# Регулярная и хаотическая прецессия намагниченности в магнитных пленках с полосовой доменной структурой

© А.М. Шутый

Ульяновский государственный университет, 432970 Ульяновск, Россия

E-mail: shuty@mail.ru

(Поступила в Редакцию 22 октября 2007 г. В окончательной редакции 25 февраля 2008 г.)

На основе численного решения уравнений движения в широком диапазоне частот переменного поля исследуется нелинейная прецессионная динамика намагниченности в перпендикулярно подмагниченных тонкопленочных структурах типа (100) с полосовой доменной структурой. Выявлены условия реализации высокоамплитудных регулярных и хаотических динамических режимов. Обнаружены бифуркационные изменения прецессии связанных магнитных моментов и состояния динамической бистабильности. Рассмотрены особенности спектра показателей Ляпунова и временных аналогов сечения Пуанкаре траекторий хаотических режимов.

Работа поддержана грантом Президента РФ (№ МД-3169.2007.2).

PACS: 05.45.Pq, 75.40.Gb, 75.70.Ak

#### 1. Введение

Магнитоупорядоченные кристаллы являются весьма удобными объектами для исследования широкого круга вопросов нелинейной динамики, что обусловлено разнообразием нелинейных эффектов, возникающих при воздействии на диссипативную спиновую систему высокочастотного поля [1–4], а также возможностью реализации динамического хаоса, различных статических и динамических самоорганизующихся структур [5–8]. Наряду с этим интерес к исследованию динамики намагниченности при больших углах прецессии вызван широкими возможностями ее практического использования, в частности, для модуляции лазерного излучения [9,10].

Для достижения больших углов однородной прецессии намагниченности необходимо выполнение условий, при которых не могут развиваться суловские неустойчивости, обусловленные трех- и четырехмагнонными взаимодействиями. В случае тонкого перпендикулярно намагниченного слоя резонансная однородная мода спин-волнового спектра за счет подбора толщины слоя может быть достаточно далеко (по частоте) удалена от первой (неоднородной) спин-волновой моды [11]. Именно поэтому в перпендикулярно подмагниченных пленках при условии  $\omega < \omega_0$  механизмы передачи энергии от однородной прецессии к спиновым волнам не реализуются. В результате этого с ростом амплитуды высокочастотного поля не происходит насыщения резонанса на однородной моде [12], и особенности нелинейной динамики намагниченности проявляются уже в случае ее однородной прецессии [13].

Результаты исследований однородной прецессии намагниченности в случае, когда частота переменного и

величина подмагничивающего полей связаны условиями линейного ферромагнитного резонанса [14], ранее были представлены для перпендикулярно намагниченных монокристаллических пленок типа (111) [15] и для пленок типа (100) [16]. Однако в плане реализации сложных регулярных и хаотических прецессионных режимов перспективным является рассмотрение условий, возникающих в случае более слабых подмагничивающих полей, причем на частотах, меньших частоты линейного резонанса. Были проведены исследования хаотической и квазипериодической динамики намагниченности, устанавливающейся при указанных условиях в кристаллах с одноосной анизотропией [13], а также с учетом кубической кристаллографической анизотропии для пленок с осью симметрии третьего и четвертого порядков [17,18]. Однако при этом рассматривались структуры, находящиеся в однодоменном состоянии,т.е. с однородным вдоль пленки распределением намагниченности. Как известно, это может быть достигнуто в достаточно малых пленочных образцах, размер которых определяется величиной намагниченности насыщения, константами анизотропии, а также постоянной неоднородного обмена [14] и для ферритов со структурой граната составляет  $\sim 1 \mu \text{m}$ .

В настоящей работе на основе построения бифуркационных диаграмм, временных аналогов сечений Пуанкаре и спектра показателей Ляпунова исследуются как регулярные, так и хаотические прецессионные режимы связанных магнитных моментов, устанавливающиеся в пленках типа (100) при наличии полосовой доменной структуры. Проводится также сравнительный анализ рассматриваемых динамических режимов с режимами, реализующимися в случае исходного однодоменного состояния пленки.

5\* 2179

2180 А.М. Шутый

#### 2. Основные уравнения и соотношения

Исследования нелинейных прецессионных режимов намагниченности будем проводить для широко используемых в интегральных технологиях тонких ферритгранатовых пленок. Эпитаксиальные пленки ферритаграната являются монокристаллическими слоями с кубической кристаллической решеткой. Рассмотрим случай, когда кристаллографическая ось [100] совпадает с осью х и нормальна поверхности пленки, а оси [010] и [001] совпадают с осями у и z. Примем, что образец имеет доменную структуру, состоящую из двух подсистем полосовых магнитных доменов, намагниченность в каждой из которых  $\mathbf{M}_i$ , где i=1,2 (доменные стенки рассматриваются как бесконечно тонкие границы). Динамическое поведение векторов намагниченности во внешних статическом H и переменном h магнитных полях, которые в дальнейшем считаем ортогональными  $(\mathbf{H} \perp \mathbf{h})$ , будем описывать уравнениями Ландау-Лифшица [14,19]

$$\frac{\partial \mathbf{M}_i}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M}_i \times \mathbf{H}_{\text{efi}} + \frac{\alpha}{M} \mathbf{M}_i \times \frac{\partial \mathbf{M}_i}{\partial t}, \tag{1}$$

где  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $\alpha$  — параметр диссипации; эффективное магнитное поле определяется производной от плотности свободной энергии магнитных полсистем

$$\mathbf{H}_{\mathrm{ef}i} = -\nabla_{\mathbf{M}} F_i,\tag{2}$$

где в случае декартовой системы координат  $\nabla_{\mathbf{M}}F_{1,2}=\sum \mathbf{e}_j\partial F_{1,2}/\partial M_{j1,2},\ \mathbf{e}_j$  — орты координатных осей (j=x,y,z). При выбранной ориентации кристаллографических осей выражение для плотности свободной энергии имеет вид

$$F_i = -\mathbf{M}_i(\mathbf{H} + \mathbf{h}) - (K_u - 2\pi M^2)m_{xi}^2 + K_1[m_{zi}^2(m_{xi}^2 + m_{yi}^2)]$$

$$+ m_{xi}^2 m_{yi}^2 ] + \pi M^2 (m_{y1} - m_{y2} - m_{z1} + m_{z2})^2 / 4,$$
 (3)

где  $K_u$  и  $K_1$  — константы индуцированной ростом и кристаллографической анизотропии; M — модуль векторов намагниченности. Принимается, что связь между магнитными моментами различных доменов обусловлена в основном размагничивающими полями, которые возникают вследствие скачков намагниченности на границах доменов [14]. При записи описывающего данную связь последнего члена в выражении (3) выбрано, что граница между доменами лежит в плоскости  $\{01\overline{1}\}$ .

Границы между доменами принимаются неподвижными, что оправдано удаленностью интересующего нас частотного диапазона от собственной частоты колебаний доменных границ, которая находится из выражения  $\omega_w = \gamma M^{5/4} (q/K_1)^{1/8} L^{1/4} (\chi_b)^{-1/2}$ , где q — постоянная неоднородного обмена, L — размер образца (монокристалла или зерен в поликристалле),  $\chi_b$  — статическая начальная восприимчивость; для монокристаллического железо-иттриевого граната  $\omega_w/2\pi \sim 100\,\mathrm{MHz}$  [14]. Квазистатическим движением доменных границ можно пренебречь в случае малой величины (< 0.1) возникающей

в результате этого движения относительной разности ширины соседних доменов, что, как показывает анализ, хорошо выполняется для исследуемых прецессионных режимов в магнитных системах, близких к насыщению. При этом влияние изменения энергии стенок на динамику магнитных моментов можно учесть в параметре диссипации.

Для исследования линейного ферромагнитного резонанса динамические уравнения во многих случаях переводят из декартовой системы координат в сферическую [14,20], учитывая, что в уравнении Ландау—Лифшица амплитуда намагниченности *М* сохраняется. Однако при исследовании нелинейной динамики намагниченности, когда для решения исходных уравнений необходим численный анализ, оказалось намного более экономичным (с точки зрения затрачиваемого на вычисления времени) решать систему уравнений для проекций намагниченности в декартовой системе координат, следующих из (1),

$$\frac{M(1+\alpha^2)}{\gamma} \dot{m}_{yi} = (m_{zi} + \alpha m_{xi} m_{yi}) \frac{\partial F_i}{\partial m_{xi}} - (m_{xi} - \alpha m_{yi} m_{zi}) \frac{\partial F_i}{\partial m_{zi}} - \alpha (1 - m_{yi}^2) \frac{\partial F_i}{\partial m_{yi}},$$

$$\frac{M(1+\alpha^2)}{\gamma} \dot{m}_{zi} = (m_{xi} + \alpha m_{yi} m_{zi}) \frac{\partial F_i}{\partial m_{yi}} - (m_{yi} - \alpha m_{xi} m_{zi}) \frac{\partial F_i}{\partial m_{xi}}, \tag{4}$$

где  $m_{j1,2} = M_{j1,2}/M$  — нормированные компоненты векторов намагниченности; компоненты  $m_{xi}$  находятся из равенства  $m_{xi}^2 + m_{yi}^2 + m_{zi}^2 = 1$ .

Для малых амплитуд СВЧ-поля ( $h \ll H_{\rm eff}$ ) на частоте  $\omega = \omega_r$  имеет место линейный ферромагнитный резонанс, при котором углы прецессии малы и временные зависимости  $m_i(t)$  могут быть найдены из линеаризованных (по малым отклонениям намагниченности от положения равновесия) уравнений движения. Дальнейшее рассмотрение ограничим ориентацией статического поля  ${\bf H}$ , перпендикулярной поверхности пленки. При величине поля  ${\bf H}$  и значениях констант анизотропии  ${\bf K}_u$  и  ${\bf K}_1$ , отвечающих равновесной ориентации векторов  ${\bf M}_i$  вдоль нормали к пленке ( $m_{xi}=1$ ), частота линейной резонансной прецессии оказывается равной  $\omega_r=\gamma H_{\rm ef}^\perp$ , где эффективное поле определяется выражением [14]

$$H_{\rm ef}^{\perp} = H - 4\pi M + 2(K_u + K_1)/M.$$
 (5)

С увеличением амплитуды СВЧ-поля и соответственно с ростом угла прецессии существенным становится вклад нелинейных эффектов в динамику намагниченности. При этом анализ особенностей прецессионного движения с учетом всех параметров, определяющих состояние намагниченности в пленке, возможен только на основе численных методов.

# 3. Высокоамплитудные регулярные и хаотические режимы

Построение рельефа плотности свободной энергии при h=0 показало [17], что при величине подмагничивающего поля  $H < H_0$  исчезает энергетический минимум по направлению нормали к структуре и появляются четыре несовпадающих с нормалью симметричных минимума. С уменьшением подмагничивающего поля их положение несколько смещается к плоскости пленки, и они становятся более выраженными. Значение  $H_0$  находится из выражения (5) при условии  $H_{\rm ef}^\perp = 0$ . Проведенный анализ выявил, что в случае  $H < H_0$  при малых амплитудах СВЧ-поля  $h \leq h_c(H)$  реализуется низкоамплитудная прецессия магнитных моментов доменной структуры с двумя симметричными осями, лежащими в плоскости  $\{01\bar{1}\}$ .

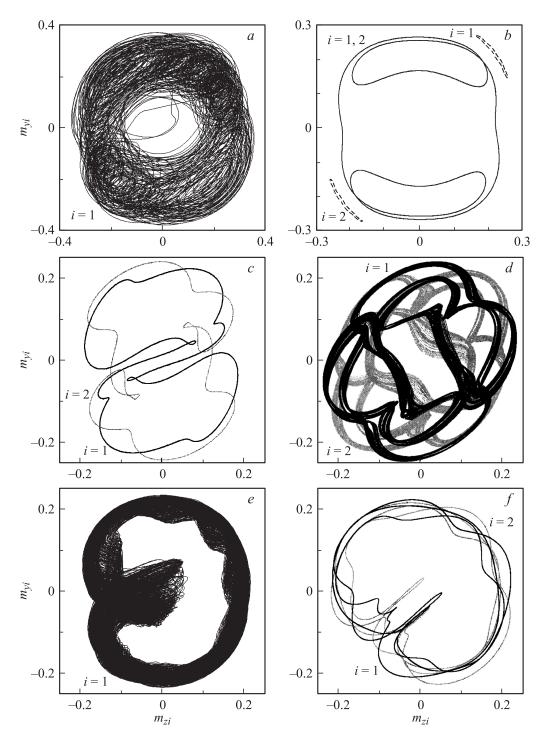
При достаточно больших амплитудах  $(h > h_c)$ переменного поля на частотах  $\omega/2\pi \sim 1-10\,\mathrm{MHz}$ , которые значительно меньше частоты линейного резонанса, в интервале подмагничивающего поля  $H_{-} < H < H_{+}$ , где  $H_{+} \approx H_{0}$ , реализуются высокоамплитудные (отклонение магнитных моментов от равновесного положения  $\Delta m_i > 0.1$ ) режимы прецессии, в том числе хаотические. В качестве примера на рис. 1 приведены проекции траекторий магнитных моментов в случае высокоамплитудных хаотических (a, d, e)и регулярных (b, c, f) режимов, устанавливающихся воздействием переменного поля  $\omega/2\pi = 10\,\mathrm{MHz}\,\,(a-d)\,\,$ и 20 MHz  $(e,f)\,\,$ с амплитудой  $h = 1 \,\mathrm{Oe}$  (здесь и далее) при H = 420 (a), 430 (b), 445 (c,d), 447 Oe (e,f). Угол поляризации переменного поля  $\varphi_h$ , отсчитываемый в плоскости пленки от оси y, составляет  $\varphi_h = 0$  (a, b, c, e),  $\pi/4$  (d),  $-2\pi/9$  (f). Ha рис. 1, c, d, f приведены проекции траекторий магнитных моментов обоих доменных подсистем; индекс i=1относится к магнитному моменту, имеющему в равновесном состоянии (при h = 0) положительные компоненты  $(m_{v1}, m_{z1} > 0)$ , индекс i = 2магнитному моменту с отрицательными компонентами. На рис. 1, а, е представлены проекции хаотических траекторий только одного магнитного момента; однако траектории другого магнитного момента в отвечающих данным рисункам режимах близки приведенным, и аттракторы прецессии обоих магнитных моментов совпадают. Следует заметить, что имеющиеся в той или иной степени различия хаотических траекторий первого и второго связанных магнитных моментов существенно отличают рассматриваемую хаотическую динамику от хаотических колебаний в металлических многослойных структурах [21], где движения магнитных моментов осуществлялись в противофазе  $(m_{v1} = -m_{v2})$ , но по одним и тем же траекториям. На рис. 1, в приведена траектория регулярного высокоамплитудного режима, при котором направления обоих магнитных моментов совпадают и вся система прецессирует как единое целое, т. е. при исходной (h = 0) доменной структуре возникает

динамическое однодоменное состояние. Пунктиром на данном рисунке приведены проекции траекторий магнитных моментов, устанавливающиеся при  $H = 410 \, \mathrm{Oe}$  $(H < H_{-})$  и отвечающие низкоамплитудной прецессии. Таким образом, в рассматриваемых пленках с полосовой доменной структурой реализуются высокоамплитудные регулярные и хаотические прецессионные режимы, аттракторы которых, отвечающие двум доменным подсистемам, могут как совпадать, так и быть различными. Видно также, что достаточно малое изменение поля H (или параметров переменного поля) может привести к существенному изменению аттрактора прецессии, включая реализацию перехода от регулярного режима к хаотическому и наоборот. Здесь и далее для расчета приведенных зависимостей используются следующие параметры, отвечающие реальной феррит-гранатовой пленке  $Y_{2,9}La_{0,1}Fe_{3,9}Ga_{1,1}O_{12}$ :  $4\pi M = 214.6 \,\text{G}, \quad \gamma = 1.755 \cdot 10^7 \,(\text{Oe} \cdot \text{s})^{-1}, \quad \alpha = 10^{-2},$  $K_1 = -10^3 \text{erg/cm}^3$  и  $K_u = -10^3 \text{erg/cm}^3$  [22].

На более низких частотах ( $\omega/2\pi \le 1\,\mathrm{MHz}$ ) практически при тех же h и значениях подмагничивающего поля реализуются иные высокоамплитудные режимы, заключающиеся в динамических перескоках векторов намагниченности между двумя равновесными ориентациями. При этом оба связанных магнитных момента имеют одинаковое направление, и режимы перескоков близки к аналогичным режимам в однодоменном состоянии [17]. Динамические перескоки сопровождаются быстро релаксирующими высокочастотными колебаниями с периодом  $T_q \approx 2\pi/\omega_r$ , а полный период данных стационарных режимов, т.е. период перескоков, соответствует периоду переменного магнитного поля  $T_h = 2\pi/\omega$ . Амплитуда динамических перескоков слабо зависит от амплитуды переменного поля, а определяется в основном равновесными ориентациями намагниченности.

Для более детального исследования сложных по траектории нелинейных динамических режимов удобно построение бифуркационных диаграмм [20,23]. На рис. 2 указанные диаграммы приведены для одного из магнитных моментов на плоскости  $(\overset{\sim}{m}_{v1}; H)$ , где каждому значению подмагничивающего поля Н соответствуют экстремальные значения у-компоненты нормированного магнитного момента  $m_{v1}$ , прецессирующего под воздействием переменного поля с параметрами  $\omega/2\pi = 10 \,\mathrm{MHz}$  и  $\varphi_h = 0 \,(a), \,\pi/4 \,(b)$ . При этом, если на бифуркационной диаграмме одному значению подмагничивающего поля отвечают лишь две точки ( $m_{v1\, {
m max}}$ и  $m_{v1\,\text{min}}$ ) или большее, но конечное число точек, то реализуется регулярный прецессионный режим. Множеству близко расположенных точек соответствует хаотическая прецессионная динамика намагниченности. Видно, что с приближением к зоне хаотической динамики со стороны больших величин подмагничивающего поля вначале наблюдается рост амплитуды регулярной прецессии, который сопровождается усложнением траектории прецессии. Наряду с широкими зонами хаотичности имеют

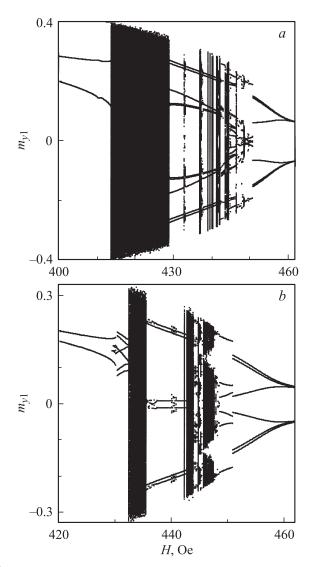
2182 А.М. Шутый



**Рис. 1.** Проекции траекторий нормированных магнитных моментов в случае хаотических (a,d,e) и регулярных (b,c,f) режимов, устанавливающихся при h=1 Oe;  $\omega/2\pi=10$  (a-d), 20 MHz (e,f);  $\varphi_h=0$  (a,b,c,e),  $\pi/4$  (d),  $-2\pi/9$  (f); H=420 (a), 430 (b), 445 (c,d), 447 Oe (e,f).

место относительно узкие, отвечающие хаотической динамике зоны, которые располагаются преимущественно в области бо́льших значений подмагничивающего поля. При этом для близких по величине подмагничивающих полей амплитуда хаотической прецессии оказывается несколько больше амплитуды регулярных режимов. В зонах хаотичности дальнейшее уменьшение H приводит к

продолжению роста амплитуды прецессии. Со стороны меньших значений подмагничивающего поля зона хаотических режимов (с максимальной амплитудой прецессии) ограничена низкоамплитудными регулярными режимами. Увеличение амплитуды переменного поля приводит к расширению зоны хаотичности и ее усложнению: в частности, увеличиваются и по количеству, и



**Рис. 2.** Бифуркационные диаграммы для высокоамплитудных хаотических и регулярных режимов прецессии: полевая зависимость экстремумов *y*-компоненты нормированного магнитного момента  $m_{y1}$ .  $\omega/2\pi=10\,\mathrm{MHz},\, \varphi_h=0\,(a),\,\pi/4\,(b).$ 

по ширине области сложных регулярных прецессионных режимов.

Для построения бифуркационных диаграмм при численном моделировании (с помощью метода Рунге— Кутта с подстраиваемым шагом) вектора намагниченности выводились на стационарный режим, при котором увеличение времени наблюдения за системой не меняет (в пределах точности вычислительной программы) аттракторов режима. Время, в течение которого фиксировались экстремальные значения  $m_{yi}$ , подбиралось таким образом, чтобы полностью успевала проявиться форма хаотических аттракторов реализуемых режимов (в большинстве случаев данное время  $t \approx (50-100)\pi/\omega$ ). При этом с увеличением t форма аттрактора не меняется, а на бифуркационной диаграмме увеличивается лишь плотность отвечающих ему точек.

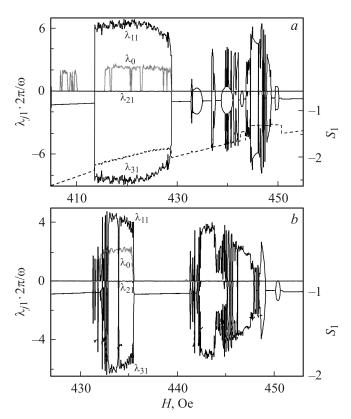
# 4. Спектр показателей Ляпунова

При анализе хаотических режимов весьма информативным является спектр показателей Ляпунова (ПЛ)  $\lambda_j$  [23,24]. Эти показатели вводятся таким образом, что выбранная в начальный момент времени область малого радиуса  $\varepsilon$  с центром на аттракторе при движении этого центра по аттрактору в момент времени t имеет размеры  $l_j$  по N главным полуосям

$$\{l_1, l_2, \dots, l_N\} = \{\varepsilon \exp(\lambda_1 t), \varepsilon \exp(\lambda_2 t), \dots, \varepsilon \exp(\lambda_N t)\},$$
(6)

где число ПЛ равно числу степеней свободы системы. В рассматриваемом нами случае у каждого магнитного момента доменной подсистемы три степени свободы. При этом имеет место два набора ПЛ — по три показателя  $(\lambda_{1i}, \ \lambda_{2i}, \ \lambda_{3i})$  на магнитную подсистему. Поэтому для расчета спектра ПЛ по методике Бенеттина [25,26] необходимо решать систему (4), дополненную уравнениями для  $\dot{m}_{xi}$  и уравнениями для шести векторов возмущения. Следует заметить, что для расчета ПЛ рассматриваемой связанной системы при использовании метода Бенеттина возмущение вектора второй (первой) подсистемы, возникающее за счет связи с задаваемым в начале расчета вектором возмущения другой подсистемы, должно приравниваться к нулю (после применения ортогонализации Грама-Шмидта и нормировки) и вычисляться заново. На рис. 3 для случаев, отвечающих рис. 2, приведены зависимости от величины подмагничивающего поля трех ПЛ первого магнитного момента и суммы показателей  $S_1 = \sum \lambda_{j1}$  (штриховые кривые). Графики, соответствующие второму магнитному моменту, от приведенных практически не отличаются. Серой линией для сравнения на рисунке представлены зависимости максимального ПЛ  $\lambda_0$ , отвечающего исходному однодоменному состоянию пленки при тех же прочих условиях.

Анализ значений ПЛ позволяет сделать следующие выводы. В случае регулярных прецессионных режимов один из показателей равен нулю (обозначим его  $\lambda_{1i}$ ), а два других — отрицательны и, как правило, оказываются равными ( $\lambda_{2i}=\lambda_{3i}$ ). Увеличение одного из отрицательных ПЛ (обозначим его  $\lambda_{2i}$ ) сопровождается уменьшением другого показателя  $(\lambda_{3i})$  таким образом, что их сумма либо не меняется, либо меняется незначительно. При переходе к хаотическому режиму показатель  $\lambda_{1i}$ становится положительным, показатель  $\lambda_{2i}$  увеличивается до нулевого значения, а показатель  $\lambda_{3i}$  уменьшается так, что величина  $S_i$  при этом также меняется незначительно (или сохраняется). Положительный ПЛ отвечает за экспоненциальное расхождение на фазовой плоскости двух первоначально близко расположенных точек аттрактора динамического режима и, следовательно, характеризует хаотичность прецессионной динамики. При возвращении к регулярным режимам имеют место противоположные изменения ПЛ. Как следует из приведенных зависимостей и диаграмм на рис. 2, при переходе 2184 А.М. Шутый



**Рис. 3.** Зависимости от величины подмагничивающего поля показателей Ляпунова  $\lambda_{j1}$  и их суммы  $S_1$  (штриховая линия) для аттракторов магнитного момента  $\mathbf{M}_1$ , а также максимального показателя Ляпунова  $\lambda_0$ , отвечающего однодоменному состоянию пленки (серая линия).  $\omega/2\pi=10\,\mathrm{MHz},\, \varphi_h=0\,(a),\,\pi/4\,(b).$ 

между регулярными и хаотическими режимами (а также при переходе между двумя различными регулярными режимами) небольшие скачки сумма ПЛ испытывает в случае значительного различия данных режимов по амплитуде.

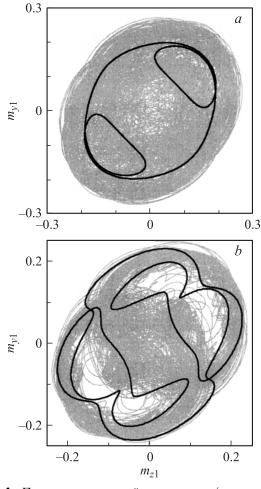
Сравнение наибольших ПЛ для рассматриваемой и однодоменных структур (кривая серого цвета) показывает, что для них имеет место общая область значений подмагничивающего поля, отвечающая хаотической динамике. При этом влияние доменной структуры в ряде случаев приводит к появлению хаотических режимов при больших значениях *Н*. Кроме того, в пленках с доменной структурой наибольший ПЛ более чем в 2 раза превосходит наибольший ПЛ в однодоменных пленках, следовательно, в первом случае хаотичность прецессионной динамики оказывается более выраженной.

На приведенном рисунке наблюдаются узкие близкорасположенные "полосы" резкого изменения графика зависимостей ПЛ от H (для некоторых из них отсутствуют соответствующие изменения на бифуркационных диаграммах). Как правило, это говорит не о резкой и частой смене режимов, а о реализации динамической бистабильности, т. е. когда при одних и тех же условиях (параметрах системы, статических и переменных полях)

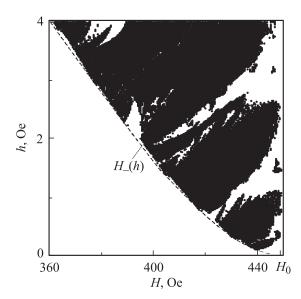
могут реализоваться два (или более) динамических режима. При этом на установление того или иного режима влияют различные флуктуации параметров системы или начальных условий, в частности изменение начальной фазы переменного поля. На рис. 4 в качестве примера представлены проекции на плоскость уz траекторий регулярных (черная линия) и хаотических (серая линия) прецессионных режимов нормированного вектора намагниченности  $\mathbf{m}_1$ , устанавливающихся в условиях динамической бистабильности при параметрах переменного поля  $\omega/2\pi=10\,\mathrm{MHz}$ ,  $\varphi_h=\pi/4$  и значениях подмагничивающего поля H=441.7 (a),  $445.5\,\mathrm{Oe}$  (b). Для получения различных динамических режимов варьировалась начальная фаза  $\psi$  переменного поля, записываемого в виде

$$h(t) = h\sin(\psi + \omega t). \tag{7}$$

В случае a наряду с хаотическим режимом реализуется регулярная динамика, при которой оба магнитных момента остаются параллельными и прецессируют по одной траектории (т.е. устанавливается однодоменный динамический режим). В случае b реализуются три пре-



**Рис. 4.** Проекции траекторий регулярных (черная линия) и хаотических (серая линия) режимов вектора  $\mathbf{m}_1$ , устанавливающихся в условиях динамической бистабильности.  $\omega/2\pi=10\,\mathrm{MHz},\, \varphi_h=\pi/4,\, H=441.7\,\,(a),\,445.5\,\mathrm{Oe}\,\,(b).$ 



**Рис. 5.** Бифуркационная диаграмма хаотических режимов. Точками отмечены значения подмагничивающего и амплитуды переменного полей, отвечающие положительному наибольшему показателю Ляпунова аттракторов прецессионных режимов.  $\omega/2\pi=10\,\mathrm{MHz},\, \varphi_h=0.$ 

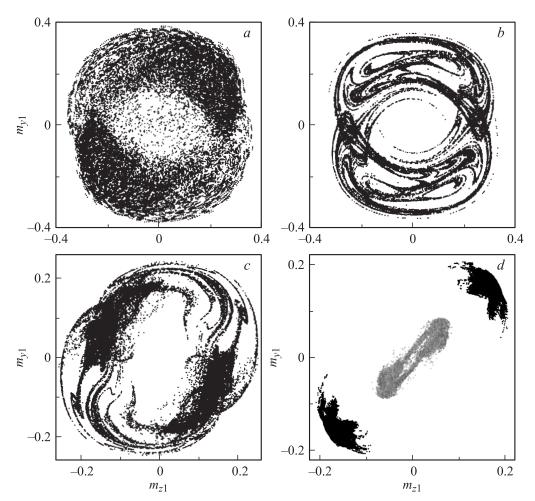
цессионных режима: один хаотический и два регулярных. Первый из регулярных режимов (реализующийся чаще, т.е. в большей области значений начальной фазы  $\psi$ ) аналогичен режиму при  $H=441.7\,\mathrm{Oe}$  и на рис. 4,b не представлен; второй режим обладает более сложными траекториями, различными для двух магнитных моментов доменной структуры. Указанные регулярные режимы имеют одинаковые периоды, равные периоду переменного поля  $T=T_h$ .

Расчет зависимости ПЛ от различных параметров позволяет получить соответствующие зависимости определенных ранее величин  $H_{-}$  и  $H_{+}$ . На рис. 5 в осях (H, h) приведена диаграмма, на которой точками отмечены значения подмагничивающего и амплитуды  $(h = h_{v})$  переменного полей, отвечающие случаю положительного наибольшего ПЛ и, следовательно, реализации хаотического динамического режима. Не отмеченным на диаграмме точкам соответствуют значения параметров, при которых устанавливается регулярная динамика намагниченности. Расчет проводился при  $\omega/2\pi = 10 \, \text{MHz}, \; \varphi_h = 0.$  Значение поля  $H_+$ , ограничивающее высокоамплитудные (как хаотические, так и регулярные) прецессионные режимы со стороны больших подмагничивающих полей (на рисунке оно примыкает к правой границе диаграммы), практически не зависит от h. Однако хаотические режимы для значений подмагничивающего поля, расположенные вблизи границы  $H_+ \approx H_0$ , устанавливаются только при h, принадлежащих достаточно узким интервалам значений. При величинах h, не входящих в указанные интервалы, в данном случае будет иметь место регулярная высокоамплитудная прецессия. Зависимость  $H_{-}(h)$ , совпадающая с "усредненной" левой границей области хаоса (штриховая линия) — и, следовательно, ширина интервала поля H, отвечающего высокоамплитудным режимам, — в случае достаточно больших h близка к линейной, а в случае малых переменных полей  $H_- \sim h^{1/2}$ . При значениях параметров, расположенных на диаграмме ниже штриховой линии, реализуются низкоамплитудные регулярные прецессионные режимы, а выше штриховой линии (при не отмеченных точками значениях полей) — высокоамплитудные режимы. Таким образом, указанная граница соответствует (с небольшими, зависящими от частоты отклонениями) упоминаемой ранее зависимости  $h_c(H)$ . Наличие доменной структуры, как показали дополнительные исследования, слабо влияет на основные особенности приведенной диаграммы.

# Временные сечения траекторий хаотических режимов

В практических целях и для более детального исследования хаотических прецессионных режимов соответствующие им фазовые траектории следует представлять в виде множества точек, полученных через одинаковые временные интервалы, в частности равные периоду или полупериоду переменного поля (аналог сечений Пуанкаре [20,23]). На рис. 6 дано дискретное по времени (с шагом  $\Delta t = \pi/\omega$ ) представление проекций на плоскость у д траекторий нормированного магнитного момента  $\mathbf{m}_1$  при параметрах переменного поля h = 1 Oe,  $\omega/2\pi = 10 \ (a, b, d), \ 20 \ \text{MHz} \ (c), \ \varphi_h = 0 \ (a, b), \ \pi/4 \ (c, d)$ и значениях подмагничивающего поля H = 420 (a, b), 445 (c), 447 Oe (d); для сравнительного анализа рис. 6, bотвечает случаю, когда исходное состояние пленки является однодоменным. Соответствующее представление траекторий вектора  $\mathbf{m}_2$  от приведенного отличается незначительно.

Важной особенностью рассматриваемых хаотических режимов является сильная зависимость отвечающих им временных сечений от фазы переменного поля, на которой данные сечения осуществляются. Указанная зависимость может отражаться преимущественно на форме сечения, лишь слабо затрагивая занятую им область фазового пространства, но может и сильно изменить последнюю, приводя к тому, что сечения одной и той же фазовой траектории хаотического режима, соответствующие разным фазам переменного поля, имеют сильно различающиеся размеры и в ряде случаев даже не пересекаются. При численном моделировании разные сечения (одного и того же режима) реализуются выбором различных значений начальной фазы  $\psi$ переменного поля. Сечения на рис. 6, а-с построены при фазе  $\psi = \pi/2$ ; на рис. 6, d черным цветом дано сечение при  $\psi = \pi/2$ , а серым — при  $\psi = 0$ . Сечения при  $\psi = 0$ , отвечающие случаям a-c, от приведенных отличаются преимущественно формой сгущения точек; в случае же d, как видно из рисунка, сечения, взятые при различных фазах  $\psi$ , существенно различны. Подобное случаю d сильное различие соответствующих сечений



**Рис. 6.** Дискретное по времени ( $\Delta t = \pi/\omega$ ) представление проекций на плоскость yz траекторий вектора  $\mathbf{m}_1$  при h=1 Ое;  $\omega/2\pi=10$  (a,b,d), 20 MHz (c);  $\varphi_h=0$  (a,b),  $\pi/4$  (c,d); H=420 (a,b), 445 (c), 447 Ое (d). Случай b отвечает однодоменному состоянию пленки.

имеет место для аттрактора, проекция которого представлена на рис. 1,e. Рассматриваемая зависимость сечений аттракторов от фазы переменного поля позволяет достаточно просто показать, что данные аттракторы не обладают свойством перемешивания [24,27]. В частности, с помощью дополнительного численного анализа обнаружено, что для случая d расстояние между двумя первоначально близкорасположенными точками аттрактора с течением времени не достигает размеров целого аттрактора. Таким образом, рассмотренные аттракторы не являются перемешивающими, а отвечающие им хаотические режимы оказываются не стохастическими.

Сравнение рис. 6, a и b показывает, что при значениях поля H, расположенных ближе к  $H_-$ , т.е. к левой границе зоны хаотичности (рис. 2 и 3), сечения аттракторов хаотических режимов, реализуемых в случае однодоменного состояния магнитной пленки, имеют достаточно четко очерченные области точечных "сгущений" и "пустые" области. В случае доменной структуры точки сечения распределены более равномерно и хаотично — области "сгущений" оказываются в значительной степени размытыми. Данная особенность

проявляется во всем рассматриваемом частотном диапазоне. При значениях поля H, расположенных ближе к граничному значению  $H_+$ , аттракторы сечений как при однодоменном состоянии магнитной системы, так и при наличии доменной структуры имеют хорошо проявляемые области сильных "сгущений" (рис. 6, c), а в ряде случаев состоят только из нескольких относительно крупных областей (рис. 6, d).

Ляпуновская размерность аттракторов хаотических режимов (с учетом того, что  $\lambda_{2i}=0$ ) определяется выражением

$$r_i = 2 + \frac{\lambda_{1i}}{|\lambda_{3i}|} = 2 + \frac{\lambda_{1i}}{|S_i - \lambda_{1i}|}.$$
 (8)

Так как  $S_i$  меняется незначительно, зависимость  $r_i(H)$  качественно повторяет зависимость  $\lambda_{1i}(H)$ . При увеличении положительного показателя  $\lambda_{1i}$  размерность аттракторов увеличивается. Наименьшую размерность, близкую к 2, имеют "узкие" аттракторы, в частности, когда хаотичность проявляется в "размывании" траектории регулярных режимов, к которым близки данные аттракторы. Высокая фрактальная размерность наблюдается у

"широких" аттракторов с хорошо выраженной хаотичностью. Размерность аттракторов, соответствующих рис. 6, имеет значения  $r_i \approx 2.75$ , 2.66, 2.39, 2.59 (a-d). Видно, что хаотические аттракторы с меньшей ляпуновской размерностью реализуются преимущественно при больших значениях поля H, причем влияние доменной структуры приводит к увеличению размерности аттракторов.

#### 6. Заключение

Проведенный анализ показал, что на низких частотах СВЧ-диапазона нелинейный характер прецессионного движения приводит к возникновению резонансных областей параметров системы, в которых реализуются различные типы бифуркаций, приводящих к смене динамических режимов. К наиболее характерным следует отнести регулярные и хаотические режимы, обусловленные возникновением при достаточно малых подмагничивающих полях статической бистабильности. Амплитуда прецессионных режимов в данных областях определяется главным образом равновесными ориентациями намагниченности. Реализуемые хаотические режимы могут сильно различаться по степени хаотичности (толщине аттрактора) и фрактальной размерности аттрактора, которыми можно эффективно управлять, а также осуществлять переходы от регулярной динамики к хаотической (и наоборот) за счет изменения параметров внешних магнитных полей. Наряду с регулярными режимами, при которых связанные магнитные моменты полосовой доменной структуры имеют различные траектории прецессии, выявлены режимы с общей для них траекторией, по которой магнитные моменты прецессируют, оставаясь сонаправленными, т.е. режимы динамического однодоменного состояния. При хаотической динамике также имеют место режимы как с двумя аттракторами (различными для магнитных подсистем), так и с одним аттрактором; однако в последнем случае в любой момент времени магнитные моменты доменной структуры находятся в различных его точках. Из расчета спектра показателей Ляпунова получено, что их сумма при переходе между высокоамплитудными хаотическими и регулярными режимами изменяется незначительно или сохраняется. Временные сечения аттракторов хаотических режимов, реализующихся в пленках с полосовой доменной структурой, имеют сильную зависимость от фазы переменного магнитного поля, при которой они берутся. Сравнительный анализ также показал, что наличие доменной структуры приводит к увеличению более чем в 2 раза наибольшего показателя Ляпунова хаотических режимов по сравнению со случаем исходного однодоменного состояния пленки. Таким образом, выявленные особенности прецессионной динамики намагниченности в тонкопленочных структурах с полосовой доменной структурой позволяют значительно увеличить многообразие реализуемых динамических режимов, а также способы управления данными режимами и соответственно расширить возможности их практического применения.

В заключение необходимо отметить, что приведенные результаты получены при рассмотрении лишь наиболее простых структур. Поэтому значительный интерес должны представлять исследования выявленных особенностей нелинейной динамики намагниченности в более сложных случаях: например, при наличии лабиринтной доменной структуры или при реализации колебаний доменных стенок; интерес представляет также анализ влияния других возможных связей между магнитными моментами доменной структуры.

# Список литературы

- [1] В.С. Львов. Нелинейные спиновые волны. Наука, М. (1987). 270 с.
- [2] W.-M. Liu, X.-B. Wang, F.-C. Pu, N.-N. Huang. Phys. Rev. E 54, 4612 (1996).
- [3] G. Bertotti, A. Magni, I.D. Mayergoyz, C. Serpico. J. Appl. Phys. 91, 7559 (2002).
- [4] W. van Saarloos. Phys. Rep. **386**, 29 (2003).
- [5] С.М. Резенда, Ф.М. де-Агиар. Тр. Института инженеров по электронике и радиоэлектронике (ТИИЭР) **78**, 5 (1990).
- [6] Th. Gerrits, M.L. Schneider, A.B. Kos, T.J. Silva. Phys. Rev. B 73, 094454 (2006).
- [7] М.В. Логунов, М.В. Герасимов. ФТТ 44, 1627 (2002).
- [8] В.Н. Мальцев, Г.С. Кандаурова, Л.Н. Картагулов. ФТТ 45, 658 (2003).
- [9] B. Neite, H. Dotsch. J. Appl. Phys. 62, 648 (1987).
- [10] А.К. Звездин, В.А. Котов. Магнитооптика тонких пленок. Наука, М. (1988). 192 с.
- [11] В.В. Тихонов, А.В. Толмачев. ФТТ 36, 185 (1994).
- [12] П.Е. Зильберман, А.Г. Темирязев, М.П. Тихомирова. ЖЭТФ 108, 281 (1995).
- [13] L.F. Álvarez, O. Pla, O. Chubykalo. Phys. Rev. B **61**, 11613 (2000).
- [14] А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков. Магнитные колебания и волны. Наука, М. (1994). 464 с.
- [15] А.М. Шутый, Д.И. Семенцов. ЖЭТФ **118**, 110 (2000).
- [16] А.М. Шутый, Д.И. Семенцов. Кристаллография 51, 330 (2006).
- [17] А.М. Шутый, Д.И. Семенцов. ЖЭТФ 131, 868 (2007).
- [18] А.М. Шутый, Д.И. Семенцов. ФТТ 49, 1636 (2007).
- [19] Т. О'Делл. Ферромагнитодинамика. Динамика ЦМД, доменов и доменных стенок. Мир, М. (1983). 256 с.
- [20] Д.И. Семенцов, А.М. Шутый. УФН 177, 831 (2007).
- [21] А.М. Шутый, Д.И. Семенцов. Письма в ЖЭТФ 78, 952 (2003).
- [22] B. Neite, H. Dotsch. SPIE electro-optic and magneto-optic materials **1018**, 115 (1988).
- [23] П. Берже, И. Помо, К. Видаль. Порядок в хаосе. Мир, М. (1991). 368 с.
- [24] Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. Современные проблемы нелинейной динамики. Едиториал УРСС, М. (2002). 360 с.
- [25] С.П. Кузнецов. Динамический хаос. Физматлит, М. (2006). 356 с.
- [26] L. Keefe, P. Moin, J. Kim. J. Fluid Mech. 242, 1 (1992).
- [27] Ю.И. Неймарк, П.С. Ланда. Стохастические и хаотические колебания. Наука, М. (1987). 424 с.