УДК 539.2

ВСПЛЕСКОВАЯ СТРУКТУРА ЗВУКОВОГО ПОЛЯ, ВОЗБУЖДАЕМОГО В МЕТАЛЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ

Н. М. Макаров, Ф. Перес Родригес, В. А. Ямпольский

Теоретически исследована электромагнитная генерация продольного звука в металле в условиях нелинейного аномального скин-эффекта. Показано, что в режиме сильной нелинейности звуковое поле представляет собой серию δ-функционных пиков, появляющихся в образце в моменты времени, когда магнитное поле радиоволны на поверхности металла обращается в нуль. Эти всплески находятся друг от друга на расстоянии, равном половине длины звуковой волны и движутся в глубь металла со скоростью продольного звука. Причина возникновения особенностей звукового поля связана с группой электронов, захваченных сильным знакопеременным магнитным полем радиоволны.

1. Настоящая работа посвящена теории нелинейного электромагнитного возбуждения звука в металлах. В чистых образцах при низких температурах наиболее эффективным механизмом электромагнитной нелинейности является так называемый магнитодинамический механизм. Он обусловлен влиянием магнитной компоненты волны на форму электронных траекторий и, как следствие, на высокочастотную проводимость образца. В наиболее типичной для металлов ситуации аномального скин-эффекта, когда глубина скин-слоя δ много меньше длины свободного пробега электронов l и радиуса кривизны R электронных траекторий в магнитном поле волны

$$\delta \ll l, \quad R = cp_F/2e\mathscr{H}, \tag{1}$$

магнитодинамическая нелинейность характеризуется параметром

$$b = (2\mathscr{H}/h)^{1/2}, \quad h = 8cp_F\delta/el^2. \tag{2}$$

Здесь $\mathscr{H}$ — амплитуда радиоволны, p_F — фермиевский импульс, e — абсолютное значение заряда электрона, c — скорость света. Величина b представляет собой отношение длины свободного пробега l к длине пути $(8R\delta)^{1/2}$ электронов в скин-слое. Поле h, в котором искривление электронных траекторий становится существенно и начинает проявляться магнитодинамическая нелинейность, для типичных металлов составляет небольшую величину 0.5—5 Э.

Ранее роль магнитодинамической нелинейности в электромагнитной генерации звука исследовалась в работах [1-3]. Было показано, что в отсутствие внешнего постоянного магнитного поля возбуждение продольного звука в изотропном металле происходит исключительно благодаря нелинейности. При этом звуковые колебания содержат только четные гармоники падающей волны. Оказалось, что характер зависимостей амплитуд звуковых гармоник от амплитуды $\mathscr{H}$ и частоты ω радиоволны, длины свободного пробега электронов полностью определяется особенностями нелинейного аномального скин-эффекта [4].

Подчеркнем, что во всех предыдущих исследованиях внимание уделялось возбуждению отдельных гармоник. В предлагаемой работе детально изучается полное звуковое продольное поле. Обнаружено, что при развитой нелинейности ($b \gg 1$) оно представляет собой серию «острых» пиков относительной ширины $\sim b^{-2}$ и высоты $\sim b^2$. Эти всплески находятся друг от друга на расстоянии, равном половине длины волны $\pi s/\omega$, и движутся в глубь металла со скоростью продольного звука s. Очередной пик зарождается у возбуждаемой радиоволной поверхности образца в момент времени, когда магнитное поле падающей волны на этой поверхности обращается в нуль. Период зарождения звуковых всплесков равен половине периода радиоволны π/ω.

2. Пусть на поверхность металлического полупространства падает плоская монохроматическая электромагнитная волна с частотой ω и амплитудой $\mathscr{H}$. Систему координат выбираем следующим образом: ось x направим по нормали к поверхности в глубину образца (на границе $x=0$), а оси y и z — вдоль векторов электрического и магнитного полей волны

$$\mathbf{E}(x, t) = \{0, E(x, t), 0\}, \quad \mathbf{H}(x, t) = \{0, 0, H(x, t)\}. \tag{3}$$

Исследуем электромагнитную генерацию продольной звуковой волны, в которой вектор смещения есть

$$\mathbf{u}(x, t) = \{u(x, t), 0, 0\}. \tag{4}$$

Система уравнений, описывающая этот процесс, состоит из уравнений Максвелла, кинетического уравнения Больцмана для функции распределения электронов и уравнения теории упругости для поля смещений $\mathbf{u}(x, t)$. Уравнение Больцмана линеаризовано по электрическому полю $E(x, t)$, а нелинейность связана с магнитным полем $H(x, t)$ и содержится в силе Лоренца. Мы ограничимся рассмотрением квазистатического случая

$$\omega \ll \nu, \tag{5}$$

где ν — частота релаксации электронов. Неравенство (5) позволяет пренебречь изменением магнитного поля волны $H(x, t)$ в течение всего времени свободного пробега электронов.

На больших расстояниях ($x \gg l$) решение уравнения продольных акустических колебаний можно записать в форме

$$u(x, t) = u(\tilde{\varphi}), \quad \tilde{\varphi} = \omega t - qx, \tag{6}$$

$$u(\tilde{\varphi}) = \frac{1}{2\rho_0 s^2} \int_0^\infty dx' \, [\Phi(x', \tilde{\varphi} + qx') - \Phi(x', \tilde{\varphi} - qx')], \tag{7}$$

где ρ_0 — плотность металла, $q = \omega/s$ — волновое число, s — скорость продольного звука. Величина $\Phi(x, \varphi)$ определяется по формуле

$$\Phi(x, \varphi) = -\int \frac{2d^3\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} \Lambda_{xx}(\mathbf{p}) \frac{\partial f_F}{\partial \varepsilon} \chi(x, \varphi), \tag{8}$$

$\varphi = \omega t$, $(\partial f_F/\partial \varepsilon)\,\chi(x, \varphi)$ — неравновесная добавка к фермиевской функции распепределения f_F электронов, $\mathbf{p}$ — импульс электрона. В используемой нами простейшей модели квадратичного и изотропного закона дисперсии электронов компонента $\Lambda_{xx}(\mathbf{p})$ тензора деформационного потенциала имеет вид

$$\Lambda_{xx}(\mathbf{p}) = -\tilde{m}\,(v_x^2 - v_F^2/3), \tag{9}$$

где $\tilde{m}$ — «деформационная» масса, $\mathbf{v} = \mathbf{p}/m$ — скорость, m — масса, v_F — фермиевская скорость электрона.

При выводе соотношения (7) мы использовали граничное условие к уравнению теории упругости, учитывающее деформационный вклад электронов [5, 6]

$$\left\{\rho_0 s^2 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} - \Phi(x, t)\right\}_{x=0} = 0. \tag{10}$$

В (7) также принято, что длина затухания звука l_s является самым большим параметром задачи ($l_s \gg \delta$, $l_s \sim v_F/sq \gg 1/q$ и $l_s \sim l\nu/\omega \gg l$).

Подчеркнем, что формула (7) получена для случая, когда основной вклад в $u(x, t)$ дает деформационная сила. Анализ показывает, что индукционным вкладом в $u(x, t)$ можно пренебречь по сравнению с деформационным, если выполняется неравенство

$$(ql/b)^2 \operatorname{th}(b^2) \gg 1. \tag{11}$$

3. В случае слабой нелинейности ($b \ll 1$) магнитное поле волны $H(x, t)$ лишь слегка искривляет электронные траектории в скин-слое и в главном по b^4 ($b^4 \sim \mathscr{H}^2$) приближении генерируемый продольный звук содержит только вторую (2ω) гармонику. В предыдущих работах [1-3] вычисление амплитуды второй гармоники u_2 проводилось с граничным условием $\partial u(x, t)/\partial x=0$ при $x=0$. Учет деформационного вклада (второго слагаемого) в граничном условии (10) приводит к изменению зависимости u_2 от параметра $q\delta$. Воспользовавшись результатом работы [2] для деформационной силы $F(x, t) = -\partial\Phi(x, t)/\partial x$ при слабой нелинейности, можно с помощью (7) получить асимптотики $u(\tilde{\varphi})$ при больших и малых значениях $q\delta$. Не останавливаясь на деталях расчета, выпишем их.

В случае $q\delta \ll 1$ продольное смещение имеет вид

$$u(x, t) = 2u_2 \sin[2(\omega t - qx)], \tag{12}$$

$$u_2 = \frac{(1+\rho)\,\varkappa_0}{24\pi^4 \rho_0 \omega s} \frac{\tilde{m}}{m} \mathscr{H}^2 \frac{l^2}{\delta_a^2} (2q\delta_a)^2 \ln(1/2q\delta_a). \tag{13}$$

Здесь ρ — вероятность зеркального отражения электронов от поверхности металла; величина $\varkappa_0$ плавно зависит от ρ. При диффузном отражении электронов ($\rho=0$) $\varkappa_0=29.46$; в случае зеркального отражения ($\rho=1$) $\varkappa_0=2\pi/3$.

Отметим, что в условиях слабой нелинейности глубина скин-слоя δ описывается формулой линейной теории

$$\delta_a = (c^2 l/3\pi^2 \sigma_0 \omega)^{1/3}, \tag{14}$$

где σ_0 — статическая проводимость металла.

Если $q\delta \gg 1$, для смещения продольного звука имеем

$$u(x, t) = 2u_2 \cos[2(\omega t - qx) - \pi/6], \tag{15}$$

$$u_2 = \frac{1}{24\pi^4 \rho_0 \omega s} \frac{\tilde{m}}{m} \mathscr{H}^2 \frac{l^2}{\delta_a^2} [(1-\rho)\varkappa_1 - (1+\rho)\varkappa_2]. \tag{16}$$

Здесь величины $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ являются плавными функциями параметра зеркальности ρ. При $\rho=0$ $\varkappa_1=\pi^2\sqrt{3}/4$, $\varkappa_2=3.9$; если $\rho=1$, то $\varkappa_2=3.5$.

4. Рассмотрим теперь генерацию продольного звука при больших амплитудах падающей радиоволны $\mathscr{H}$ ($b \gg 1$). Здесь основную роль играют те электроны, которые захватываются неоднородным магнитным полем $H(x, t)$. Они движутся в скин-слое вдоль плоскости $x=x_0(t)$ перемены знака пространственного распределения $H(x, t)$ ($H(x_0, t)=0$, $x_0 \sim \delta$) и наиболее эффективно взаимодействуют с электромагнитной волной [2, 4]. Поэтому при сильной нелинейности ($b \gg 1$) асимптотика $\Phi(x, t)$ определяется вкладом захваченных электронов. Основываясь на асимптотике для деформационной силы $F(x, t)$, полученной в работе [2], нетрудно связать $\Phi(x, t)$ с плотностью тока захваченных электронов $j(x, t)$ соотношением

$$\Phi(x, \varphi) = -\frac{5\Gamma^4(1/4)}{6^3\pi^2} \frac{\tilde{m} v_F}{|e|} \operatorname{sign}(\cos\varphi)\, j(x, \varphi), \tag{17}$$

где $\operatorname{sign} x$ — знаковая функция ($\operatorname{sign} x=+1$ при $x>0$, $\operatorname{sign} x=-1$ при $x<0$, $\operatorname{sign} x=0$ при $x=0$); асимптотику плотности тока $j(x, \varphi)$ можно найти в [4]. Отметим, что в (17) аргументом знаковой функции является значение магнитного поля радиоволны на возбуждаемой поверхности металла $H(0,\ t)=2\mathscr{H}\cos\omega t$.

Выражение (17) удобно для анализа поля продольных смещений $u(\tilde{\varphi})$. Начнем с наиболее актуального для квазистатического аномального скин-эффекта (1), (5) случая больших длин звуковых волн

$$q\delta \ll 1. \tag{18}$$

Нелинейный ток $j(x,\ \varphi)$ и, следовательно, $\Phi(x,\ \varphi)$ затухают на расстояниях $x \sim \delta$. По этой причине основной вклад в интеграл по x' в формуле (7) дают $x' \sim \delta$. Разлагая подынтегральную функцию в (7) по малому параметру $qx' \sim q\delta \ll 1$, в главном приближении получим

$$u(\tilde{\varphi}) = \frac{\omega}{\rho_0 s^3}\frac{\partial}{\partial\tilde{\varphi}}\int\limits_0^\infty x' dx' \Phi(x',\ \tilde{\varphi}). \tag{19}$$

Подставляя (17) в (19) и используя уравнения Максвелла, для смещения $u(\tilde{\varphi})$ имеем

$$u(\tilde{\varphi}) = -\frac{5\Gamma^4(1/4)}{2^5(3\pi)^3}\frac{\tilde{m}v_F\omega c}{\rho_0 s^3 e}\frac{\partial}{\partial\tilde{\varphi}}\left\{\operatorname{sign}(\cos\tilde{\varphi})\int\limits_0^\infty dx' H(x',\ \tilde{\varphi})\right\}. \tag{20}$$

Распределение магнитного поля радиоволны $H(x,\ t)$ было получено и исследовано в работе [4].

Согласно формуле (20), звуковое поле $u(\tilde{\varphi})$ в металле содержит серию движущихся δ-функционных всплесков, местоположение которых определяется равенством

$$\omega t - qx = \pi n + \pi/2, \quad n = 0,\ \pm 1,\ \pm 2 \ldots \tag{21}$$

Всплески зарождаются на поверхности металла в те моменты времени, когда магнитное поле волны на этой поверхности $H(0,\ t)=2\mathscr{H}\cos\omega t$ обращается в нуль, и движутся со скоростью звука s в глубину образца. Период их зарождения равен половине периода радиоволны π/ω (звуковое поле $u(\omega t - qx)$ имеет период π/ω). Расстояние между соседними всплесками составляет половину длины волны звука π/q. В каждый фиксированный момент времени в образце толщины $d \gg l$ число пиков не превышает целую часть отношения qd/π. Отметим, что формула (20) для $u(\tilde{\varphi})$ найдена в пределе $b \to \infty$. Нетрудно понять, что при конечном значении $b > 1$ относительная высота всплесков звука имеет порядок b^2, а их относительная ширина $\sim b^{-2}$. Таким образом, уже при $b \geqslant 3$ эти всплески являются довольно «острыми».

Наличие особенностей у продольного смещения $u(\tilde{\varphi})$ обусловлено скачкообразным поведением деформационной силы $F(x,\ t) = -\partial\Phi(x,\ t)/\partial x$ в функции времени (см. (17)). Дело в том, что вынуждающая сила $F(x,\ t)$ существенно зависит от направления движения захваченных электронов вдоль оси y. При появлении новой плоскости перемены знака магнитного поля $H(x,\ t)$ (эта плоскость появляется на поверхности металла $x=0$ в моменты времени, когда $H(0,\ t)=0$) меняется направление движения захваченных частиц. Это и приводит к скачку деформационной силы.

Поскольку смещение $u(\omega t - qx)$ периодично во времени с периодом π/ω, продольный звук в металле содержит только четные гармоники возбуждающей радиоволны. Используя результаты работы [4], с помощью формулы (20) легко выяснить зависимость амплитуд гармоник u_{2n} от внешних параметров задачи. Учитывая, что при сильной нелинейности $b \gg 1$ глубина скин-слоя δ пропорциональна $\mathscr{H}^{-1/5}(\omega l)^{-2/5}$, имеем

$$u_{2n} \sim \frac{\mathscr{H}^2}{\rho_0\omega s}\frac{R}{\delta}(q\delta)^2 \sim \mathscr{H}^{4/5}\omega^{3/5}l^{-2/5}, \tag{22}$$

Укажем, что по мере увеличения параметра $q\delta$ (увеличения частоты радиоволны ω, $q\delta \sim \omega^{3/5}$) обнаруженные всплески звукового поля «расплываются» и в области $q\delta \gg 1$ исчезают. Зависимости амплитуд гармоник u_{2s} от амплитуды и частоты радиоволны, длины свободного пробега электронов при $q\delta \gg 1$ совпадают с найденными в работе [2]. Это связано с тем, что в условиях сильной нелинейности $b \gg 1$ граничное условие (10) практически не отличается от применявшегося в [2] условия $\partial u(x, t)/\partial x = 0$ при $x=0$, поскольку значение $\Phi(x, t)$ на поверхности металла $x=0$ при $b \gg 1$ пренебрежимо мало.

В заключение обратим внимание на недавно появившуюся экспериментальную работу [7], в которой впервые наблюдалась нелинейная электромагнитная генерация звука. В связи с этим подчеркнем, что применяемые в данном эксперименте амплитуды радиоволны, а также чувствительность звуковых приемников вполне достаточны и для того, чтобы обнаружить предсказанное здесь явление.

Список литературы

[1] Васильев А. Н., Гулянский М. А., Каганов М. И. // ЖЭТФ. 1986. Т. 91. № 1 (7). С. 202—212.

[2] Макаров Н. М., Перес Родригес Ф., Ямпольский В. А. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 9. С. 368—379.

[3] Makarov N. M., Pérez Rodríguez F., Yampol'skii V. A. // Phys. Lett. A. 1988. V. 130. N 6, 7. P. 390—394.

[4] Любимов О. И., Макаров Н. М., Ямпольский В. А. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. № 6 (12). С. 2159—2170.

[5] Бабкин Г. И., Кравченко В. Я. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. № 5 (11). С. 2083—2092.

[6] Гришин А. М., Канер Э. А. // ЖЭТФ. 1972. Т. 63. № 6 (12). С. 2304—2315.

[7] Королюк А. П., Хижный В. И. // Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 48. № 6. С. 348—350.

Институт радиофизики и электроники АН УССР
Харьковский государственный
университет им. А. М. Горького
Харьков

Поступило в Редакцию
4 января 1989 г.