

УДК 538.115

**СПЕКТР СПИНОВЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ  
В КУБИЧЕСКИХ МАГНЕТИКАХ  
С КОНКУРИРУЮЩЕЙ АНИЗОТРОПИЕЙ,  
ОБУСЛОВЛЕННОЙ ЯН-ТЕЛЛЕРОВСКИМИ  
ПРИМЕСНЫМИ ЦЕНТРАМИ**

*М. А. Иванов, Л. Д. Фальковская, А. Я. Фишман*

Исследован спектр низкочастотных возбуждений магнетика с конкурирующей примесной анизотропией. Найдены закон дисперсии спиновых волн, концентрационная и температурная зависимости предельной частоты в различных областях фазовой диаграммы. Показано, что в угловой фазе возникает бесщелевая мода, а закон дисперсии магнонов характеризуется акустической зависимостью от волнового вектора.

1. Известно, что примесные центры с орбитально вырожденным основным состоянием существенно влияют на магнитную анизотропию и магнитоупругие свойства магнетиков, так как для ян-тэллеровских (ЯТ) ионов спин-орбитальное взаимодействие проявляется в более низких порядках теории возмущений по отношению к кристаллическому полю, чем для чисто спиновых центров. В результате, если типы легких осей для спинов матрицы и ЯТ ионов (или для двух классов ЯТ примесей) различаются, то в системе при сравнительно низких концентрациях примесей могут иметь место спин-переориентационные фазовые переходы с образованием, в частности, промежуточной угловой фазы [1-4].

К настоящему времени накоплен сравнительно большой экспериментальный материал по ФМР исследованиям кубических магнетиков с ЯТ ионами [5], в том числе для систем с конкурирующей анизотропией. Для ряда таких магнетиков (со структурой шпинели, граната и ЯТ ионами группы железа) исследованы особенности спектра ФМР в насыщающих магнитных полях. Например, для халькогенидных хромовых шпинелей установлена связь между типом ЯТ ионов и характером угловых зависимостей резонансного поля и ширины линии ФМР, показана перестройка спектра ФМР с изменением концентрации и типа ЯТ центров [6, 7].

Настоящая работа посвящена анализу особенностей спектра спиновых возбуждений магнетика с конкурирующей анизотропией в слабых магнитных полях или в их отсутствие. Рассматриваются магнетики с ЯТ ионами группы железа, основное состояние которых в кубическом кристаллическом поле двукратно вырождено (E-терм).<sup>1</sup> Найден закон дисперсии спиновых волн, в том числе концентрационная и температурная зависимости предельной частоты. Так, в динамическом пределе эффекта ЯТ в угловой фазе (УФ) возникает бесщелевая мода (в пренебрежении второй константой анизотропии матрицы). При этом в спектре спиновых волн имеется область с акустическим законом дисперсии, которая и стабилизирует состояние УФ.

<sup>1</sup> Фазовые состояния указанных систем были исследованы авторами ранее в работах [2, 4].

2. Гамильтониан кубического магнетика с двукратно вырожденными ЯТ центрами может быть представлен в следующем виде (если пренебречь несущественным при анализе низкочастотных состояний различием спинов и обменных параметров на ионах примеси и матрицы):

$$\begin{aligned}
 \hat{H} &= \hat{H}_0 + \hat{H}_{\text{прим}}, \\
 \hat{H}_0 &= \sum_{\mathbf{k}} \{a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} [\varepsilon_{\mathbf{k}} - 4DS^3(1 - 5f_0)] + 3DS^3(f_1 a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} + f_1^* a_{\mathbf{k}}^+ a_{-\mathbf{k}}^+) + \\
 &\quad + 2^{3/2} N^{1/2} \delta_{\mathbf{k}0} D S^{7/2} (f_2 a_{\mathbf{k}} + f_2^* a_{-\mathbf{k}}^+)\}, \\
 \hat{H}_{\text{прим}} &= \sum_s \tilde{\omega}_0 \hat{\tau}_{ss} + \tilde{D}_0 (2S)^{3/2} \sum_s \sum_{\mathbf{k}} N^{-1/2} \exp\{i\mathbf{k}\mathbf{R}_s\} [\hat{\tau}_{ss} (\tilde{f}_2 a_{\mathbf{k}} + \tilde{f}_2^* a_{-\mathbf{k}}^+) + \\
 &\quad + \hat{\tau}_{sx} (f_5 a_{\mathbf{k}} + f_5^* a_{-\mathbf{k}}^+) + 2\tilde{D}_0 S \sum_s \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}_1} N^{-1} \exp\{i\mathbf{R}_s\} (\mathbf{k} + \mathbf{k}_1) \times \\
 &\quad \times [\hat{\tau}_{sz} (f_8 a_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}_1} + f_8^* a_{-\mathbf{k}}^+ a_{-\mathbf{k}_1}^+ - (1 - 3f_0)^{1/2} a_{-\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}_1}) + \hat{\tau}_{sx} (f_4 a_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}_1} + f_4^* a_{-\mathbf{k}}^+ a_{-\mathbf{k}_1}^+)], \\
 \hat{\tau}_{ss} &= \hat{u}_{E\theta, s} \cos \varphi + \hat{u}_{E\epsilon, s} \sin \varphi, \quad \hat{\tau}_{sx} = -\hat{u}_{E\theta, s} \sin \varphi + \hat{u}_{E\epsilon, s} \cos \varphi, \\
 \tilde{\omega}_0 &= 2 |\tilde{D}_0| S^2 (1 - 3f_0)^{1/2}/3, \quad \cos \varphi = (3\gamma_2^2 - 1)(1 - 3f_0)^{-1/2}/2, \\
 f_0 &= \sum_{i<j} \gamma_i^2 \gamma_j^2, \quad \tilde{f}_2 = f_2 (1 - 3f_0)^{-1/2}/2, \quad \hbar = k_B = 1. \tag{1}
 \end{aligned}$$

Здесь  $a_{\mathbf{k}}^+$ ,  $a_{\mathbf{k}}$  — операторы рождения и уничтожения магнонов с волновым вектором  $\mathbf{k}$ ;  $D$ ,  $D_0$  — параметры одноионной анизотропии для спинов матрицы и примеси;  $\hat{u}_{E\mu}$  ( $\mu = \theta, \epsilon$ ) — электронные орбитальные операторы; индекс « $s$ » нумерует ЯТ центры;  $\gamma_i$  — направляющие косинусы намагниченности;  $N$  — число магнитных атомов в кристалле; функции  $f_i = f_i(\gamma)$  с  $i=1-4$  будут приведены позднее.

Рассмотрим случай динамического эффекта ЯТ, когда переход от электронных операторов к вибронным совершается простым домножением параметров перед операторами  $\hat{u}_{E\mu}$  на фактор вибронной редукции  $q$  ( $\tilde{D}_0$ ,  $\tilde{\omega}_0 \rightarrow q\tilde{D}_0 = D_0$ ,  $q\tilde{\omega}_0 = \omega_0$ ) [8]. При этом операторы  $\hat{u}_{E\mu}$  в базисе двух стандартных вибронных функций нижайшего дублета имеют вид [8]

$$\hat{u}_{E\theta} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{u}_{E\epsilon} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Аналогичный вид имеют и операторы  $\hat{\tau}_z$ ,  $\hat{\tau}_x$ , если для базисных функций использовать преобразование поворота на угол  $\varphi/2$ . Равновесное направление намагниченности системы определяется, как обычно, из условия зануления линейных по магнонным операторам слагаемых в гамильтониане (1)

$$\begin{aligned}
 [D S^2 + x D_0 \langle \hat{\tau}_z \rangle (1 - 3f_0)^{-1/2}/2] f_2 &= 0, \\
 \langle \hat{\tau}_z \rangle &= -\text{th}(\omega_0/T), \quad f_2 = \sum_i \gamma_i^3 A_i, \tag{3}
 \end{aligned}$$

где  $\langle \dots \rangle$  означает квантовостатистическое среднее, а величины  $A_i$  описывают переход от спиновых операторов  $S_i$ , определенных в кубическом базисе, к операторам  $S_z$ ,  $S^+$ ,  $S^-$ , связанным с равновесным направлением намагниченности  $S_i = \gamma_i S_z + A_i S^+ + A_i^* S^-$  [9];  $x$  — концентрация ЯТ примесей.

Видно, что условие (3) автоматически выполняется для симметричных направлений намагниченности [111], [001] и [110] типа из-за обращения функции  $f_2$  в нуль. Для промежуточных направлений намагниченности в системах с конкурирующей анизотропией выражение (3) представляет уравнение угловой фазы [3]. Поскольку примесная подсистема характеризуется легкими осьями (ЛО) [001] типа (расщепление вибронного дублета для этих направлений намагниченности максимально), конкуренция анизотропий имеет место в магнетике с параметром анизотропии  $D > 0$ , когда первая константа анизотропии матрицы отрицательна ( $K_1 =$

$= -2NDS^4 < 0$ ) и ЛО матрицы отвечает направлениям [111] типа. С ростом концентрации в УФ происходит поворот вектора намагниченности от тригональной к тетрагональной оси. При этом в случае примесей с динамическим эффектом ЯТ УФ характеризуется единственным параметром  $\eta = (1 - 3f_0)^{1/2}$ . Тогда при заданном значении  $\eta$  (или определенных величинах концентрации ЯТ примесей и температуры) имеет место вырождение свободной энергии по направлениям намагниченности с направляющими косинусами  $\gamma$  ( $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ ), при которых  $\eta(\gamma) = \eta$ . Как следствие этого вырождения в спектре магнитных возбуждений должна наблюдаться бесщелевая мода, а закон дисперсии магнитов должен иметь участок с акустической зависимостью от волнового вектора.

Преобразуем гамильтониан (4), сохраняя в нем слагаемые, описывающие резонансное взаимодействие спиновых волн с двухуровневой системой, и отбрасывая ангармонические члены, пропорциональные  $(\hat{t}_z - \langle \hat{t}_z \rangle)a$  и  $(\hat{t}_z - \langle \hat{t}_z \rangle)aa$

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{k}} \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{\dagger} a_{\mathbf{k}} + \sum_s \omega_0 \hat{v}_{ss} + \sum_{\mathbf{k}} \left\{ \Delta_1 a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} / 2 + N^{-1/2} \sum_s \exp \{i\mathbf{k}\mathbf{R}_s\} \Delta_2 \hat{v}_{sx} a_{\mathbf{k}} + \text{с. с.} \right\}, \quad (4)$$

$$\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}} = \epsilon_{\mathbf{k}} + \epsilon_0, \quad \epsilon_0 = -4DS^3(1 - 5f_0) - 2xD_0S\langle \hat{t}_z \rangle(1 - 3f_0)^{1/2},$$

$$\Delta_1/2 = f_1 [3DS^3 + xD_0S(1 - 3f_0)^{-1/2}\langle \hat{t}_z \rangle / 2], \quad \Delta_2 = D_0(2S)^{3/2}f_5,$$

$$f_1 = 4 \sum_s \gamma_s^2 A_s^2, \quad f_5 = -A_x \gamma_x \cos \varphi + (A_x \gamma_x - A_y \gamma_y) \sin \varphi / \sqrt{3}.$$

Гамильтониан (4) в каждой из трех областей фазовой диаграммы [3] может быть упрощен благодаря симметрии угловых зависимостей  $f_i(\gamma)$ . Так, в фазе с ЛО [111] типа тождественно обращаются в нуль параметры  $\eta(\omega_0, \langle \hat{t}_z \rangle)$  и  $f_1(\Delta_1)$ . В условиях УФ (3) для величины  $\epsilon_0$  и  $\Delta_1$  имеем

$$\Delta_1 = 4DS^3f_1, \quad \epsilon_0 = 8DS^3f_0. \quad (5)$$

В фазе с тетрагональными осями легкого намагничивания [001] типа, когда  $f_1 = f_5 = 0$  ( $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ ), в гамильтониане (4) остаются лишь два первых слагаемых.

Рассмотрим спектр элементарных возбуждений системы с гамильтонианом (4). Из уравнения движения для Фурье-образа магнитной функции Грина  $\langle\langle a_{\mathbf{k}} | a_{\mathbf{k}}^{\dagger} \rangle\rangle_{\omega}$  можно получить

$$\langle\langle a_{\mathbf{k}} | a_{\mathbf{k}}^{\dagger} \rangle\rangle_{\omega} = (\omega^2 - \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}}^2 + |\Delta_1|^2 - R[(\Delta_2^*)^2 \Delta_1 + \Delta_2^* \Delta_1^* - 2\tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}} |\Delta_2|^2])^{-1} (\omega + \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}} - R|\Delta_2|^2),$$

$$R = 4x\langle \hat{t}_z \rangle \omega_0 (\omega^2 - \omega_0^2)^{-1}. \quad (6)$$

При концентрациях  $x$ , меньших критической концентрации  $x_1(T) = -3TDD_0^{-2}$  перехода в УФ, для полюсов гриновской функции (6) имеем

$$\omega_I = \epsilon_{\mathbf{k}} + s/3DS^3, \quad \omega_{II} = \omega_0 = 0. \quad (7)$$

Таким образом, в фазе с ЛО [111] типа спектр спиновых волн остается неперенормированным, а примесная частота  $\omega_0 = 0$ .

В области концентраций, отвечающих УФ

$$x_1(T) \leq x \leq x_2(T) = 2DS^2D_0^{-1} \operatorname{ctn} [2D_0S^2(3T)^{-1}],$$

спектр системы определяется следующим уравнением:

$$\omega^2 - \tilde{\epsilon}_{\mathbf{k}}^2 - 16DS^3f_0\epsilon_{\mathbf{k}} [1 + \omega_0^2(\omega^2 - 4\omega_0^2)^{-1}f_0^{-1}(f_0 - 9\Phi)(1 - 3f_0)^{-1}] - 3(8DS^3)^2\Phi\omega^2(\omega^2 - 4\omega_0^2)^{-1} = 0, \quad (8)$$

где  $\Phi \equiv \Phi(\gamma) = \gamma_x^2\gamma_y^2\gamma_z^2$ , а функция  $f_0(\gamma) = (1 - \gamma^2)/3$  при заданной температуре однозначно связана с концентрацией ЯТ ионов. В частности, при  $T \rightarrow 0$  К из (3) имеем  $\eta = xD_0(2DS^2)^{-1}$ . Область возможных изменений функции  $\Phi(\gamma)$  при фиксированной величине параметра УФ лежит в интервалах

$$1 - 3\eta^2 - 2\eta^3 \leq 27\Phi \leq 1 - 3\eta^2 + 2\eta^3 \text{ при } 0 \leq \eta \leq 1/2 \text{ и } 0 \leq 27\Phi \leq 1 - 3\eta^2 + 2\eta^3 \text{ при } 1/2 \leq \eta \leq 1.$$

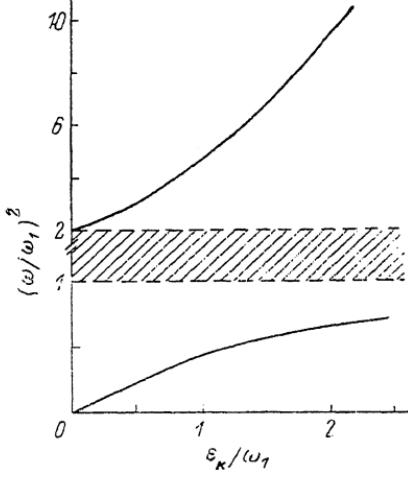
В общем случае энергии двух ветвей спектра (магнонов и примесных возбуждений), связанных резонансным взаимодействием, определяются корнями биквадратного уравнения (8)

$$\begin{aligned} \omega_{\pm}^2(k) &= [-b \pm (b^2 - 4c)^{1/2}]/2 = -2c[b \pm (b^2 - 4c)^{1/2}]^{-1}, \\ -b &= 4\omega_0^2 + 27\omega_1^2\Phi + \epsilon_k^2 + 6\epsilon_k\omega_1 f_0, \quad c = 4\omega_0^2\epsilon_k [\epsilon_k + \omega_1 G(\gamma)], \\ G(\gamma) &= 9(f_0 - 4f_0^2 + 3\Phi)(1 - 3f_0)^{-1/2}, \quad \omega_1 = 8DS^3/3, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\omega_1$  — энергия щели в затравочном спектре магнонов. Видно, что при  $k=0$  решениям (9) отвечают бесщелевая мода для магнонов с  $\omega_-(k=0)=0$

и перенормированная энергия примесных возбуждений  $\omega_+(k=0) = (4\omega_0^2 + 27\omega_1^2\Phi)^{1/2}$ . При этом последняя зависит через функцию  $\Phi(\gamma)$  от направления намагниченности на гиперповерхности, отвечающей заданному значению параметра УФ (т. е. фиксированным величинам  $x$  и  $T$ ).

При  $k \neq 0$  низкочастотная магнитная ветвь  $\omega_-(k)$  характеризуется наличием области с акустическим законом диспер-



Дисперсионные зависимости спектра элементарных возбуждений в УФ.

Заштрихованная область отвечает запрещенной зоне. Параметр  $2\omega_0/\omega_1 = 1$ .

ции. Так, вдали от границы УФ с фазой, отвечающей тригональным ЛО, для энергий указанных возбуждений, полагая  $\omega_0 \gg \omega_1$ , получаем

$$\begin{aligned} \omega_-^2(k) &= \epsilon_k (\epsilon_k + \omega_1 G(\gamma)), \quad \omega_0 > \epsilon_k, \\ \omega_-^2(k) &= 4\omega_0^2, \quad \omega_0 < \epsilon_k. \end{aligned} \quad (10)$$

Видно, что ширина области с линейной зависимостью  $\omega$  от  $k$  ( $\omega^2$  от  $\epsilon_k$ ) оказывается порядка затравочной щели  $\omega_1$  в спектре магнонов в широком диапазоне концентраций и температур УФ. При стремлении  $x$  и  $T$  к границам УФ с фазой, отвечающей тетрагональной ЛО, ширина указанной области стремится к нулю ( $G(\gamma) \rightarrow 0$ , так как  $f_0 \rightarrow 0$  и  $\Phi \rightarrow 0$ ). Характер зависимости скорости звука (пропорциональной  $G^{1/2}(\gamma)$ ) от направления намагниченности в УФ связан с видом изоэнергетических поверхностей в угловом пространстве  $(\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z)$  и определяется величиной соответствующего градиента свободной энергии  $F=F(\eta)$ . В этом нетрудно убедиться, если преобразовать функцию  $G(\gamma)$  к виду  $G(\gamma)=(\nabla\eta)^2/2$ .

Вблизи границы УФ с фазой, отвечающей тригональным ЛО, где  $\omega_0 < \omega_1$ , решения (9) могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \omega_-^2(k) &= 4\omega_0^2(\epsilon_k^2 + \epsilon_k\omega_1 G(\gamma))(\epsilon_k^2 + 6\epsilon_k\omega_1 f_0 + 27\omega_1^2\Phi)^{-1} \approx 4\omega_0^2\epsilon_k(\epsilon_k + \omega_1)^{-1}, \\ \omega_+^2(k) &= (\omega_1 + \epsilon_k)^2 + 4\omega_0^2 - \omega_-^2(k). \end{aligned} \quad (11)$$

Видно, что по мере приближения  $x \rightarrow x_1(T)$  характерный диапазон энергий, где имеет место линейный закон дисперсии, стремится к нулю вместе с  $\omega_0$ . Однако в отличие от границы с [100] фазой область волновых векторов, для которых имеет место акустический закон дисперсии, определяется значениями  $\epsilon_k \sim \omega_1$ , как и внутри области УФ, т. е. не меняется с концентрацией при уменьшении  $x$ .

Поведение низкочастотной ветви спектра в области величин  $\epsilon_k > \omega_0$ ,  $\omega_1$  характеризуется асимптотическим приближением энергии возбуждений

$\omega_-(\mathbf{k})$  с ростом  $\varepsilon_{\mathbf{k}}$  к граничному значению  $2\omega_0$ . Между энергиями  $\omega_+(\mathbf{k}=0)=(4\omega_0^2+27\omega_1^2\Phi)^{1/2}$  и  $2\omega_0$  в спектре УФ находится запрещенная зона, ширина которой  $\delta$  падает по мере поворота намагниченности в УФ от тригональной оси (где  $\delta=\omega_1-2\omega_0$ ) к тетрагональной (где  $\delta=-27\omega_1^2\Phi(4\omega_0)^{-1}\rightarrow 0$ ). Типичные дисперсионные зависимости приведены на рисунке.

Рассмотрим теперь выражения для энергий элементарных возбуждений (магнонов и примесных ЯТ переходов) в фазе с тетрагональной ЛО, реализующейся при концентрациях ЯТ ионов  $x > x_2(T)$

$$\begin{aligned}\omega_I &= \varepsilon_{\mathbf{k}} + \varepsilon_0, \quad \varepsilon_0 = 3\omega_1 [xx_2^{-1}(T) - 1]/2, \\ \omega_{II} &= 2D_0 S^2/3.\end{aligned}\quad (12)$$

Ширина щели в указанной фазе линейно растет с концентрацией примесных центров.

В заключение отметим, что в случае примесей со статическим эффектом ЯТ спектр магнонов характеризуется конечной величиной щели, за исключением окрестностей точек фазового перехода второго рода из УФ в фазу с ЛО [001] или [110] типа.

#### Список литературы

- [1] Белов К. П., Звездин А. К., Кадомцева А. М., Левитин Р. З. Ориентационные переходы в редкоземельных магнетиках. М.: Наука, 1979. 320 с.
- [2] Иванов М. А., Локтев В. М., Погорелов Ю. Г. // ФНТ. 1985. Т. 11. № 6. С. 620—630.
- [3] Иванов М. А., Фишман А. Я. // ФНТ. 1988. Т. 14. № 3. С. 278—288.
- [4] Иванов М. А., Фишман А. Я. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 9. С. 2761—2763.
- [5] Крупичка С. Физика ферритов и родственных им окислов. М.: Мир, 1976. Т. 2. 504 с.
- [6] Никифоров К. Г., Пасенко Л. Я., Эмириян Л. М., Гуревич А. Г., Радаутсан С. И., Тэзлэван В. Е. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 1. С. 229—230.
- [7] Nikiforov K. G., Gurevich A. G., Radautsan S. I., Emiryan L. M., Tezlevan V. E. // Phys. St. Sol. (a). 1982. V. 72. N 1. P. K37—K39.
- [8] Ham F. S. Electron Paramagnetic Resonance. N. Y., Plenum Press, 1972. P. 1—119.
- [9] Тябликов С. В. Методы квантовой теории магнетизма. М.: Наука, 1975. 528 с.

Институт metallurgii УрО АН СССР  
Свердловск

Поступило в Редакцию  
15 ноября 1988 г.