M^l(\omega, \mathbf{k})} \left\{ \left(-\frac{Q}{e} \delta_{ij} + [1 - \varphi \chi_M^l(\omega, \mathbf{k})] A_{ij} \right) ik_j u_i(\omega, \mathbf{k}) + \right. \\ \left. + [1 - \varphi \chi_M^l(\omega, \mathbf{k})] \frac{\langle \Gamma(+, +) - \Gamma(-, -) \rangle}{\langle \Gamma(+, +) + \Gamma(-, -) \rangle} s_z(\omega, \mathbf{k}) \right\}, \quad (8)$$

где

$$A_{ij} = \langle \Lambda_{ij} [\Gamma(+, +) + \Gamma(-, -)] \rangle - \\ - \langle \Lambda_{ij} [\Gamma(+, +) - \Gamma(-, -)] \rangle \frac{\langle \Gamma(+, +) - \Gamma(-, -) \rangle}{\langle \Gamma(+, +) + \Gamma(-, -) \rangle}. \quad (9)$$

Возникающее при таком подходе новое выражение

$$\varepsilon_M^l(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{4\pi e^2}{k^2} \chi_M^l(\omega, \mathbf{k}) \equiv 1 + \\ + \frac{16\pi e^2}{k^2} \frac{\langle \Gamma(+, +) \rangle \langle \Gamma(-, -) \rangle}{4\varphi \langle \Gamma(+, +) \rangle \langle \Gamma(-, -) \rangle - \langle \Gamma(+, +) + \Gamma(-, -) \rangle} \quad (10)$$

является комплексной продольной диэлектрической проницаемостью электронов при постоянной намагниченности M , а $\chi_M^l(\omega, \mathbf{k})$ — соответствующей электронной поляризуемостью. Формула (10) существенно отличается от использующегося выражения для диэлектрической проницаемости (ср., например, [5, 6, 8]).

$$\varepsilon_B^L(\omega, \mathbf{k}) = 1 + \frac{4\pi e^2}{k^2} \chi_B^L(\omega, \mathbf{k}) \equiv \\ \equiv 1 + \frac{4\pi e^2}{k^2} \frac{4\psi \langle \Gamma(+, +) \rangle \langle \Gamma(-, -) \rangle - \langle \Gamma(+, +) + \Gamma(-, -) \rangle}{1 - (\varphi + \psi) \langle \Gamma(+, +) + \Gamma(-, -) \rangle + 4\varphi\psi \langle \Gamma(+, +) \rangle \langle \Gamma(-, -) \rangle}, \quad (11)$$

которое возникает в том случае, если потенциал неравновесного электрического поля определять деформациями решетки и неравновесной магнитной индукцией $\delta B_z(\omega, \mathbf{k})$, и является, таким образом, комплексной продольной диэлектрической проницаемостью электронов при постоянной магнитной индукции B , а $\chi_B^L(\omega, \mathbf{k})$ — соответствующая электронная поляризумость.

3. Для построения динамической теории упругих модулей при постоянной намагниченности обратимся к уравнению движения решетки ферромагнетика (ср. [10])

$$-\omega^2 \rho_m u_i(\omega, \mathbf{k}) + \lambda_{ij, kl}^{(0)} k_j k_l u_k(\omega, \mathbf{k}) = F_i(\omega, \mathbf{k}), \quad (12)$$

где ρ_m — плотность массы недеформированного ферромагнетика, $\lambda_{ij, kl}^{(0)}$ — тензор собственной упругости решетки, а $F(\omega, \mathbf{k})$ — Фурье-образ плотности силы, действующей на решетку со стороны электронов. явное выражение которой в соответствии с формулой (2) можно представить в виде

$$F(\omega, \mathbf{k}) = -ikQ\Phi(\omega, \mathbf{k}) + F^d(\omega, \mathbf{k}). \quad (13)$$

Здесь первое слагаемое отвечает кулоновскому взаимодействию электронов с решеткой, а второе отвечает деформационному взаимодействию и имеет следующий вид:

$$F_i^d(\omega, \mathbf{k}) = ik_j \sum_{\sigma=\pm 1} \int d\tau \Delta_{ij}(\mathbf{p}) [2ik_l u_l(\omega, \mathbf{k}) f_F(\varepsilon - \tau b) + \delta f(\mathbf{p}, \sigma, \tau, \omega, \mathbf{k})]. \quad (14)$$

Здесь в отличие от работ [6, 10, 11] явно выделен вклад, возникающий от равновесной функции распределения электронов. Обсуждение такого вклада, происходящего от учета локальной деформации объема, равной $ik_l u_l$, содержится в работах [13, 14].

Используя формулы раздела 2 и выражая неравновесные величины через $\delta B_z(\omega, \mathbf{k})$, мы получаем повторение результатов работы [6], а в простейшей модели, пренебрегающей деформационным потенциалом ($\Lambda_{ij}=0$), и повторение результатов работы [5], что позволяет прийти к заключению о непосредственной демонстрации того, что результаты этих работ отвечают упругим модулям при постоянной индукции. Отметим, что соответствующее термодинамическое рассмотрение в работе [7] также позволяет сделать такой вывод. Подчеркнем, что проведенный в [8] вывод статического модуля упругости, показавший эквивалентность подхода работы [8] и динамического подхода работы [5], полностью оставляет без ответа вопрос о различии модулей K_B и K_M . Это связано с тем, что названный авторами работы [8] их «подход полной энергии» игнорирует необходимость помнить о тех термодинамических переменных, которые описывают равновесное состояние магнетика.

В нашу задачу входит построение динамической теории модулей упругости, отвечающих постоянству намагниченности. Для этого, во-первых, подставим в формулу (13) выражение для электрического потенциала (8), а во вторых, в формуле (14) выразим δf через u_i и s_z . В результате получаем уравнение движения решетки ферромагнетика в виде

$$-\omega^2 \rho_m u_i(\omega, \mathbf{k}) + \lambda_{ij, kl}^M(\omega, \mathbf{k}) k_j k_l u_k(\omega, \mathbf{k}) = -ik_j R_{ij}^M(\omega, \mathbf{k}) \beta s_z(\omega, \mathbf{k}). \quad (15)$$

При этом

$$\begin{aligned} \lambda_{ij, kl}^M(\omega, \mathbf{k}) &= \lambda_{ij, kl}^{(0)} + \langle (\Lambda_{ij}\delta_{kl} + \Lambda_{kl}\delta_{ij})(f_+ + f_-) \rangle + \langle \Lambda_{ij}\Lambda_{kl} |\Gamma(+, +) + \\ &+ \Gamma(-, -) \rangle - \frac{\langle \Lambda_{ij} |\Gamma(+, +) - \Gamma(-, -) \rangle \langle \Lambda_{kl} |\Gamma(+, +) - \Gamma(-, -) \rangle}{\langle \Gamma(+, +) + \Gamma(-, -) \rangle} + \\ &+ \varphi [1 - \varphi \chi_M^l(\omega, \mathbf{k})] A_{ij} A_{kl} + \frac{4\pi e^2}{k^2 \varepsilon_M^l(\omega, \mathbf{k})} \left(\frac{Q}{e} \delta_{ij} - [1 - \varphi \chi_M^l(\omega, \mathbf{k})] A_{ij} \right) \times \\ &\times \left(\frac{Q}{e} \delta_{kl} - [1 - \varphi \chi_M^l(\omega, \mathbf{k})] A_{kl} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

представляет собой тензор динамических модулей упругости ферромагнитного металла при постоянной намагниченности (где $f_s = f_s(\epsilon - \epsilon_b)$), а тензор

$$\begin{aligned} R_{ij}^M(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{1 - \varphi \chi_M^l(\omega, \mathbf{k})}{\beta \varepsilon_M^l(\omega, \mathbf{k}) \langle \Gamma(+, +) + \Gamma(-, -) \rangle} \left\{ \frac{4\pi e Q}{k^2} \delta_{ij} \langle \Gamma(+, +) - \Gamma(-, -) \rangle + \right. \\ &+ \left[1 - 2 \left(\frac{4\pi e^2}{k^2} + \varphi \right) \langle \Gamma(+, +) \rangle \right] \langle \Lambda_{ij} \Gamma(-, -) \rangle - \\ &- \left. \left[1 - 2 \left(\frac{4\pi e^2}{k^2} + \varphi \right) \langle \Gamma(-, -) \rangle \right] \langle \Lambda_{kl} \Gamma(+, +) \rangle \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

описывает связь локального смещения решетки с неравновесной намагниченностью.

Для теории упругости представляет интерес предел $\omega = 0$ и $\hbar k \ll p_F$, где p_F — характерный фермиевский импульс электронов. В этом случае, используя для диэлектрической проницаемости (10) выражение

$$\epsilon_M^l(0, \mathbf{k}) = 1 + \frac{4\pi e^2}{k^2} \chi_M^l(0, 0) \equiv 1 + (kr_M)^{-2}, \quad (18)$$

где r_M — радиус дебаевского экранирования при постоянной намагниченности

$$r_M^2 = \frac{1}{4\pi e^2 \chi_M^l(0, 0)} = \frac{1}{16\pi e^2} \left(4\varphi + \frac{1}{\langle f'_+ \rangle} + \frac{1}{\langle f'_- \rangle} \right), \quad (19)$$

для статического тензора упругих модулей при постоянной намагниченности получаем из (16)

$$\begin{aligned} \lambda_{ij, kl}^M \equiv \lambda_{ij, kl}^M(0, 0) &= \lambda_{ij, kl}^{(0)} + \varphi \frac{Q^2}{e^2} \delta_{ij} \delta_{kl} + \langle (\Lambda_{ij}\delta_{kl} + \Lambda_{kl}\delta_{ij})(f'_+ + f'_-) \rangle + \\ &+ \langle \Lambda_{ij}\Lambda_{kl}(f'_+ + f'_-) \rangle - \frac{1}{\langle f'_+ \rangle} \left(\frac{Q}{2e} \delta_{ij} - \langle \Lambda_{ij} f'_+ \rangle \right) \left(\frac{Q}{2e} \delta_{kl} - \langle \Lambda_{kl} f'_+ \rangle \right) - \\ &- \frac{1}{\langle f'_- \rangle} \left(\frac{Q}{2e} \delta_{ij} - \langle \Lambda_{ij} f'_- \rangle \right) \left(\frac{Q}{2e} \delta_{kl} - \langle \Lambda_{kl} f'_- \rangle \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Выражение (20) совпадает с тензором упругих модулей при постоянной намагниченности, полученным в термодинамическом подходе [12], если в формуле (18) работы [12] пренебречь зависимостью от деформаций параметра обменного взаимодействия φ . Подчеркнем, что выражение (20) приводит к модулю всестороннего сжатия при постоянной намагниченности K_M , непрерывно меняющемуся при фазовом переходе 2-го рода.

Таким образом, мы показываем, как в динамическом подходе к теории упругости ферромагнитных металлов возникает выражение для тензора динамических модулей упругости, которое в статическом пределе приводит к статическому тензору модулей упругости при постоянной намагниченности. Тем самым, во-первых, мы указываем на необходимость четкого определения тех условий, применительно к которым в динамическом подходе определяется тот или иной отклик системы, а во-вторых, приме-

нительно к развитию самосогласованного флюктуационно-фононного (СФФ) подхода к теории магнетизма мы показываем, что в основу такого подхода можно кладь как термодинамическое, так и динамическое определение модулей упругости, не впадая при этом в противоречия, которые характерны для подхода работы [5].

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Döring W. // Ann. Phys. 1938. Bd 32. 5. Fol. S. 465—470.
- [2] Белов К. П., Катаев Г. И., Левитин Р. З. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. № 4 (10). С. 938—943.
- [3] Shimizu M. // Rept. Progr. Phys. 1981. V. 44. N 4. P. 329—409.
- [4] Hausch G., Warlimont H. // Acta Metallur. 1973. V. 21. P. 401—414; Hausch G. // J. Phys. Soc. Jap. 1974. V. 37. N 3. P. 819—823.
- [5] Kim D. J. // Phys. Rev. B. 1982. V. 25. N 11. P. 6919—6938.
- [6] Зверев В. М., Силин В. П. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 2 (8). С. 642—653.
- [7] Зверев В. М., Силин В. П. // ФММ. 1988. Т. 65. № 5. С. 895—906.
- [8] Kim D. J., Long M. W., Yeung W. // Phys. Rev. B. 1987. V. 36. N 1. P. 429—436.
- [9] Зверев В. М., Силин В. П. // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 45. № 4. С. 178—180; ЖЭТФ. 1987. Т. 93. № 2 (8). С. 709—722; Intern. Conf. Phys. Trans. Metals. Kiev, 1988. Abstracts. С. 75.
- [10] Силин В. П. // ЖЭТФ. 1960. Т. 38. № 3. С. 977—983.
- [11] Окулов В. И., Сплин В. П. // ФММ. 1983. Т. 55. № 5. С. 837—864.
- [12] Зверев В. М., Силин В. П. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 7. С. 1989—1998.
- [13] Конторович В. М. // УФН. 1984. Т. 142. № 2. С. 265—307.
- [14] Зимбовская Н. А., Окулов В. И. // ФММ. 1977. Т. 44. № 6. С. 1172—1179; Деп. ВИНИТИ № 2750-77 Деп. М., 1977. С. 1—41.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева АН СССР
Москва

Поступило в Редакцию
20 июля 1988 г.
В окончательной редакции
2 декабря 1988 г.