

УДК 534.2

РАСSEЯНИЕ ОБЪЕМНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН РАЗЛИЧНЫХ ПОЛЯРИЗАЦИЙ ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ НА СТАТИСТИЧЕСКИ ШЕРОХОВАТУЮ СВОБОДНУЮ ГРАНИЦУ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В. В. Косачев, Ю. Н. Лохов, В. Н. Чуков

В борновском приближении теории возмущений с помощью метода функции Грина, развитого в работах [17, 19], решена задача о рассеянии объемных акустических волн разных поляризаций при их падении под произвольным углом на статистически шероховатую свободную границу изотропного твердого тела. Для гауссовой формы корреляционной функции шероховатости найдены выражения для коэффициентов трансформации падающей волны по энергии в рассеянные объемные SV -, SH -, P -волны и поверхностные волны Рэлея в зависимости от поляризации, частоты и угла скольжения падающей волны, параметров шероховатости и коэффициента Пуассона среды σ . Рассмотрены предельные случаи низких и высоких частот. С помощью численного расчета для среды с $\sigma = 0.25$ полученные аналитические результаты проиллюстрированы графически. Указано на возможность использования полученных результатов для экспериментального исследования остаточных потерь [9, 10] и неразрушающего акустического контроля параметров микропрофиля шероховатости поверхности твердого тела.

1. В последнее время вызывают интерес задачи, связанные с распространением объемных (ОАВ) и поверхностных (ПАВ) акустических волн в твердых телах, имеющих шероховатую границу. Это обусловлено широким применением акустических средств диагностики для анализа структуры объема и поверхности твердых тел. Одним из наиболее подробно изученных теоретически и экспериментально является вопрос о рассеянии ОАВ на свободной границе твердого тела, имеющей периодический рельеф поверхности [1-7], обеспечивающий оптимальные условия для взаимной трансформации ОАВ и ПАВ. Однако перед современной акустоэлектроникой, например, стоит задача повышения рабочих частот до десятков ГГц [2]. При высоких частотах акустические волны начинают «чувствовать» естественную шероховатость границы, которая остается после обработки поверхности (шлифования и полирования) и носит случайный характер. В этих условиях одним из основных механизмов, обуславливающих потери, становится диффузное рассеяние ОАВ и ПАВ на статистически шероховатой границе твердого тела (см., например, [8]). Кроме этого, в [9, 10] показано, что рассеяние ОАВ на статистически шероховатой свободной границе твердого тела является главной причиной наличия участка температурно-независимых («остаточных») потерь при исследовании распространения высокочастотных волн в кристаллах при гелиевых температурах. Установление связи между величиной остаточных потерь и качеством обработки поверхности позволяет производить сравнение акустических характеристик различных материалов в широком диапазоне частот [10]. Наконец, исследование рассеяния ОАВ гиперзвукового диапазона может привести к созданию эффективных акустических методов неразрушающего контроля качества обработки поверхности.

В ряде работ [11-13] рассматривалась задача об отражении, рассеянии и преломлении звуковых волн на статистически шероховатой границе

раздела жидкость—твердое тело при падении волны из жидкости. Вопрос о рассеянии ОАВ различных поляризаций на свободной статистически шероховатой поверхности твердого тела, на наш взгляд, исследован недостаточно полно. Рассматривался, как правило, скалярный случай (т. е. продольные волны) без учета рассеяния в сдвиговые и рэлеевские волны [14-16]. В связи с этим в настоящей работе детально исследуется вопрос о рассеянии ОАВ различных поляризаций — продольной (P -волна), поперечной с вертикальной поляризацией (SV -волна, вектор смещения лежит в плоскости падения), поперечной с горизонтальной поляризацией (SH -волна, вектор смещения перпендикулярен плоскости падения) — при падении их под произвольным углом на статистически шероховатую свободную границу изотропного твердого тела.

2. Рассмотрим упругую изотропную среду с плотностью ρ и модулями упругости $C_{\alpha\beta\mu\nu}$, занимающую полупространство $x_3 > 0$ и имеющую свободную шероховатую поверхность. Профиль шероховатости описывается функцией $x_3 = f(x_1, x_2)$ (трехмерная изотропная шероховатость). Функция $f(x_1, x_2)$ отлична от нуля внутри прямоугольной области с размерами L_1, L_2 вдоль осей x_1, x_2 соответственно. Шероховатость считается слабой $\delta \ll \lambda$, где δ — среднеквадратичная амплитуда шероховатости, $\delta^2 = \langle f^2 \rangle$; $\lambda = 2\pi\lambda$ — длина падающей ОАВ; $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по статистическому ансамблю реализаций случайной функции $f(x_1, x_2)$ (предполагается, что $\langle f \rangle = 0$). Пусть на шероховатый участок поверхности падает из среды под углом скольжения φ плоская монохроматическая ОАВ с частотой ω_0 и волновым вектором $\mathbf{k}^{(0)}$, лежащим в плоскости x_1x_3 . Требуется решить задачу рассеяния, т. е. найти векторы смещения в рассеянных волнах на больших расстояниях от шероховатого участка.

Поставленную задачу будем решать в первом борновском приближении теории возмущений с помощью метода функции Грина, развитого в работе [17], с учетом поправки принципиального характера, подробно рассмотренной в работах [18, 19]. С физической точки зрения метод функции Грина в задаче рассеяния упругих волн на слабошероховатой свободной границе упругого полупространства заключается в том, что наличие шероховатости границы учитывается не в граничных условиях, а в самих уравнениях движения в виде источника рассеянных волн, находящегося на плоской (нешероховатой) поверхности $x_3 = 0$. Как было показано в [19], для правильного математического описания источника необходимо учитывать зависимость от пространственных координат не только модулей упругости, но и плотности среды, что не было учтено в [17]. Именно в этом суть поправки к методу, развитому в [17]. В работах [18, 19] метод функции Грина с учетом указанной поправки был использован для исследования рассеяния ПАВ Рэля на слабошероховатой свободной границе упруго-изотропного полупространства. Поскольку методика, развитая в [17-19], может быть без принципиальных изменений применена к решению поставленной выше задачи, коротко остановимся лишь на основных ее этапах.

3. В соответствии с теорией рассеяния будем искать поле смещения $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ в виде суммы падающей $\mathbf{u}^{(0)}$ и рассеянной $\mathbf{u}^{(*)}$ волн

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}^{(0)}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{u}^{(*)}(\mathbf{x}, t). \quad (1)$$

В выражении (1) $\mathbf{u}^{(0)}(\mathbf{x}, t)$ является векторной суммой смещений в падающей и отраженных от плоской поверхности ОАВ и имеет вид

$$\mathbf{u}^{(0)}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}^{(0)}(\mathbf{k}_\parallel^{(0)}, \omega_0 | x_3) \exp[i\mathbf{k}_\parallel^{(0)}x_\parallel - i\omega_0 t], \quad (2)$$

где $\mathbf{x}_\parallel = (x_1, x_2, 0)$, а форма $\mathbf{u}^{(0)}(\mathbf{k}_\parallel^{(0)}, \omega_0 | x_3)$ и $\mathbf{k}_\parallel^{(0)} = (k_1^{(0)}, 0, 0)$ определяется поляризацией падающей волны (см. [20], а также формулы (1.3) — (1.6) работы [21]). Для рассеянного поля смещения $\mathbf{u}^{(*)}(\mathbf{x}, t)$ в первом борновском приближении имеем [19]

$$u_\mu^{(*)}(\mathbf{x}, t) = u_\mu(\mathbf{x}, t) - u_\mu^{(0)}(\mathbf{x}, t) = \int d^2x'_\parallel \int dt' D_{\mu\beta}(\mathbf{x}_\parallel, \mathbf{x}'_\parallel, t - t' | x_3, x'_3 = 0) L_{\beta\gamma}^{(sh)}(\mathbf{x}'_\parallel) u_\gamma^{(0)}(\mathbf{x}', t'), \quad (3)$$

где $D_{\mu\beta}$ — функция Грина уравнений упругости с соответствующим граничным условием на плоской свободной границе $x_3=0$; $L_{\beta\gamma}^{(sh)}(x_{||})$ — дифференциальный оператор. С помощью математических преобразований, подробно описанных в [17, 18], из (3) было получено, что рассеянное поле смещения $u^{(s)}(x, t)$ на больших расстояниях от шероховатого участка поверхности состоит из трех волн: объемной продольной, объемной поперечной и поверхностной рэлеевской. При этом рассеянные объемные волны являются сферическими, а рассеянная рэлеевская — цилиндрической. Выражения для векторов смещения в рассеянных волнах приведены в [18] (см. формулы (2.14)–(2.16) работы [18]). Входящие в эти выражения функции $u^{(l)}$, $u^{(ta)}$, $u^{(tb)}$ для падающих P -, SV -волн имеют тот же вид, что и в [18]. Отличие состоит лишь в том, что для волнового вектора падающей ОАВ $k_{||}^{(0)}$ и векторов смещения в нулевом приближении по шероховатости (2) следует использовать выражения (1.3)–(1.6) работы [21]. Для падающей SH -волны эти функции принимают вид (1.7) работы [21]. В силу стационарности шероховатости рассеянные волны имеют ту же частоту, что и падающая (см. выражение (2.12) работы [18]). Поэтому далее везде полагаем $\omega_0 = \omega$.

4. Коэффициенты трансформации падающей ОАВ в рассеянные продольные, поперечные и рэлеевские волны определим следующим образом:

$$\chi_{l, t, R} = \frac{dE^{(l, t, R)}/dt}{dE_0/dt}, \quad (4)$$

где $dE^{(l, t, R)}/dt$; dE_0/dt — потоки энергии в рассеянных и в падающих волнах соответственно, усредненные по времени (по периоду колебаний) и по ансамблю шероховатостей $f(x_1, x_2)$. Векторы плотностей потоков энергии в рассеянных волнах $\xi^{(l, t, R)}$ находились с помощью упомянутых выше выражений для полей смещения по формуле (см. Приложение В работы [17]).

$$\xi_\alpha = \text{Re} \left[-\frac{1}{2} C_{\alpha\beta\mu\nu} \dot{u}_\beta^* \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\nu} \right]. \quad (5)$$

Интегрирование векторов плотности потока энергии по поверхности волнового фронта дает поток энергии в рассеянных волнах. При усреднении потоков по ансамблю реализаций функции $f(x_1, x_2)$ использовались соотношения

$$\langle \hat{f}(k_{||}) \hat{f}^*(k'_{||}) \rangle = (2\pi)^2 \delta(k_{||} - k'_{||}) W(k_{||}), \quad \langle | \hat{f}(k_{||}) |^2 \rangle = L_1 L_2 W(k_{||}), \quad (6)$$

где $W(k_{||})$ — Фурье-образ корреляционной функции $W(|x_{||} - x'_{||}|) = \langle f(x_{||}) f(x'_{||}) \rangle$ данного ансамбля шероховатых поверхностей, а $L_1 L_2$ — площадь шероховатого участка поверхности. Предполагается, что распределение $f(x_1, x_2)$ является однородным и изотропным. В настоящей работе использовалась гауссова форма корреляционной функции

$$W(|x_{||} - x'_{||}|) = \delta^2 \exp[-(x_{||} - x'_{||})^2/a^2], \quad W(k_{||}) = \pi a^2 \delta^2 \exp[-a^2 k_{||}^2/4], \quad (7)$$

где a — корреляционная длина. Из (6) видно, что рассеянные волны дают вклад в поток аддитивно.

Потоки энергии в падающих продольных и поперечных ОАВ соответственно имеют вид

$$dE_0/dt = 1/2 L_1 L_2 \omega^2 c_{l, t} |A_0|^2 \sin \varphi, \quad (8)$$

где c_l, c_t — скорости продольной и поперечной ОАВ, A_0 — комплексная амплитуда падающей волны.

Представим окончательно коэффициенты трансформации по энергии в объемные продольные χ_l , объемные поперечные χ_t и поверхностные рэлеевские χ_R волны, полученные с помощью (4)–(8), в виде

$$\chi_{l, t, R}^{P, SV, SH} = \frac{\delta^2}{a^2} f_{Bl}^{P, SV, SH}, \quad \chi_t^{P, SV, SH} = \frac{\delta^2}{a^2} f_{Bt}^{P, SV, SH}, \quad \chi_R^{P, SV, SH} = \frac{\delta^2}{a^2} f_R^{P, SV, SH}, \quad (9)$$

где верхние индексы P, SV, SH обозначают соответствующие поляризации падающих волн. Входящие в (9) безразмерные функции f_{Bl}, f_{Bt}, f_R , зависящие от угла скольжения φ , отношения a/λ и коэффициента Пуассона среды σ , имеют вид

$$f_{Bl}^{P,S} = \left(\frac{a\omega}{c_{l,t}}\right)^4 \exp\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{a\omega}{c_{l,t}}\right)^2 \cos^2 \varphi\right] \int_0^{\pi/2} d\theta_s \Phi_l^{P,SV,SH}(\theta_s, \varphi, z) \times \\ \times \exp\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{a\omega}{c_{l,t}}\right)^2 \left(\frac{c_{l,t}}{c_l}\right)^2 \sin^2 \theta_s\right], \quad (10)$$

$$f_R^{P,S} = \left(\frac{a\omega}{c_{l,t}}\right)^4 \Phi_R^{P,SV,SH}(\varphi, z) \exp\left\{-\frac{1}{4}\left(\frac{a\omega}{c_{l,t}}\right)^2 \left[\left(\frac{c_{l,t}}{c_R}\right)^2 + \cos^2 \varphi\right]\right\}, \quad (11)$$

где

$$z = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{a\omega}{c_{l,t}}\right)^2 \left(\frac{c_{l,t}}{c_l}\right)^2 \cos \varphi \sin \theta_s & \text{для } f_{Bl}^{P,S}, \\ \frac{1}{2}\left(\frac{a\omega}{c_{l,t}}\right)^2 \left(\frac{c_{l,t}}{c_R}\right)^2 \cos \varphi & \text{для } f_R^{P,S}, \end{cases}$$

индекс «S» означает сдвиговые SV -, SH -волны; c_R — скорость ПАВ Рэлея; явный вид функций $\Phi_l^{P,SV,SH}$, $\Phi_R^{P,SV,SH}$, а также выражения для $f_{Bl}^{P,S}$ приведены в [21] (см. (2.2)–(2.7) работы [21]). Заметим также, что f_{Bl}, f_{Bt}, f_R имеют вид интегралов от достаточно громоздких алгебраических выражений, включающих сумму модифицированных функций Бесселя.

5. Исследуем поведение функций $f_{Bl}^{P,SV,SH}$, $f_{Bt}^{P,SV,SH}$, $f_R^{P,SV,SH}$ в предельных случаях низких и высоких частот падающих волн. В случае больших длин падающих ОАВ (низкие частоты) $a/\lambda \ll 1$, оставляя первые члены разложения модифицированных функций Бесселя в ряд Тейлора, получим [21], что функции $f_{Bl}, f_{Bt}, f_R \sim (a/\lambda)^4$. Таким образом, коэффициенты трансформации (9) в низкочастотном пределе пропорциональны четвертой степени частоты

$$\chi_{l,t,R} \sim \delta^2 a^2 \omega^4, \quad (12)$$

что согласуется с законом рэлеевского рассеяния.

В коротковолновом пределе (высокие частоты) $a/\lambda \gg 1$ с помощью метода Лапласа [22] для коэффициентов трансформации (9) получаются следующие асимптотические выражения:

для падающей P -волны

$$\chi_l^P \approx \frac{\delta^2 \omega^2}{c_l^2} g_l^{(1)}(\varphi), \quad \chi_t^P \approx \begin{cases} 64 \frac{\delta^2}{a^2} \left(\frac{c_t}{c_l}\right)^3, & \varphi = \pi/2, \\ \frac{\delta^2 \omega^2}{c_t^2} \frac{c_l}{c_t} g_{l1}^{(1)}(\varphi), & 0 < \varphi < \pi/2, \end{cases} \quad (13)$$

$$\chi_R^P \approx \frac{\delta^2 a^2 \omega^4}{c_R^2} c_l g_R^{(1)}(\varphi, z) \exp\left\{-\frac{1}{4}\left(\frac{a\omega}{c_l}\right)^2 \left[\frac{c_l}{c_R} - \cos \varphi\right]^2\right\}, \quad (14)$$

$$z = (1/2)(a\omega/c_l)^2 (c_l/c_R) \cos \varphi, \quad 0 < \varphi < \pi/2,$$

для падающей SV -волны

$$\chi_l^{SV} \approx \begin{cases} 32 (\delta^2/a^2) (c_t/c_l), & \varphi = \pi/2, \\ (\delta^2 \omega^2/c_t^2) g_l^{(1a)}(\varphi), & \arccos(c_t/c_l) < \varphi < \pi/2, \\ (\delta^2 \omega^{3/2}/c_t \sqrt{ac_l}) g_l^{(0)}, & \varphi = \arccos(c_t/c_l), \\ (\delta^2/a^2) g_l^{(1b)}(\varphi) \exp\left\{-\frac{1}{4}\left(\frac{a\omega}{c_l}\right)^2 \left(\cos \varphi - \frac{c_t}{c_l}\right)^2\right\}, & 0 < \varphi < \arccos(c_t/c_l), \end{cases} \quad (15)$$

$$\chi_t^{SV} \approx (\delta^2 \omega^2/c_t^2) g_t^{(1)}(\varphi), \quad (16)$$

$$x_R^{SV} \approx \frac{\delta^2 a^2 \omega^4 c_f^2}{c_f c_R^5} g_R^{(t)}(\varphi, z) \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left(\frac{a\omega}{c_f} \right)^2 \left(\frac{c_f}{c_R} - \cos \varphi \right)^2 \right\}, \quad (17)$$

$$z = (1/2) (a\omega/c_f)^2 (c_f/c_R) \cos \varphi, \quad 0 < \varphi < \pi/2,$$

для падающей *SH*-волны

$$x_z^{SH} \approx 4 (\delta^2 \omega^2 / c_f^2) \sin^2 \varphi, \quad (18)$$

$$x_i^{SH} \approx \begin{cases} (\delta^2 / a^2) g_i(\varphi), & \arccos \cos(c_f/c_f) < \varphi \leq \pi/2, \\ (\delta^2 \sqrt{c_f} / a^{5/2} \sqrt{\omega}) g_{i0}, & \varphi = \arccos \cos(c_f/c_f), \\ (\delta^2 c_f^2 / a^4 \omega^2) g_i^{(0)}(\varphi) \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left(\frac{a\omega}{c_f} \right)^2 [\cos \varphi - (c_f/c_f)]^2 \right\}, & 0 < \varphi < \arccos \cos(c_f/c_f), \end{cases} \quad (19)$$

$$x_R^{SH} \approx \frac{\delta^2}{a^2} \left(\frac{c_f}{c_R} \right)^5 \left[\frac{a\omega}{c_f} g_R^{(t_1)}(\varphi) + g_R^{(t_2)}(\varphi) \frac{1}{(a\omega/c_f)} + \dots \right] \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left(\frac{a\omega}{c_f} \right)^2 [(c_f/c_R) - \cos \varphi]^2 \right\}, \quad 0 < \varphi < \pi/2. \quad (20)$$

В выражениях (13)—(20) безразмерные функции $g_i^{(l)}$, $g_{i_1}^{(l)}$, $g_R^{(l)}$; $g_i^{(ta)}$, $g_i^{(tb)}$, $g_i^{(t)}$, $g_R^{(t)}$; g_{i_0} , $g_i^{(0)}$, $g_R^{(t_1)}$, $g_R^{(t_2)}$ зависят от угла скольжения падающей волны φ и коэффициента Пуассона σ . Их явный вид приведен в [21]. При нормальном падении ($\varphi = \pi/2$) высокочастотных $a/\lambda \gg 1$ объемных акустических волн имеем:

для падающей *P*-волны

$$x_R^{P\perp} \approx \frac{2\pi P}{R^2 a^2 \beta^2} \frac{\delta^2 a^2 \omega^4}{c_f c_f^2 c_R} \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left(\frac{a\omega}{c_f} \right)^2 \frac{c_f^2}{c_R^2} \right\}, \quad (21)$$

для падающих *S*-волн

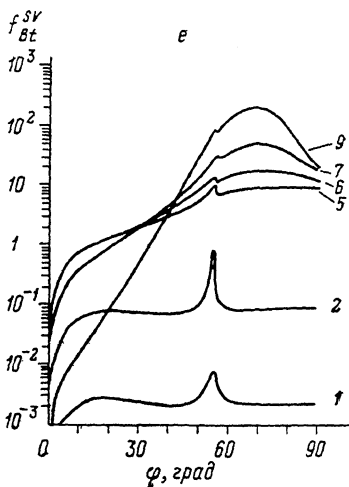
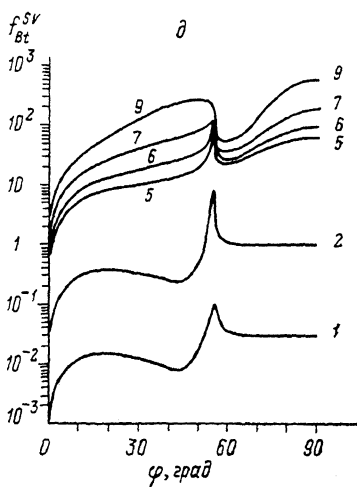
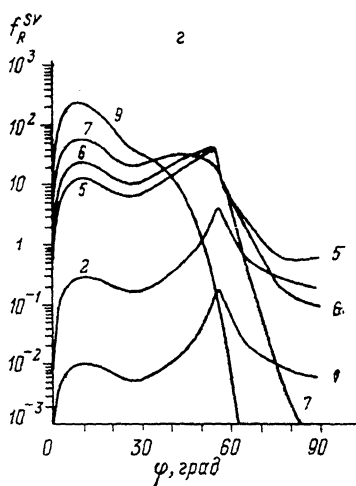
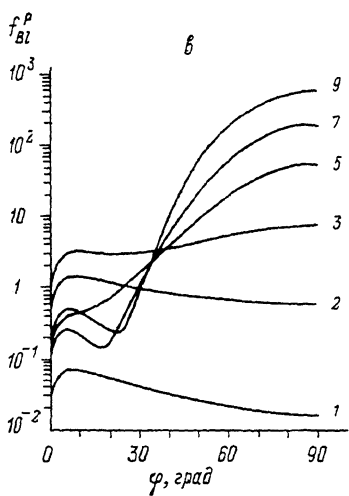
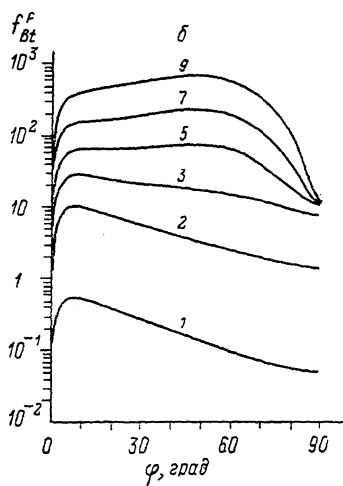
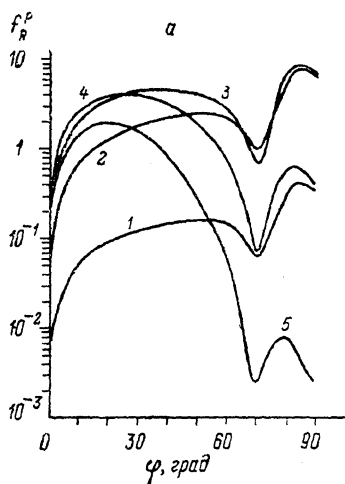
$$x_R^{S\perp} \approx \frac{\pi P}{R^2 a^2 \beta^2} \frac{\delta^2 a^2 \omega^4}{c_f^2 c_R} \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left(\frac{a\omega}{c_f} \right)^2 \frac{c_f^2}{c_R^2} \right\}, \quad (22)$$

где константы P , R , α , β , зависящие от σ , приведены в [18].

Заметим, что в длинноволновом пределе $a/\lambda \ll 1$ Фурье-образ коррелятора $W(k_i)$ (7) стремится к постоянной величине, поэтому (12) не зависит от выбора формы корреляционной функции. В коротковолновой (высокочастотной) области $a/\lambda \gg 1$ частотная зависимость коэффициентов трансформации определяется формой коррелятора $W(|\mathbf{x}_\parallel = \mathbf{x}'_\parallel|)$ (который в настоящей работе выбирался в гауссовом виде).

6. Обратимся к анализу полученных аналитических результатов. С помощью выражений (9)—(11) был проведен численный расчет функций f_{B1} , f_{Bt} , f_R в зависимости от угла скольжения φ падающей ОАВ при фиксированном значении параметра a/λ . Расчет проводился для среды $c_f/c_t = 1/\sqrt{3}$ ($\sigma = 0.25$) в диапазоне $0.4 \leq a/\lambda \leq 12.0$. Результаты численного расчета функций f_{B1} , f_{Bt} , f_R для каждой поляризации представлены графически на рис. 1, $a-u$. Из этих рисунков видно, что функции, характеризующие преобразование объемной моды в различные другие объемные и поверхностные моды, имеют весьма сложное и своеобразное поведение. Физически такое поведение, по нашему мнению, можно представить следующим образом.

Структура выражений для коэффициентов трансформации в рассеянные объемные и поверхностные волны (9) определяется граничными условиями на свободной поверхности $x_3 = f(x_1, x_2)$ и статистическими свойствами ансамбля шероховатых поверхностей, т. е. формой корреляционной функции шероховатости. В рассматриваемом случае шероховатость является случайной с корреляционным радиусом a . При этом рассеянное поле формируется на участке шероховатости радиуса a , а рассеянные волны, идущие от точек шероховатости, расстояние между которыми больше a , являются некогерентными по отношению к ансамблю шерохова-



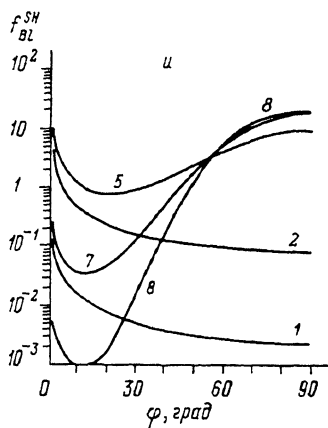
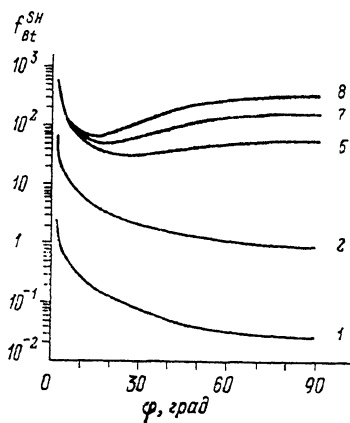
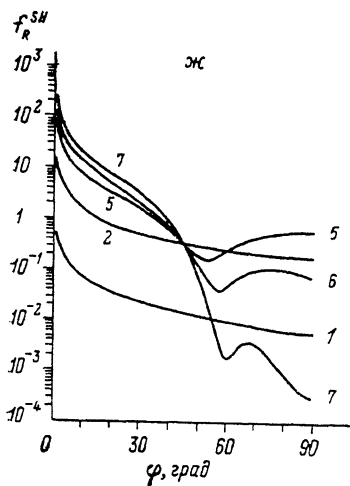


Рис. 1. Результаты численного расчета функций f_R , f_{Bt} , f_{Bz} ($c_t/c_l = 1/\sqrt{3}$) для падающих P -, SV - и SH -волн.

a/λ : 1 — 0.4, 2 — 1.0, 3 — 2.0, 4 — 3.0, 5 — 4.0, 6 — 5.0, 7 — 7.0, 8 — 10.0, 9 — 12.0.

тостей, т. е., как известно, складываются интенсивности этих волн, а не их амплитуды. Поэтому средний по ансамблю поток энергии в волнах, рассеянных шероховатым участком с размерами $L_1 > a$, $L_2 > a$, пропорционален его площади $L_1 L_2$, а достаточно сложный характер зависимости κ от параметра a/λ и угла скольжения φ определяется граничными условиями и структурой шероховатости. В частности, при больших длинах волн $\lambda \gg a$ точки шероховатости, накрываемые волной в пределах a , колеблются примерно с равной фазой, поэтому неоднородность радиуса a можно считать точечным источником, посылающим рассеянные волны примерно изотропно. Коэффициенты трансформации в этом случае $\sim \omega^4$ (см. (12)), что соответствует закону рэлеевского рассеяния. При уменьшении длины волны волна начинает «чувствовать» структуру неоднородности в пределах корреляционного радиуса; точки этой неоднородности колеблются уже с разными фазами. Математически это выражается в том, что с ростом частоты ω заметный вклад в интеграл начинает давать экспоненциальный множитель коррелятора (7). В результате «выживают» (взаимно не гасятся) только те рассеянные волны, которые попадают в «резонанс» с падающей, т. е. удовлетворяют неравенству $|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_1^{(0)}|^2 \ll 1/a^2$. Поэтому с увеличением частоты изменяется характер зависимости коэффициентов трансформации от ω и φ . Рассеяние в случае высоких частот $\lambda \ll a$ происходит в направлениях, близких к зеркальному (т. е. к направлениям отражения в случае ровной поверхности), и именно этими волнами определяется характер зависимости от φ . В случае, когда соотношение $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_1^{(0)}$ не может быть выполнено, κ с ростом частоты экспоненциально стремятся к нулю (см. коэффициенты трансфор-

Падающая волна

$p \equiv a/\lambda$	P				SV				SH	
	$\varphi \leq 20^\circ$	$20^\circ < \varphi < 40^\circ$	$\varphi \sim 70^\circ$	$\varphi \sim 90^\circ$	$\varphi < 10^\circ$	$10^\circ < \varphi < 55^\circ$	$\varphi > 55^\circ$	$\varphi \sim 90^\circ$	$\varphi < 90^\circ$	$\varphi \sim 90^\circ$
$p \leq 1$	z_t	z_t, z_l, z_R	z_t, z_l, z_R	z_R	z_t, z_R	z_t, z_R	z_t, z_R	z_t, z_R	z_t, z_R	z_t, z_R
$1 < p < 3$	z_t	z_t	z_t, z_l	z_t, z_l, z_R	z_t, z_R	z_t, z_R	z_t, z_R	z_t	z_t	z_t
$3 < p < 4$	z_t	z_t	z_t, z_l	z_t, z_l	z_t, z_R	z_t, z_R	z_t, z_l	z_t, z_l	z_t	z_t, z_l
$4 < p < 12$	z_t	z_t	z_t, z_l	z_l	z_R	z_t, z_R	z_t, z_l	z_t	z_t	z_t

мации в рассеянные рэлеевские волны во всем диапазоне φ (рис. 1, а, г, ж) и коэффициенты трансформации S-волн в объемные продольные волны при углах скольжения $0 < \varphi < \arcs \cos (c_t/c_l)$ — рис. 1, е, и).

Из рис. 1, г—е видно, что при падении SV-волны на шероховатую поверхность под углом $\varphi_{\text{критич}} = \arcs \cos (c_t/c_l)$ функции f_{Bl}, f_{Bt}, f_R имеют максимум. При этом угле скольжения φ зеркально отраженная продольная волна бежит вдоль поверхности.

В таблице приведены коэффициенты трансформации в диффузно рассеянные волны, имеющие наибольшее значение в данной области углов скольжения φ и отношения a/λ . Из таблицы и рис. 1 видно, что энергия, перешедшая

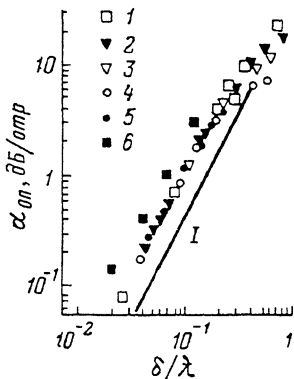


Рис. 2. Зависимость остаточного поглощения акустических волн α_{0n} от параметра δ/λ для различных кристаллов [10].

1 — LiNbO_3 ($\delta = 0.58$ мкм), 2 — $\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ (0.53), 3 — $\text{Y}_2\text{Al}_2\text{O}_7$ (0.3), 4 — рубин (0.53), 5 — рубин (0.24), 6 — рассчитанные значения остаточного поглощения тепловых фононов [10, 24].

в рассеянную рэлеевскую волну, может составлять значительную часть всей энергии, диффузно рассеянной слабошероховатой статистической поверхностью. Например, для случая рассеяния P-волны с $\lambda = 0.5a$, падающей под углом $\varphi \sim 85^\circ$ на шероховатую поверхность с $\delta/a = 0.1$ ($\delta/\lambda = 0.2$), $z_R^P \approx 8\%$, $z_{l,t}^P \approx 10\%$. В случае же рассеяния SV-волны с $\lambda = 0.2a$, $\varphi \sim 10^\circ$, $\delta/a = 0.1$ $z_R^{SV} \approx 25\%$, $z_t^{SV} \approx 8\%$, $z_l^{SV} \approx 0.8\%$. Однако этот результат ($z_R \approx 25\%$) находится на границе применимости рассматриваемой теории ($z \ll 1$). Что касается поверхности с периодическим рельефом, то оптимальный коэффициент преобразования ОАВ в ПАВ Рэля может теоретически достигать 80 % [7, 23].

Отметим, что расхождение коэффициента трансформации SH-волны при $\varphi \rightarrow 0$ (рис. 1, ж—и) связана со способом его определения (4), (8) и к условиям применимости полученных результатов отношения не имеет.

На рис. 2 проведено сравнение результатов настоящей работы с экспериментальными данными [10, 24], полученными при измерении остаточных потерь при отражении высокочастотных ОАВ и фононов (0.5—5.0 ГГц) от статистически шероховатой границы твердое тело—жидкий гелий при нормальном падении ($\varphi = \pi/2$). Кривая I построена по асимптотическим формулам (13), (15), (16). Здесь $\alpha_{0n} = -4.34 \ln W$ (ДБ/отр), где W — коэффициент зеркального отражения падающей ОАВ, получаемый путем вычитания из единицы коэффициентов трансформации (по энергии) в диффузно рассеянные ОАВ и ПАВ Рэля. Из формул (13), (15), (16), (21), (22) видно, что в случае высоких частот ($a/\lambda \gg 1$) и нормального падения ОАВ

рассеяние происходит в основном в волнах той же поляризации, что и падающая волна. Коэффициент трансформации в этом случае не зависит от упругих свойств среды σ и квадратично зависит от параметра δ/λ , что хорошо согласуется с экспериментом [10, 24]. Отметим, что в случае рассеяния высокочастотной ($a/\lambda \gg 1$) продольной волны, нормально падающей ($\varphi = \pi/2$) на статистически шероховатую границу раздела твердое тело—вакуум, коэффициент зеркального отражения по энергии равен (см. (13), (21))

$$W \approx 1 - 4(\delta^2/\lambda^2), \quad (23)$$

что совпадает с результатом работы [11], полученным для отражения продольной волны от свободной статистически шероховатой поверхности жидкости в этом же предельном случае $a/\lambda \gg 1$.

Укажем, что при совпадении частотной зависимости экспериментальных данных [10, 24] с выводами настоящей работы теоретический расчет (кривая I) дает заниженный результат (примерно в 3 раза). Это скорее всего связано с тем, что в данной работе учитывались лишь потери на шероховатой границе твердое тело—вакуум и не рассматривались дополнительные каналы потерь упругой энергии, обусловленные наличием жидкой среды, в которой могут возбуждаться как поверхностные волны Стоунли, так и объемные волны, а также нарушенного поверхностного слоя (точечные и протяженные структурные дефекты), который вносит дополнительный вклад в остаточные потери. Из рис. 2 видно, что различие между экспериментом по остаточным потерям и вкладом собственно шероховатости поверхности (кривая I) может определяться указанными дополнительными каналами потерь энергии. Это открывает возможность экспериментального определения параметров разрушенного слоя. Аналитические выражения (12)—(22) могут быть положены в основу методики неразрушающего акустического контроля профиля шероховатости поверхности твердого тела.

Список литературы

- [1] Кайно Г., Шоу Дж. // УФН. 1974. Т. 113. № 1. С. 157—179.
- [2] Гуляев Ю. В., Плесский В. П. // ПриЭ. 1980. Т. 25. № 8. С. 1569—1587.
- [3] Лапин А. Д. // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 2. С. 212—233.
- [4] Sato R. // Zisin. J. Seismolog. Soc. Jap. 1955. V. 8. N 1. P. 8—21.
- [5] Abubakar I. I. // Proc. Camb. Philos. Soc. 1962. V. 58. N 1. P. 136—157.
- [6] Parker J. G. // J. Acoust. Soc. Am. 1956. V. 28. N 4. P. 672—680.
- [7] Григорьевский В. И., Гуляев Ю. В., Котелянский И. М., Мишкинис Р. А., Плесский В. П. // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 5. С. 711—712.
- [8] Анисимкин В. И., Котелянский И. М. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 3. С. 853—859.
- [9] Иванов С. Н., Хазанов Е. Н. // ПриЭ. 1981. Т. 26. № 2. С. 402—408.
- [10] Иванов С. Н., Котелянский И. М., Хазанов Е. Н., Хильченко Л. И. // ФТТ. 1983. Т. 25. № 7. С. 2184—2186.
- [11] Лапин А. Д. // Тр. Акуст. ин-та АН СССР. 1967. № 2. С. 150—173.
- [12] Уразаков Е. И., Фальковский Л. А. // ЖЭТФ. 1979. Т. 77. № 3. С. 1175—1182.
- [13] Уразаков Е. А., Фальковский Л. А. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. № 1. С. 261—267.
- [14] Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М., 1972. 424 с.
- [15] Воронович А. Г. // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 6. С. 747—753.
- [16] Лысанов Ю. Н. Акустика океана. М., 1974. С. 231—330.
- [17] Magadudin A. A., Mills D. L. // Ann. Phys. 1976. V. 100. P. 262—309.
- [18] Косачев В. В., Лохов Ю. Н., Чуков В. Н. // Препринт МИФИ № 068-86. М., 1986. 20 с.
- [19] Косачев В. В., Лохов Ю. Н., Чуков В. Н. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 9. С. 162—172.
- [20] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М., 1965. 204 с.
- [21] Косачев В. В., Лохов Ю. Н., Чуков В. Н. // Препринт МИФИ № 044-87. М., 1987. 24 с.
- [22] Эрдейи А. Асимптотические разложения: Пер. с англ. М., 1962. 127 с.
- [23] Лапин А. Д. // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 3. С. 539—563.
- [24] Wyatt A. F. G., Page G. J. // J. Phys. C. Sol. St. Phys. 1978. V. 11. P. 4927—4936.

Московский
инженерно-физический институт
Москва

Поступило в Редакцию
25 июля 1988 г.
В окончательной редакции
4 января 1989 г.