

УДК 537.612

**МАГНИТОУПРУГИЕ ВОЛНЫ
В КУБИЧЕСКИХ ФЕРРОМАГНЕТИКАХ
ВБЛИЗИ ТЕМПЕРАТУРЫ КЮРИ**

Ю. Н. Мицай, Ю. А. Фридман

Получено дисперсионное уравнение для спектра магнитоупругих волн в ферромагнетике с кубической анизотропией, справедливое в интервале температур от нуля до температуры Кюри. Найдена зависимость области волновых векторов, в которой имеется размягчение фононной моды, от степени близости к температуре перехода.

Магнитоупругие (МУ) волны были предсказаны около 30 лет назад [¹⁻³]. Последующие экспериментальные работы подтвердили эти предсказания на широком классе магнитоупорядоченных веществ [⁴⁻⁷]. Были открыты эффекты магнитоупругой щели [⁴⁻⁸], размягчение квазиакустической ветви спектра [⁹⁻¹²]. Обзор работ по магнитоакустическим эффектам приведен в [¹³].

Теоретические исследования магнитоупругих эффектов основаны, как правило, на феноменологической теории, оперирующей классическими векторами поля, намагниченности и поля деформаций [^{13, 14}]. В квантовом подходе используется представление Голстейна—Примакова для спиновых операторов. Оба эти подхода ограничены случаем низких температур $T \ll T_c$ (T_c — температура Кюри).

Как правило, влияние упругих степеней свободы на спиновые волны мало и уменьшается при повышении температуры. Обусловлено это уменьшением средней намагниченности кристалла. Удобно ввести параметр, определяющий эффективность МУ связи $\xi = \omega_{\text{МУ}}^2 / \omega_0^2$ [¹³], где $\omega_{\text{МУ}}$ и ω_0 — МУ и полная щели в спектре магнонов. Существуют, однако, ситуации, при которых МУ связь становится сильной. Вблизи ориентационного фазового перехода $\omega_0 \rightarrow \omega_{\text{МУ}}$ и параметр $\xi = 1$. Это утверждение справедливо при произвольных температурах. Поэтому задача о построении теории МУ волн при произвольных температурах является актуальной.

Гамильтониан системы состоит из трех слагаемых:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_Y + \mathcal{H}_M + \mathcal{H}_{MY}, \quad (1)$$

которые описывают упругую, магнитную системы и их взаимодействие. Явный вид слагаемых следующий:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = \int dr \left\{ \frac{1}{2} c_{11} (u_{xx}^2 + u_{yy}^2 + u_{zz}^2) + c_{12} (u_{xx}u_{yy} + u_{xx}u_{zz} + u_{yy}u_{zz}) + \right. \\ \left. + 2c_{44} (u_{xy}^2 + u_{yz}^2 + u_{zx}^2) \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mathcal{H}_M = -\frac{1}{2} \sum_{n, n'} \mathcal{J}(n - n') S_n S_{n'} - H \sum_n S_n^z - \frac{K}{2} \sum_n \{(S_n^x)^4 + (S_n^y)^4 + (S_n^z)^4\}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{MY} = \sum_n \{B_1 [(S_n^x)^2 u_{xx} + (S_n^y)^2 u_{yy} + (S_n^z)^2 u_{zz}] + B_2 [(S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^z) u_{xy} + \\ + (S_n^x S_n^z + S_n^y S_n^x) u_{xz} + (S_n^x S_n^y + S_n^y S_n^x) u_{yz}\}], \end{aligned} \quad (4)$$

где c_{ij} — упругие модули, u_{ij} — тензор деформаций, \mathcal{S} — обменное взаимодействие, K — константа кубической анизотропии, S_n^a — спиновый оператор в узле n , H — магнитное поле, B_i — константы МУ взаимодействия.

Константу кубической анизотропии K далее считаем отрицательной; таким образом, в отсутствие магнитного поля равновесное направление намагниченности совпадает с осью (111). Магнитное поле считаем достаточно большим, так что средняя намагниченность направлена по оси z , (001). При уменьшении поля при $H=H^*$ произойдет отклонение намагниченности в направлении оси (111) — переориентационный переход, вблизи которого ($H > H^*$) изучим МУ свойства магнетика. Выделим в \mathcal{H}_M среднее поле $\mathcal{H}_M = \mathcal{H}_{\text{об}} + \mathcal{H}_0$, где \mathcal{H}_0 — одноионный гамильтониан

$$\mathcal{H}_0 = -H \sum_n S_n^z - \frac{K}{2} \sum_n \{(S_n^x)^4 + (S_n^y)^4 + (S_n^z)^4\}, \quad (5)$$

где $H = H + \mathcal{J}(0)\langle S^z \rangle$.

Далее кубическую анизотропию и одноионное МУ взаимодействие будем учитывать точно; наиболее удобно такое рассмотрение провести в рамках теории операторов Хаббарда [15-19]. При $S=2$ (S — спин атома) собственные функции и собственные значения гамильтониана (5) найдены в [19]. \mathcal{H}_0 представляется в виде $\mathcal{H}_0 = \sum_n (E h_n)$, где $h_n^i i = (-2, -1, 0, 1, 2)$ — диагональный оператор Хаббарда. $E_{\pm 2} = C \mp \sqrt{4H^2 + \frac{9}{4}K^2}$, $E_{\pm 1} = C - \frac{3}{2}|K| \mp H$, $E_0 = C + \frac{3}{2}|K|$, $C = \frac{21}{2}|K|$. Спиновые операторы связаны с операторами Хаббарда соотношениями [17]

$$S_n^+ = \sum_a \gamma_+(\alpha) X_n^\alpha + \sum_M \Gamma_+(M) h_n^M, \quad S_n^- = (S_n^+)^+,$$

$$S_n^z = \sum_a \gamma_-(\alpha) X_n^\alpha + \sum_M \Gamma_-(M) h_n^M, \quad (6)$$

которые для гамильтониана (5) принимают вид [19]

$$S_n^+ = 2 \sin \theta (X_n^{-12} - X_n^{-21}) + 2 \cos \theta (X_n^{21} + X_n^{-2-1}) + \sqrt{6} (X_n^{10} + X_n^{0-1}),$$

$$S_n^- = 2 \cos \theta (X_n^{22} - X_n^{-2-2}) - 2 \sin \theta (X_n^{2-2} + X_n^{-22}) + X_n^{11} - X_n^{-1-1},$$

где

$$\sin \theta = \left\{ \frac{\sqrt{4H^2 + \frac{9}{4}K^2} - 2H}{2\sqrt{4H^2 + \frac{9}{4}K^2}} \right\}^{1/2}, \quad (7)$$

α — корневой вектор [17].

Подставляя (7) в выражение (4) для $\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{МУ}}$ получаем

$$\tilde{\mathcal{H}}_0 = \sum_n \left\{ \sum_\alpha a_\alpha X_n^\alpha + \sum_M a_M h_n^M \right\}. \quad (8)$$

Здесь в $\mathcal{H}_{\text{МУ}}$ под u_{ik} понимаем равновесный тензор деформаций $u_{ik}^{(0)}$, обусловленный МУ взаимодействием. Собственные значения гамильтониана (8) в линейном приближении по деформациям равны

$$\tilde{E}_{\pm 2} = E_{\pm 2} + B_1 (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)} + 4u_{zz}^{(0)}),$$

$$\tilde{E}_{\pm 1} = E_{\pm 1} + B_1 [\frac{5}{2} (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}) + u_{zz}^{(0)}],$$

$$\tilde{E}_0 = E_0 + 3B_1 (u_{xx}^{(0)} + u_{yy}^{(0)}). \quad (9)$$

Равновесные деформации, полученные из условия минимума свободной энергии, следующие:

$$u_{xx}^{(0)} = u_{yy}^{(0)} = \Delta^{-1} (c_{12}b_2 - c_{11}b_1),$$

$$u_{zz}^{(0)} = \Delta^{-1} [c_{12}(2b_1 - b_2) - c_{11}b_2],$$

$$u_{xy}^{(0)} = u_{yx}^{(0)} = u_{xz}^{(0)} = u_{zx}^{(0)} = 0, \quad (10)$$

где

$$\Delta = c_{11}^2 + c_{11}c_{12} - 2c_{12}^2,$$

$$b_1 = \frac{5}{2} B_1 + \frac{B_1}{2} Z_0^{-1} \exp\left(-\frac{3|K|}{T}\right) \left\{ 1 + 6 \exp\left(\frac{3|K|}{2T}\right) \operatorname{ch} \frac{\sqrt{4H^2 + 9/4K^2}}{T} \right\},$$

$$b_2 = B_1 - B_1 Z_0^{-1} \exp\left(-\frac{3|K|}{T}\right) \left\{ 1 - 6 \exp\left(\frac{3|K|}{2T}\right) \operatorname{ch} \frac{\sqrt{4H^2 + 9/4K^2}}{T} \right\},$$

$$Z_0 = 2 \operatorname{ch} \frac{H}{T} + \exp\left(-\frac{3|K|}{T}\right) + 2 \exp\left(-\frac{3|K|}{2T}\right) \operatorname{ch} \frac{\sqrt{4H^2 + 9/4K^2}}{T}. \quad (11)$$

Структура равновесных деформаций (10) такова, что коэффициенты a_n в (8) обращаются в нули, а коэффициенты a_M совпадают с энергиями (9).

Тензор деформаций представляем в виде двух слагаемых $u_{ij} = u_{ij}^{(0)} + u_{ij}^{(1)}$. Второе слагаемое в этом выражении обусловлено колебаниями решетки и после квантования приводится к стандартному виду

$$u_{ij}^{(1)} = \frac{i}{2} \sum_{q, \lambda} \frac{\exp(iqn)}{\sqrt{2mN\omega_\lambda(q)}} (b_{q, \lambda} + b_{-q, \lambda}^+) [e_\lambda^i(q) q_j + e_\lambda^j(q) q_i],$$

где $b_{q, \lambda}^+$, $b_{q, \lambda}$ — операторы рождения и уничтожения фононов с поляризацией $\lambda = (l, \tau, t)$, $e_\lambda(q)$ — единичный вектор поляризации, m — масса атома, N — число узлов в кристалле, $\omega_\lambda(q)$ — закон дисперсии фононов. Гамильтониан, описывающий процессы трансформации, принимает вид

$$\mathcal{H}_{tr} = \sum_n \left\{ \sum_M \mathcal{P}_n^M h_n^M + \sum_\alpha \mathcal{P}_n^\alpha X_n^\alpha \right\}, \quad (12)$$

где

$$\mathcal{P}_n^M = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{q, \lambda} (b_{q\lambda} + b_{-q\lambda}^+) T_n^{M(\alpha)}(q, \lambda).$$

В приведенном выражении отличными от нуля оказываются 23 амплитуды $T_n^{M(\alpha)}(q, \lambda)$. Выпишем для примера лишь две из них

$$T_n^2(q, \lambda) = iB_1 T_n^0(q, \lambda) [e_\lambda^x(q) q_x + e_\lambda^y(q) q_y + 4e_\lambda^z(q) q_z],$$

$$T_n^{x(2, 1)}(q, \lambda) = \frac{3}{2} iB_1 T_n^0(q, \lambda) \cos \theta [e_{\lambda l}^-(q) q_x + e_{\lambda l}^+(q) q_z],$$

где

$$T_n^\pm(q, \lambda) = \frac{\exp(iqn)}{\sqrt{2m\omega_\lambda(q)}}, \quad q^\pm = q_x \pm iq_y, \quad e_\lambda^\pm = e_\lambda^x \pm ie_\lambda^y.$$

Определяя спектр МУ волн в приближении среднего поля, достаточно при вычислении функции Грина $G^{\alpha\alpha'}(n, \tau; n', \tau') = -\langle \hat{T} \tilde{X}_n^\alpha(\tau) \tilde{X}_{n'}^{\alpha'}(\tau') \rangle$ ограничиться лишь «поперечной» частью обменного гамильтониана [17]

$$\mathcal{H}_{\text{обн}} = -\frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \mathcal{J}^{\alpha\beta}(n - n') X_n^\alpha X_{n'}^\beta, \quad \mathcal{J}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \mathcal{J} A_i^\alpha B_i^\beta,$$

где

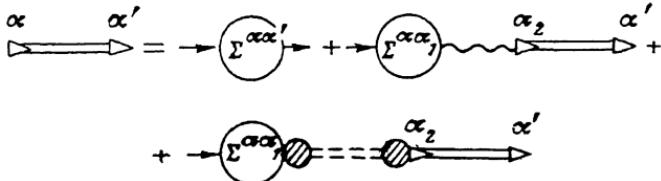
$$A_1^\alpha = 2\gamma_\parallel(-\alpha), \quad A_2^\alpha = \gamma_\perp^*(\alpha), \quad A_3^\alpha = \gamma_\perp(-\alpha),$$

$$B_1^\alpha = \gamma_\parallel(\alpha), \quad B_2^\alpha = \gamma_\perp(\alpha), \quad B_3^\alpha = \gamma_\perp^*(-\alpha).$$

Уравнение Ларкина [20, 21] для функции $G^{\alpha\alpha'}$ приведено на рисунке, где двойная сплошная линия соответствует $G^{\alpha\alpha'}$; $\Sigma^{\alpha\alpha'}$ — неприводимая по Ларкину часть; заштрихованный кружок отвечает амплитуде трансформации T^α ; пунктирная линия — функция Грина фонона D [22]. Аналитическая запись этого уравнения следующая:

$$G_{\omega_n}^{\alpha\alpha'}(k) = \Sigma_{\omega_n}^{\alpha\alpha'}(k) - \frac{\mathcal{J}(k)}{2} \Sigma_{\omega_n}^{\alpha\alpha_1}(k) A_i^{\alpha_1} B_i^{\alpha_2} G_{\omega_n}^{\alpha_2\alpha'}(k) + \\ + \Sigma_{\omega_n}^{\alpha\alpha_1}(k) T^{-\alpha_1}(k, \lambda) D_\lambda(k, \omega_n) T^{\alpha_2}(-k, \lambda) G_{\omega_n}^{\alpha_2\alpha'}(k). \quad (13)$$

Выписанное уравнение является обобщением уравнений, полученных в [17] на случай учета МУ связи. В (13) по дважды повторяющимся символам подразумевается суммирование. Эти уравнения можно решить благодаря расщепленной зависимости от индексов α , при этом уравнения остаются весьма громоздкими. Далее проанализируем простейшую си-



Графическое изображение уравнения Ларкина.

туацию $k || M_0 || H$; в этом случае отличны от нуля следующие компоненты вектора e_λ : $e_z^\alpha = e_x^\alpha = e_y^\alpha = 1$. Вводя обозначения

$$\mu_i^{\alpha'} = B_i^\alpha G^{\alpha\alpha'}, \quad \eta_{\lambda}^{\alpha'} = T^\alpha(-k, \lambda) G^{\alpha\alpha'}, \quad G_i^{\alpha'} = B_i^\alpha \Sigma^{\alpha\alpha'}, \quad A_{ij} = B_i^\alpha \Sigma_j^{\alpha\alpha'}, \\ t_\lambda^{\alpha'} = T^\alpha(-k, \lambda) \Sigma^{\alpha\alpha'}, \quad d_{j\lambda} = B_j^\alpha \Sigma^{\alpha\alpha'} T^{-\alpha'}(k, \lambda), \quad Q_{\lambda, \lambda'} = T^\alpha(-k, \lambda) \Sigma^{\alpha\alpha'} T^{-\alpha'}(k, \lambda'), \\ \pi_{i\lambda} = T^\alpha(-k\lambda) \Sigma^{\alpha\alpha'} A_i^{\alpha'},$$

из (13) получим систему уравнений

$$\mu_j^{\alpha'} = c_j^{\alpha'} - \frac{\mathcal{J}(k)}{2} A_{ji} \mu_i^{\alpha'} + d_{jt} D_t \eta_t^{\alpha'} + d_{j\tau} D_\tau \eta_\tau^{\alpha'}, \\ \eta_t^{\alpha'} (1 - Q_{tt} D_t) - Q_{t\tau} D_\tau \eta_\tau^{\alpha'} = t_t^{\alpha'} - \frac{\mathcal{J}(k)}{2} \pi_{it} \mu_i^{\alpha'}, \\ -Q_{\tau i} D_t \eta_t^{\alpha'} + \eta_\tau^{\alpha'} (1 - Q_{\tau\tau} D_\tau) = t_\tau^{\alpha'} - \frac{\mathcal{J}(k)}{2} \pi_{i\tau} \mu_i^{\alpha'}. \quad (14)$$

В рассматриваемой ситуации амплитуда трансформации магнона в продольный фонон равна нулю. Дисперсионное уравнение, полученное из (14), приводится к виду

$$\det \left\| \delta_{ji} + \frac{\mathcal{J}(k)}{2} A_{ii} + \frac{\mathcal{J}(k)}{2} \frac{D}{\Delta_0} (\pi_{it} N_{\tau t}^j + \pi_{i\tau} M_{t\tau}^j) \right\| = 0, \quad (15)$$

где $\Delta_0 = (1 - Q_{tt} D)(1 - Q_{\tau\tau} D) - D^2 Q_{tt} Q_{\tau\tau}$, $N_{\tau t}^j = d_{jt} (1 - Q_{\tau\tau} D) + d_{j\tau}$, $M_{t\tau}^j = d_{t\tau} (1 - Q_{tt} D) + d_{j\tau} D Q_{tt}$, $D = D_\lambda = D_\tau$,

В приближении среднего поля вид коэффициентов упрощается, поскольку

$$\Sigma^{\alpha\alpha'} = \delta_{\alpha, \alpha'} b(\alpha) G_0^\alpha(\omega_n), \quad G_0^\alpha(\omega_n) = (i\omega_n + \alpha E)^{-1},$$

$b(\alpha) = \langle \alpha h \rangle$. При произвольных температурах дисперсионное уравнение (15) имеет весьма громоздкий вид. Можно показать, что при $T \rightarrow 0$ результаты совпадают с известными [13, 23] с точностью до квантовой перенормировки поля перехода H^* . Для спина $S=2$

$$H^* = \frac{3}{2} |K| + \frac{9}{2} \frac{B_1^2}{c_{11} - c_{12}} + 9a_0, \quad a_0 = \frac{B_2^2}{2c_{44}}.$$

Проанализируем случай температур, близких к критической T_c . В этом случае вклад дают все энергетические уровни магнитного иона.

Далее приводятся лишь ответы, поскольку промежуточные выкладки чрезвычайно громоздки.

В точке переориентационного фазового перехода $H=H^*$, где $H^*= \frac{9}{50} \langle S^z \rangle$ ($|K| - 2b_0 + \frac{9}{40} a_0 \langle S^z \rangle^2$), $b_0 = B_0^2/5$ ($c_{11} - c_{12}$), решение дисперсионного уравнения для МУ волн дают следующие три ветви спектра:

$$\begin{aligned}\omega_I(k) &= \tilde{a}_0 \langle S^z \rangle + \frac{2}{27} \frac{c_t^2 k^2}{\tilde{a}_0 \langle S^z \rangle}, \\ \omega_{II}(k) &= \frac{5}{2} \frac{|ak^2|}{\tilde{a}_0} \omega_t^2(k), \\ \omega_{III}(k) &= \frac{2}{27} \frac{c_t^2 k^2}{\tilde{a}_0 \langle S^z \rangle},\end{aligned}\quad (16)$$

где $a_0 = \frac{81}{800} a_0 \langle S^z \rangle^2$, c_t — скорость звука, $\alpha = \mathcal{J}(0)R_0$, R_0 — радиус взаимодействия, а для $\langle S^z \rangle$ пользуемся выражением $\langle S^z \rangle = \sqrt{\frac{2}{5}} \sqrt{6\tau}$ ($\tau = (T_c - T)/T_c$). Из общего выражения для $\langle S^z \rangle$

$$\langle S^z \rangle = 2Z_0^{-1} \left\{ 2 \cos 2\theta \exp \left(-\frac{3|K|}{2T} + \frac{3b_0}{T} \right) \operatorname{sh} \frac{\sqrt{4H^2 + \frac{9}{4}K^2}}{T} + \operatorname{sh} H/T \right\} \quad (17)$$

следует, что парапропцессом можно пренебречь, так как он становится существенным при полях $H \sim \mathcal{J}(0) \tau^{3/2}$, а мы работаем в интервале полей $H \sim |K| \tau^{1/2}$.

Формулы (16) справедливы для длинноволновой области $ak^2 \ll \tilde{a}_0$. Аналогичное неравенство в случае $T \rightarrow 0$ имеет вид $ak^2 \ll a_0$. Сравнение этих двух неравенств показывает, что область волновых векторов, при которых наблюдается размягчение фононной моды, убывает в $\sqrt{\tau}$ раз по мере приближения к T_c .

В данной работе рассматривается случай малой анизотропии $|K|/\mathcal{J}(0) \ll \tau \ll 1$ (правое неравенство исключает из рассмотрения флуктуационную область температур). Однако предлагаемая в данной работе схема вычислений позволяет изучать магнетики с произвольным соотношением K и $\mathcal{J}(0)$, что позволит выяснить влияние квантовых эффектов на магнитоупругость.

Примерами кубических ферромагнетиков являются никель и иттриевый феррит-гранат ($K < 0$), а также железо и $Tb_{0.3}Dy_{0.7}Fe_2$. Данные о константах упругой и магнитоупругой связи для них приведены в [23].

Сравнение полученных в настоящей работе результатов с данными эксперимента, к сожалению, провести не удается, поскольку данные о цепленаправленных исследованиях температурной зависимости спектров МУ волн отсутствуют.

Список литературы

- [1] Туров Е. А. Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов. М., 1963. 224 с.
- [2] Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. № 1. С. 228—239.
- [3] Kittel C. // Phys. Rev. 1958. V. 110. N 4. P. 836—841.
- [4] Боровик-Романов А. С., Рудашевский Е. Г. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. № 6. С. 2095—2101.
- [5] Боровик-Романов А. С. // Physics and Techniques of Low Temperatures. Proc. 3 Regional Conference. Prague, 1963. P. 86.
- [6] Iida S., Tasaki A. // Proc. Intern. conf. magnetism. Nottingham, 1964. P. 583—588.
- [7] Mizushima K., Iida S. // J. Phys. Soc. Jap. 1966. V. 21. N 8. P. 1521—1526.
- [8] Туров Е. А., Шавров В. Г. // ФТТ. 1965. Т. 7. № 1. С. 217—226.
- [9] Ozhogin V. J., Maksimenkov P. P. // IEEE Trans. Magn. 1972. V. MAG-8. N 3. P. 645.
- [10] Щеглов В. И. // ФТТ. 1972. Т. 14. № 7. С. 2180—2181.
- [11] Jantz W., Wetling W. // Appl. Phys. 1978. V. 15. N 4. P. 399—407.
- [12] Гришмановский А. Н., Леманов В. В., Смоленский Г. А., Балбашов А. М., Червоненкис А. Я. // ФТТ. 1974. Т. 16. № 5. С. 1426—1431.
- [13] Туров Е. А., Шавров В. Г. // УФН. 1983. Т. 140. № 3. С. 429—462.

- [14] Ахнезер А. И., Барыахтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. М., 1967. 368 с.
- [15] Зайцев Р. О. // ЖЭТФ. 1975. Т. 68. № 1. С. 207—215.
- [16] Вальков В. В., Овчинников С. Г. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. № 4. С. 1600—1608.
- [17] Вальков В. В., Валькова Т. А., Овчинников С. Г. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. № 2. С. 550—561.
- [18] Изюмов Ю. А., Скрябин Ю. Н. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. М., 1987. 264 с.
- [19] Вальков В. В., Валькова Т. А. // ТМФ. 1984. Т. 59. № 3. С. 453—464.
- [20] Вакс Б. Г., Ларкин А. И., Пикин С. А. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 1. С. 281—299.
- [21] Изюмов Ю. А., Кассан-Оглы Ф. А., Скрябин Ю. Н. Полевые методы в теории ферромагнетизма. М., 1974. 224 с.
- [22] Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., 1962. 444 с.
- [23] Туров Е. А., Луговой А. А., Бучельников В. Д., Кузавко Ю. А., Шавров В. Г., Ян О. В. // Препринт Ин-та физики металлов, № 4. Свердловск, 1986.

Симферопольский государственный
университет им. М. В. Фрунзе
Симферополь

Поступило в Редакцию
22 августа 1988 г.
В окончательной редакции
27 января 1989 г.