

УДК 531+539.2

НОВЫЕ ТИПЫ ДВУМЕРНЫХ ВИХРЕПОДОБНЫХ СОСТОЯНИЙ В МАГНЕТИКАХ

А. Б. Борисов, А. П. Танкеев, А. Г. Шагалов

Численными методами проведен анализ вихреподобных сингулярных распределений намагниченности, описываемых уравнением эллиптической синус-Гордон. Предсказаны вихревые структуры, возникающие при разрыве доменных границ, а также на их концах. Показано, что фазовый переход Березинского—Костерлица—Таулеса подавляется анизотропией в базисной плоскости. Исследована возможность термического зарождения областей обратной намагниченности (доменов) с помощью дипольной вихревой конфигурации.

К топологически устойчивым нелинейным возбуждениям (дефектам) в магнетиках относятся доменные границы (ДГ), вихри, линии и точки Блоха [1]. Эти возбуждения играют чрезвычайно важную роль: во-первых, целый ряд фундаментальных свойств магнитных материалов определяется поведением таких возбуждений; во-вторых, топологическая устойчивость позволяет считать их долгоживущими, что открывает возможности использования их в качестве элементов памяти запоминающих устройств. Трудно переоценить роль вихревых структур в динамических процессах, происходящих в ДГ. Кроме того, уже продемонстрирована возможность практической реализации идеи об использовании вертикальных блоховских линий — частного случая вихрей для кодирования информации в запоминающих устройствах [2].

Важнейшим для понимания природы статических и динамических свойств ферромагнетиков с вихрями является вопрос о структуре вихревых конфигураций. Магнитные топологические дефекты соответствуют решениям нелинейного уравнения Ландау—Лифшица — основного уравнения феноменологической теории магнетизма. При физически оправданных приближениях в большинстве случаев его удается свести к нелинейному уравнению синус-Гордон

$$\Delta u = \sin pu, \quad \Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2, \quad (1)$$

где $u(x, y)$ — некоторая величина, характеризующая параметр порядка (в случае ферромагнетиков это либо полярный, либо азимутальный углы, описывающие равновесную ориентацию вектора намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ в сферической системе координат при неизменной его длине); $p=1, 2, 4$ в зависимости от рассматриваемой в настоящей работе задачи.

Уравнение (1) описывает, например, распределение намагниченности в магнитных пленках с преобладающей анизотропией типа «легкая плоскость», когда в базисной плоскости имеется выделенное направление, обусловленное кристаллографической магнитной анизотропией или внешним постоянным магнитным полем. Если это направление создается постоянным магнитным полем, то $p=1$; если в базисной плоскости имеются «остатки» кубической анизотропии [3, 4], то $p=4$. И в том, и в другом случаях роль параметра $u(x, y)$ играет азимутальный угол φ вектора намагниченности. Уравнение (1) также описывает распределение азимутального угла φ в ДГ жестких цилиндрических магнитных доменов [5], тогда

$p=2$. Отметим, что пространственные переменные x, y в (1) нормированы на «толщину» дГ, соответствующей решаемой задаче.

Структура вихря важна не только при описании его собственной динамики. Она оказывает существенное влияние на динамические свойства дГ (подвижность и инерцию), а также заметно сказывается на межвихревых взаимодействиях, определяя характер коллективных эффектов.

С помощью уравнения (1) можно теоретически предсказывать и исследовать различные типы вихреподобных структур в магнетиках и решать два типа задач. К первому типу относятся задачи по определению тонкой (вихревой) структуры дГ. Задачи второго типа предполагают нахождение всевозможных вихревых конфигураций, не являющихся элементами доменных границ (цепочки вихрей, решетки и т. п.).

Отмеченные типы распределений намагниченности могут непосредственно наблюдаться с помощью магнитооптических и электронно-микроскопических методов в тонких пермалловых магнитных пленках [6], а в последние годы и в пленках ферритов-гранатов с наведенной анизотропией типа «легкая плоскость» [3, 4].

Вихревые распределения намагниченности, описываемые уравнением (1), характеризуются условием

$$\oint_{\Gamma} (\nabla u) dl = 2\pi k, \quad dl = (dx, dy) \quad (2)$$

(Γ — произвольный контур в плоскости x, y , окружающий некоторую точку x_0, y_0 — центр вихря — и ориентированный против часовой стрелки; k — любое целое число (заряд вихря), и асимптотикой вида

$$u \sim k \operatorname{arc} \operatorname{tg} (x/y) \quad (3)$$

в ядре вихря при $x, y \rightarrow 0$. Простейшее вихревое решение (1), содержащее одну особенность (3), получено аналитически в работах [7-9]. В случае легкоплоскостных магнетиков его можно представить как пересечение двух неелевских дГ (360, 180 или 90°, соответствующих $p=1, 2, 4$) с образованием особой точки (сингулярности) в области их пересечения. Конфигурация вихря как пересечение двух 90° доменных границ была смоделирована экспериментально в тонких пленках $\text{Eu}_{0.7}\text{Tm}_{0.5}\text{Ga}_{0.85}$ ферритов-гранатов с «остаточной» кубической анизотропией в плоскости пленки [4].

В работах [10, 11] был предложен метод построения вихреподобных состояний уравнения (1) и получен в аналитическом виде широкий класс вихревых решений: конфигурации нескольких вихрей, упорядоченные структуры (цепочки, плоские решетки) вихрей, дГ с вихревой структурой и т. д. Отметим, что все полученные решения представляют собой различные типы пересечений безграничных дГ. Вследствие этого энергия таких вихревых состояний пропорциональна размерам системы.

В настоящей работе исследуются вихреподобные магнитные состояния иной природы. Они получены численными методами, их энергия конечна. Численное решение уравнения (1) позволяет предсказать вихревые структуры, возникающие при разрыве дГ, а также на их концах. Заметим, что подобные сингулярности аналогичны по своей природе топологическим дефектам в ^3He на концах солитонов [12]. Исследуется также возможность термического зарождения областей обратной намагниченности (доменов) с помощью дипольной вихревой конфигурации.

1. Тонкая структура доменных границ и особенности вихревых состояний

Известно, что толщина дГ определяется конкуренцией энергии короткодействующего обменного взаимодействия и энергии магнитной анизотропии. Поэтому для изучения тонкой структуры дГ и ядер вихревых состояний необходимо проанализировать в первую очередь все сингулярные

распределения намагниченности, диктуемые обменными взаимодействиями, т. е. все сингулярные решения линейного уравнения

$$\Delta u_0 = 0. \quad (4)$$

Возможные типы распределений намагниченности $(M/M_s = \{\cos^2 u_0, \sin u_0\})$, соответствующие этим сингулярным решениям (4), приведены на рис. 1. В соответствии с установившейся терминологией [5] конфигурации a и e можно назвать проекциями вращающейся точки Блоха на базисную плоскость; состояния b и f — проекциями расходящейся и сходящейся точек Блоха соответственно. Состояния c и g можно назвать проекциями противовращающихся точек Блоха. То же самое относится к состояниям d и h . Очевидно, что состояние a можно получить вращением вокруг

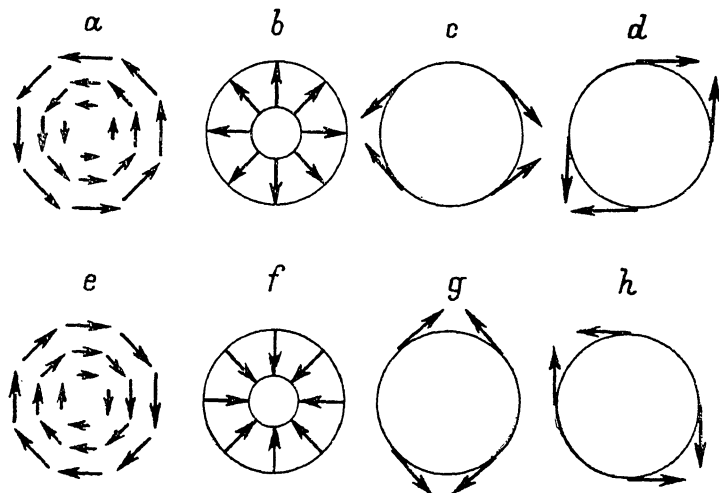


Рис. 1. Характерные типы распределений намагниченности, соответствующие сингулярным решениям уравнения (4).

нормали к плоскости против часовой стрелки каждого спина на угол 90° из состояния b ; аналогично из состояния f можно получить конфигурацию e . Тем не менее состояния a и b (точно так же e и f) существенно отличаются: a и e не заряжены ($\text{div } M=0$), b и f заряжены ($\text{div } M \neq 0$). Заряженными являются также состояния c, d, g и h . Иногда состояния типа a и e называют циркулярными (или круговыми) блоховскими линиями.

Отметим, что состояниям a и e отвечает распределение $u_0 = -\arctg(x/y)$, а состояниям b и f распределение $u_0 = \arctg(y/x)$.

Для описания структуры вихреподобного решения $u(x, y)$ вблизи особой точки с асимптотикой (3) можно использовать асимптотическое разложение, полученное непосредственно из уравнения (1). Для $p=1$ при $k=\pm 1$ и $k=\pm 4$ такое разложение имеет вид [13]

$$u(r, \varphi) = k(\varphi + \varphi_0) + u_1(\varphi)r + u_2(\varphi)r^2 + \dots, \quad (5)$$

где u_n — периодические функции $u_n(\varphi) = u_n(\varphi + 2\pi)$, φ_0 — произвольная постоянная, (r, φ) — полярная система координат с центром в сингулярной (особой) точке. Можно показать, что при $k=\pm 2, \pm 3$ это разложение другого типа

$$u(r, \varphi) = k(\varphi + \varphi_0) + u_1(\varphi)r + u_2(\varphi)r^2 \ln r + \dots \quad (6)$$

Из (5), (6) следует, что решение уравнения (1) можно разделить на две части: $u = u_0 + v$, где u_0 — поле, удовлетворяющее уравнению (4), является $\frac{p}{k}$ линейной суперпозицией вихрей с топологическими зарядами $k_i = \pm 1, \pm 2, \dots$, расположенными в точках $r_{0i} = (x_{0i}, y_{0i})$

$$u_v(x, y) = \sum_{i=1}^N \left[k_i \operatorname{arctg} \left(\frac{x - x_{0i}}{y - y_{0i}} \right) + \varphi_{0i} \right], \quad (7)$$

поле $v(x, y)$ не имеет топологического заряда.

Описанная структура $u(x, y)$ позволяет использовать для решения (1) следующую модификацию широко известного (см., например, [14, 15]) метода релаксации. Вместо уравнения (1) рассмотрим нелинейное уравнение для поля $v(x, y, t)$

$$-\partial v / \partial t + \Delta v = \sin(u_0 + v). \quad (8)$$

При $t=0$ полагалось $v=0$ и численно исследовалась релаксация к стационарному состоянию $v(x, y, t \rightarrow \infty)$. Тогда функция $u = u_0 + v(x, y, t)$

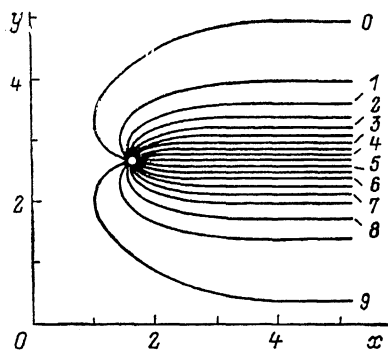


Рис. 2. Вихревое распределение намагниченности $u(x, y)$ с $p=1$.

u , рад: 0 — 0.16, 1 — 0.79, 2 — 1.41, 3 — 2.04, 4 — 2.67, 5 — 3.31, 6 — 4.24, 7 — 4.87, 8 — 5.49, 9 — 6.12.

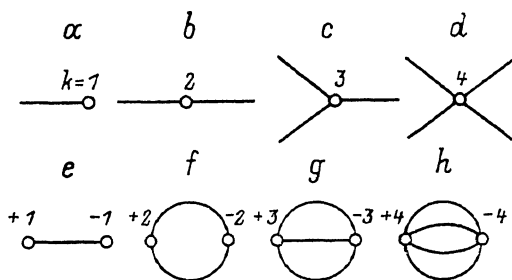


Рис. 3. Простейшие вихреподобные состояния, описываемые уравнением (1) при $p=1$.

∞) — решение уравнения (1) с N вихрями в фиксированных точках \mathbf{r}_{0i} . Указанный алгоритм автоматически реализует минимум энергии вида

$$E = \iint \left[\frac{1}{2} (\nabla u)^2 + (1 - \cos u) \right] dx dy, \quad (9)$$

описывающей распределение намагниченности (азимутального угла). Интегрирование в (9) идет по всей области расчета за вычетом малых областей радиусом $(a/\delta) \ll 1$ (δ — толщина соответствующей ДГ) вокруг особых точек (a — внутренний радиус обреза).

В результате численных расчетов найдены вихреподобные структуры различных типов. Простейшее из них имеет топологический заряд $k=1$ или -1 . Оно представляет собой полубесконечную 360° ДГ (или 2π -кинк), выходящую из центра вихря. Двумерное распределение намагниченности в этом случае показано на рис. 2. Схематически в виде диаграммы a он представлен на рис. 3, где сплошная линия означает ДГ.¹

Подобные 360° ДГ, по-видимому, реализуются в пермалловых пленках (толщиной менее 300 \AA), намагниченность которых лежит в плоскости пленки. Условия их возникновения и свойства были подробно изучены в [17] с помощью метода порошковых фигур и электронно-микроскопическими методами в [18] (см. также [19]). В [17] возникновение 360° ДГ связывают со взаимодействием между неелевскими 180° ДГ и дефектами (например, отверстиями и различными неферромагнитными включениями). На этих дефектах неелевские стенки задерживаются при перемагничивании под не очень большими углами к направлению легкого намагничивания, превращаясь при этом в 360° ДГ. Начинаясь таким образом

¹ Топологический анализ линейных солитонов, оканчивающихся на сингулярностях в упорядоченных средах (^3He , нематик), проведен в [12, 16].

на включении 360° ДГ может оканчиваться только на другом включении, причем величина включения должна быть критичной для взаимодействия со стенкой. В связи с этим в [18] указывалось на то, что 360° ДГ могут оканчиваться только на блоховских линиях (вихрях).

В работе получены также более сложные одновихревые решения с $k = \pm 2, \pm 3, \pm 4$. Они представляют собой $|k|$ полубесконечных 360° доменных границ, выходящих из центра вихря, как это схематически изображено на рис. 3, $b-d$. Энергия таких вихревых конфигураций (9) пропорциональна длине составляющих их отрезков ДГ и растет с увеличением размера системы.

С помощью численного анализа показано, что возможно образование вихревых конфигураций из N вихрей с нулевым суммарным топологическим зарядом

$$K = \sum_{i=1}^N k_i = 0, \quad (10)$$

обладающих конечной энергией. Простейшая из них состоит из отрезка 360° ДГ конечной длины L , соединяющего два вихря с $k=1$ и $k=-1$ (рис. 3,

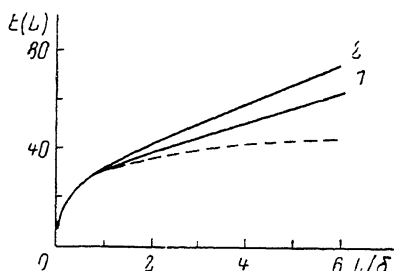


Рис. 4. Зависимость энергии конфигураций f (рис. 3) с $p=2$ (линия 1), e (рис. 3) с $p=1$ (линия 2) от длины сегмента ДГ L , соединяющего вихри.

Штриховая кривая соответствует энергии взаимодействия дипольной пары в линейной теории.

e). Зависимость энергии E (9) такой дипольной конфигурации E от L/δ представлена на рис. 4. Видно, что при $L/\delta \gg 1$ энергия диполя пропорциональна энергии сегмента доменной границы, т. е. $E \approx L/\delta$, а при $L/\delta \ll 1$ энергия взаимодействия вихрей такая же, как в линейной теории ($\Delta u_0 = 0$, что соответствует отсутствию анизотропии в базисной плоскости), $E \approx \approx \ln(L/\delta)$. С помощью численных методов также найдены более сложные дипольные конфигурации из вихрей с $k = \pm 2, \pm 3, \pm 4$ (рис. 3, $f-h$).

Рассмотренные выше вихревые конфигурации организуются из вихрей с $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$. В связи с этим возникает вопрос о зависимости энергии взаимодействия от расстояния между вихрями в соответствующих конфигурациях. Было показано, что энергия взаимодействия двух вихрей, заряженных одноименно ($k=1$) и образующих при сближении ДГ с тонкой структурой (рис. 3, b) [20], экспоненциально мала на расстояниях $R \gg \delta$, но при $R \leq \delta$ она логарифмически растет. Энергия взаимодействия двух вихрей с равными по величине и противоположными по знаку зарядами (при $k_1 = -k_2 = 1$) на расстояниях $R \gg \delta$ тоже экспоненциально мала, однако она уменьшается при $R \leq \delta$ и вихри при сближении образуют ДГ без тонкой структуры. Заметим, что хотя все конфигурации типа f, g, h могут быть получены топологическим «сложением» вихрей типа e , вопрос о стабильности таких состояний окончательно может быть решен при учете

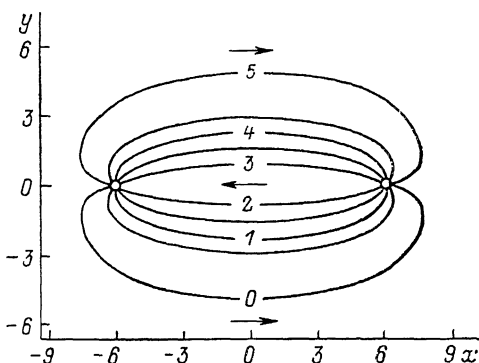


Рис. 5. Распределение намагниченности для вихревой конфигурации f (рис. 3) при $p=2$. $u(x, y)$: 0 — 0.11, 1 — 1.39, 2 — 2.67, 3 — 3.61, 4 — 4.89, 5 — 6.17 рад.

магнитостатики. В разделе 2 будет показано, что в материалах с конкретной анизотропией «выживают» только некоторые из вихревых состояний.

2. Реализация вихревых конфигураций в магнетиках со сложным характером анизотропии

Рассмотренные в разделе 1 распределения соответствовали случаю легкоплоскостного ферромагнетика с выделенным внешним постоянным магнитным полем направлением в базисной плоскости. Ниже рассмотрим

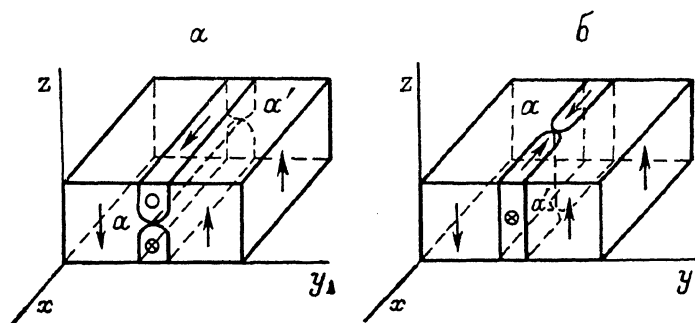


Рис. 6. Структура горизонтальной (а) и вертикальной (б) блоховских линий в легкоосных магнетиках ($p=2$).

другие, более сложные случаи кристаллографической анизотропии, соответствующие $p=2, 4$. Преобразованием

$$u' = pu, \quad x' = \sqrt{p}x, \quad y' = \sqrt{p}y \quad (11)$$

уравнение (1) с $p=2, 4$ сводится к случаю с $p=1$, однако топологический заряд преобразованного уравнения меняется

$$\oint (\nabla u') dl' = pk2\pi = \pm p2\pi, \quad \pm p^4\pi. \quad (12)$$

Это обуславливает качественное отличие ситуаций с $p=2, 4$ от $p=1$. Рассмотрим оба случая по отдельности.

а) Одноосная анизотропия в базисной плоскости ($p=2$). В этом случае реализуются 180° ДГ и, следовательно, топологический заряд вихрей кратен двум. Из одновихревых состояний здесь имеют место лишь типы b и d (рис. 3), причем «элементарной» является конфигурация b (см. также [20]). Из дипольных конфигураций реализуются f и h . В состоянии f вихри связаны отрезками 180° ДГ (рис. 5). Очевидно, что диполь f может служить зародышем обратно намагниченной фазы. Зависимость энергии диполя от расстояния между вихрями является монотонной (рис. 4, I).

б) Остаточная кубическая анизотропия в плоскости базиса ($p=4$). Все возможные вихревые спиновые состояния могут быть образованы 90° ДГ и элементарной конфигурацией типа d (рис. 3). Состоянием с конечной энергией является конфигурация типа h . Как уже отмечалось выше, вихрь типа d был смоделирован экспериментально в [4], где изучались его резонансные колебания.

Перейдем к обсуждению тонкой структуры ДГ в ферромагнетиках с анизотропией типа «легкая ось», когда $p=2$ и реализуются 180° блоховские ДГ. В этом случае описанные выше решения также дают некоторые состояния, имеющие нетривиальный физический смысл. Пусть ось легкого намагничивания Oz направлена вдоль нормали к плоскости пленки (пластины), параметр u в этом случае — полярный угол, описывающий равновесную ориентацию намагниченности. При этом реализуются две квази-

двумерные ситуации, сводящиеся к задаче (1)–(3), $u(y, z)$ и $u(x, y)$. Вектор \mathbf{M} лежит в плоскости zOx . В первом случае имеют место все описанные выше конфигурации, соответствующие $p=2$, с сингулярностью, которую можно назвать горизонтальной блоховской линией (ось дефекта параллельна плоскости пленки (рис. 6, а)). Во втором случае физический смысл имеет лишь решение типа b (рис. 3), а ядро вихря может рассматриваться как вертикальная блоховская линия (ось дефекта перпендикулярна плоскости пленки) — рис. 6, б. Полученные выше сингулярные состояния являются простейшей двумерной моделью блоховских линий, которые рассматриваются как соединение блоховских ДГ с фиксированными азимутальными углами с различными направлениями вращения намагниченности.

3. Термическое зарождение доменов

Среди полученных решений теоретический интерес представляет элементарная конфигурация типа f (рис. 3, 5), состоящая из двух вихрей с $k=1$ и $k=-1$, соединенных двумя отрезками 180° ДГ. Она может рассматриваться как зародыш новой обратно намагниченной фазы. Проанализируем зависимость среднестатистических размеров диполя от температуры. В модели свободных диполей указанный размер определяется формулой [4]

$$\langle L^2 \rangle = \frac{\int_a^\infty dl l^3 \exp[-E(l)/T]}{\int_a^\infty dl l \exp[-E(l)/T]}, \quad (13)$$

где

$$E(l) = \int \left\{ \frac{1}{2} \alpha (\nabla M)^2 - \frac{1}{2} \beta M_x^2 \right\} d\tau \quad (14)$$

— энергия диполя, T — температура в энергетических единицах, α — константа обменного взаимодействия, β — константа магнитной анизотропии. Для оценки радиуса обрезания a можно воспользоваться результатами работы [4], если вектор \mathbf{M} в ядре вихря выходит из базисной плоскости. В дальнейшем удобно перейти к безразмерным переменным: $r' = r/2\delta$, $\delta^2 = \alpha/\beta$, $T' = T/J$ ($J = \alpha d M_s^2$), d — толщина пленки. Зависимость $\sqrt{\langle L^2 \rangle}/\delta$ от T' приведена на рис. 7. Она существенно отличается от зависимости $L(T)$, полученной в модели свободных диполей (штриховая линия на рис. 7) [21]

$$L(T) = a^2 \frac{\frac{5}{2} \pi J - T}{\pi J - 2T}. \quad (15)$$

При $T \rightarrow T_{кр} = (\pi/2)J$ расстояние между вихрями неограниченно увеличивается, что приводит к диссоциации диполя на свободные вихри (термическое зарождение вихрей). В нашем случае, как следует из (13), диполь существует и при $T > T_{кр}$, причем в этой области

$$\langle L^2(T) \rangle \approx a^2 \frac{2}{32\frac{1}{2}} (T/J)^2, \quad (16)$$

т. е. фазовый переход Березинского—Костерлица—Таулеса подавляется анизотропией. Это следует из того, что вихревой диполь образуется из сегмента доменной границы, существование которой обусловлено анизотропией.

Обсудим кратко возможность экспериментальной проверки полученных результатов. Для того чтобы термически возбуждаемый диполь имел макроскопические размеры, необходимо, чтобы величина J была как можно меньше, а следовательно, малыми должны быть толщина пленки, намагниченность насыщения M_s и параметр α . Эти условия, по-видимому,

трудно выполнимы для традиционных пленочных материалов (ферриты-гранаты, пермаллои), однако могут быть реализованы в супертонких пленках, квазидвумерных магнетиках и т. д.

Отметим, что при расчетах пренебрегалось магнитостатическим взаимодействием. Поскольку рассмотренные двумерные вихревые конфигурации состоят из квазидвумерных ДГ, влияние магнитостатики на структуру ДГ легко учесть в локальном приближении, что приведет к изменению ее ширины; нелокальной же частью в случае малых намагниченностей можно пренебречь. Сложнее обстоит дело с ядром вихря, где распределение

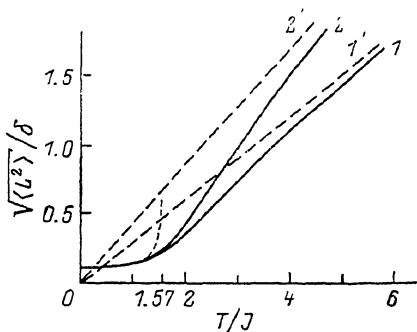


Рис. 7. Зависимость среднестатистического размера $\sqrt{\langle L^2 \rangle} / \delta$ вихревого диполя от температуры T .

1 — конфигурация e ($p=1$), 2 — f ($p=2$), 1' — асимптота 0.31 (T/J), 2' — 0.44 (T/J).

намагниченности сингулярное. В ядре вихря магнитостатическое поле в общем случае имеет особенность ($\text{div } \mathbf{M} \sim r^{-1}$), поэтому магнитный момент выходит из базисной плоскости, понижая энергию системы.

Полученные результаты могут найти также экспериментальное подтверждение в антиферромагнетиках или слабых ферромагнетиках, где дипольные взаимодействия пренебрежимо малы.

В заключение выражаем благодарность за обсуждение результатов работы М. И. Куркину и Б. Н. Филиппову. Мы признательны также В. В. Дякину за указание на разложение (6).

Список литературы

- [1] Kleman M. // Points, lines and walls in liquid crystals, magnetic systems and various ordered media. Chichester—New York—Brisbane—Toronto—Singapore. J. Wiley and Sons Ltd., 1983. 322 p.
- [2] Юрченко С. Е. // Микроэлектроника. 1986. Т. 15. № 1. С. 3—15.
- [3] Kryder M. H., Gallagher T. J., Scranton R. A. // J. Appl. Phys. 1982. V. 53. N 8. P. 5810—5814.
- [4] Argyle B. E., Terrenzio E., Slonczewski J. C. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. N 2. P. 190—193.
- [5] Малоземов А., Слоузуски Дж. Доменные стенки в материалах с цилиндрическими доменами. М.: Мир, 1982. 382 с.
- [6] Суху Р. Магнитные тонкие пленки. М.: Мир. 1967. 423 с.
- [7] Khodenkov H. E. // Phys. St. Sol. 1984. V. 63 (a). N 2. P. 461—473.
- [8] Hudak O. // Phys. Lett. 1982. V. 89A. N 5. P. 245—248.
- [9] Takeno S. // Progr. Theor. Phys. 1982. V. 68. N 3. P. 992—995.
- [10] Борисов А. Б., Танкеев А. П., Шагалов А. Г. // ФММ. 1985. Т. 60. № 3. С. 467—479.
- [11] Borisov A. B., Tankeyev A. P., Shagalov A. G., Bezmaternih G. V. // Phys. Lett. 1985. V. 111A. N 2. P. 15—18.
- [12] Mineyev V. P., Volovik G. E. // Phys. Rev. B. 1978. V. 18. N 7. P. 3197—3203.
- [13] Borisov A. B., Kiseliev V. V. // Physica D. 1988. V. 31. N 1. P. 49—64.
- [14] Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
- [15] Adler S. L., Piran T. // Rev. Mod. Phys. 1984. V. 56. N 4. P. 1—40.
- [16] Овидько И. А. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 4. С. 1301—1303.
- [17] Smith D. O., Harte K. J. // J. Appl. Phys. 1962. V. 33. N 4. P. 1399—1413.
- [18] Feldtkeller E., Liesk W. // Zs. angew. Phys. 1962. V. 14. N 4. P. 195—199.
- [19] Шюппель В., Камберский В. // Тонкие ферромагнитные пленки / Под ред. Р. В. Телескина. М.: Мир, 1964. С. 105—158.
- [20] Овидько И. А., Ромагов Е. П. // Теоретическое и экспериментальное исследование дисклинаций / Под ред. В. И. Владимировой. Л., ФТИ АН СССР, 1986. С. 6—53.
- [21] Kosterlitz J. M., Thouless D. J. // J. Phys. C. Sol. St. Phys. 1973. V. 6. [N 3. P. 1181—1203.