

УДК 538.11

**ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ  $s-d$  (f) ОБМЕННОГО ПОГЛОЩЕНИЯ И УСИЛЕНИЯ СПИНОВЫХ ВОЛН В ФЕРРИМАГНЕТИКАХ**

*B. Д. Лахно, Р. В. Смирнов-Руэда*

Получены общие выражения для тензора высокочастотной магнитной восприимчивости ферримагнетика (ФИМ) в неколлинеарной фазе в условиях  $s-d$  (f) обмена. Результаты применяются для исследования электронного поглощения спиновых волн (СВ) и усиления СВ электронным дрейфом, обусловленных  $s-d$  (f) обменом. Показано, что в слабых магнитных полях в окрестности точки компенсации ФИМ должен наблюдаться пик электронного поглощения (усиления) СВ.

В настоящее время ферримагнетики (ФИМ) являются одним из основных элементов электронных систем на магнитостатических волнах в сантиметровом диапазоне. В связи с этим осуществление усиления спиновых волн (СВ) в ФИМ представляет особый интерес, так как позволяет продвинуть их использование в субмиллиметровый и более короткий диапазон длин волн. Ниже будет рассмотрена возможность усиления СВ в проводящих ФИМ (литиевые шпинели; ЖИГ, легированный кремнием, и др.) электронным дрейфом посредством  $s-d$  (f) обменного механизма взаимодействия.

### 1. Гидродинамическая модель

Для описания явлений, обусловленных сильным  $s-d$  (f) обменным взаимодействием подвижных электронов, рассматриваемых как твердотельная плазма, с магнитной подсистемой магнетика может быть использована гидродинамическая модель [1]

$$\partial \mathbf{M}_j / \partial t = \gamma_j [\mathbf{M}_j \times \mathbf{H}_{\text{эфф}}^{(j)}], \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H}^{(m)} = -4\pi \sum_j \operatorname{div} \mathbf{M}_j, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H}^{(m)} = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} + \frac{\epsilon}{e} \sum_j A_j \nabla (\mathbf{M}_j \sigma), \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad (3)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left( -\frac{e}{m} \right) (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nu \mathbf{v} + \left( \frac{T}{m} \right) \frac{1}{\rho} \nabla_r \rho, \quad (4)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{J} + \partial \rho / \partial t = 0, \quad (5)$$

где  $\rho = -en$ ;  $\mathbf{J} = -\rho \mathbf{v}$ ;  $A_j = (A_{0j}/4\mu_0) a^3$ ;  $A_{0j}$  — интеграл  $s-d$  (f) обмена;  $\gamma_j = g_j \mu_0$ ;  $\mu_0$  — магнетон Бора;  $a$  — постоянная решетки; (1), (2) — уравнения Ландау—Лифшица для намагниченностей подрешеток  $\mathbf{M}_j$  в магнитостатическом приближении; (3)–(5) — гидродинамические уравнения для электронной жидкости, рассматриваемой как плазма твердого тела. Условием применимости описанного гидродинамического подхода является выполнение неравенства  $kl \ll 1$  ( $k$  — волновой вектор СВ,  $l$  — длина

свободного пробега электрона). Входящие в уравнение Ландау—Лифшица (1) эффективные магнитные поля  $H_{\text{эфф}}^{(j)}$  определяются вариациями по намагниченностям функционала полной магнитной энергии магнетика

$$H_{\text{эфф}} = -\delta\Phi/\delta M_j. \quad (6)$$

Гидродинамическое описание, основанное на (1)–(5), применимо к магнитоупорядоченному кристаллу с любым числом подрешеток, и в случае ФИМ  $\Phi$  имеет вид [2, 3]

$$\begin{aligned} \Phi = & \int \delta_0 M_1 M_2 d^3r - \frac{1}{2} \int H^{(m)} (M_1 + M_2) d^3r - \int H (M_1 + M_2) d^3r + \int \alpha_{12} \times \\ & \times \frac{\partial M_1}{\partial x_i} \frac{\partial M_2}{\partial x_i} d^3r + \frac{1}{2} \int \left\{ \alpha_1 \frac{\partial M_1}{\partial x_i} \frac{\partial M_1}{\partial x_j} + \alpha_2 \frac{\partial M_2}{\partial x_i} \frac{\partial M_2}{\partial x_j} \right\} d^3r - \int \{ A_1 (M_1 \sigma) + \right. \\ & \left. + A_2 (M_2 \sigma) \} n(r) d^3r, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\delta_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_{12}$  — обменные константы;  $\sigma$  — единичный вектор, направленный вдоль намагниченности ФИМ.

## 2. Магнитная восприимчивость и спектр спиновых волн

Решение линеаризованной системы (1)–(7) для Фурье-компонент поля, намагниченностей и концентрации приводит к следующим выражениям для компонент тензора высокочастотной магнитной восприимчивости изотропного ФИМ с учетом  $s-d(f)$  обмена:

$$\begin{aligned} \chi_{xx} = & \frac{\omega_+^2 - \omega_-^2}{\omega_+^2 + \Delta\omega^2 - \omega^2} \chi_0 (\varphi_+^2 - \varphi_-^2), \quad \chi_{yy} = \frac{\omega_+^2}{\omega_+^2 + \Delta\omega_+^2 - \omega^2} \chi_0, \\ \chi_{zz} = & \frac{\omega_+^2 - \omega_-^2}{\omega_+^2 + \Delta\omega^2 - \omega^2} \chi_0 \psi_+^2 + \frac{\omega_-^2}{\omega_-^2 + \Delta\omega_-^2 - \omega^2} \chi_0 \theta^{-1} \psi_+^2, \\ \chi_{xy} = & -\chi_{yx} = \frac{i\omega\omega_+}{\omega_+^2 + \Delta\omega_+^2 - \omega^2} \chi_0 \psi_+, \\ \chi_{xz} = \chi_{zx} = & \frac{\omega_+^2 - \omega_-^2}{\omega_+^2 + \Delta\omega_+^2 - \omega^2} \chi_0 \psi_+ \varphi_- - \frac{\omega_-^2}{\omega_-^2 + \Delta\omega_-^2 - \omega^2} \chi_0 \theta^{-1} \varphi_- \psi_+, \\ \chi_{yz} = -\chi_{zy} = & -\frac{i\omega\omega_+}{\omega_+^2 + \Delta\omega_+^2 - \omega^2} \chi_0 \psi_-, \quad \chi_0 = 1/\delta_0, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \theta = & \frac{\gamma_1^2 M_{10}^2 + \gamma_2^2 M_{20}^2 - 2\gamma_1\gamma_2 M_{10}M_{20} \cos(\theta_1 + \theta_2)}{\gamma_1^2 M_{10}^2 + \gamma_2^2 M_{20}^2 + 2\gamma_1\gamma_2 M_{10}M_{20} \cos(\theta_1 + \theta_2)}, \\ \varphi_{\pm} = & \frac{\gamma_1 M_{10} \cos \theta_1 \pm \gamma_2 M_{20} \cos \theta_2}{[\gamma_1^2 M_{10}^2 + \gamma_2^2 M_{20}^2 + 2\gamma_1\gamma_2 M_{10}M_{20} \cos(\theta_1 + \theta_2)]^{1/2}}, \\ \psi_{\pm} = & \frac{(\gamma_1 \pm \gamma_2)(M_{10} \sin \theta_1)}{[\gamma_1^2 M_{10}^2 + \gamma_2^2 M_{20}^2 + 2\gamma_1\gamma_2 M_{10}M_{20} \cos(\theta_1 + \theta_2)]^{1/2}}, \end{aligned} \quad (9)$$

$\theta_1$ ,  $\theta_2$  — углы между намагниченностями  $M_1$  и  $M_2$  и направлением магнитного поля  $H$ .

$$\cos \theta_1 = \frac{H^2 + \delta_0^2 (M_{10}^2 - M_{20}^2)}{2\delta_0 M_{10} H}, \quad \cos \theta_2 = \frac{H^2 - \delta_0^2 (M_{10}^2 - M_{20}^2)}{2\delta_0 M_{20} H}, \quad M_{10} > M_{20}. \quad (10)$$

В отсутствие  $s-d(f)$  обмена ( $\Delta\omega_{\pm} = 0$ ) выражения (8)–(10) определяют магнитную восприимчивость ФИМ в неколлинеарной фазе, причем  $\omega_+$ ,  $\omega_-$  — частоты оптической и акустической ветви возбуждений ФИМ

$$\begin{aligned} \omega_+^2 = & (\delta_0^2 + (\alpha_+ + \alpha_{12}) \delta_0 k^2) [\gamma_1^2 M_{10}^2 + \gamma_2^2 M_{20}^2 + 2\gamma_1\gamma_2 M_{10}M_{20} \cos(\theta_1 + \theta_2)] + \\ & + \frac{(\alpha_+ - \alpha_{12}) k^2 \delta_0}{2} [\gamma_1^2 M_{10}^2 + \gamma_2^2 M_{20}^2 - 2\gamma_1\gamma_2 M_{10}M_{20} \cos(\theta_1 + \theta_2)] + \\ & + \frac{3}{2} \alpha_- \delta_0 k^2 [\gamma_1^2 M_{10}^2 - \gamma_2^2 M_{20}^2]. \end{aligned} \quad (11)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{2} (\alpha_+ - \alpha_{12}) \delta_0 k^2 [\gamma_1^2 M_{10}^2 + \gamma_2^2 M_{20}^2 - 2\gamma_1 \gamma_2 M_{10} M_{20} \cos(\theta_1 + \theta_2)] + \frac{\alpha_- \delta_0 k^2}{2} [\gamma_1^2 M_{10}^2 - \gamma_2^2 M_{20}^2], \quad (12)$$

где  $\alpha_+ = (\alpha_1 + \alpha_2)/2$ ,  $\alpha_- = (\alpha_1 - \alpha_2)/2$ .

Величины  $\Delta\omega_+$ ,  $\Delta\omega_-$  представляют собой  $s-d$  обменные добавки к частотам  $\omega_+$ ,  $\omega_-$

$$\Delta\omega_+^2 = -(\gamma_1 A_1 - \gamma_2 A_2)^2 \delta_0 k^2 (M_{10} \sin \theta_1)^2, \quad (13)$$

$$\Delta\omega_-^2 = -(\gamma_1 A_1 + \gamma_2 A_2)^2 \left( \frac{\alpha_+ - \alpha_{12}}{2} \right) k^4 (M_{10} \sin \theta_1)^2. \quad (14)$$

Здесь

$$A_j = A_j \left[ \frac{n_0 m}{\nu \omega_R + (\omega - kv_0) L(\omega, k)} \right]^{1/2},$$

$$L(\omega, k) = kv_0 - \omega - i\nu + D\nu k^2 / \omega - kv_0 + \frac{\omega_e^2 \sin^2 \theta (kv_0 - \omega - i\nu)}{\omega_e^2 \cos^2 \theta - (kv_0 - \omega - i\nu)^2}, \quad (15)$$

где  $\omega_R = e^2 n_0 / \varepsilon \nu m$  — частота диэлектрической релаксации электронов,  $\omega_e = eH/mc$  — циклотронная частота,  $D = k_B T/m\nu$  — коэффициент диффузии электронов,  $\theta$  — угол между направлением скорости дрейфа  $v_0$  и внешним магнитным полем.

Спектр СВ ФИМ с учетом  $s-d$  обмена определяется из дисперсионного уравнения

$$k^2 + 4\pi k_s k_j \chi_{ij}(k, \omega) = 0. \quad (16)$$

Подстановка в (16) выражений для компонент тензора  $\chi_{ij}$  приводит к следующему дисперсионному уравнению:

$$(\omega_+^2 + \Delta\omega_+^2 - \omega^2)(\omega_-^2 + \Delta\omega_-^2 - \omega^2) = 0. \quad (17)$$

Из (17) следует, что в случае ФИМ  $s-d$  обменное взаимодействие в отсутствие дрейфа приводит к затуханию как акустической, так и оптической ветви. На рис. 1 показана прецессия суммарного вектора намагниченности ФИМ в неколлинеарной фазе для оптической и акустической ветвей. В отличие от одноосных антиферромагнетиков обе ветви ФИМ оказываются эллиптически-поляризованными с отличными от нуля  $z$ -компонентами в направлении магнитного поля. Таким образом, в случае ФИМ обе ветви принимают участие как в поглощении, так и в усиливании СВ.

### 3. Усиление спиновых волн

Для СВ, распространяющейся в направлении магнитного поля ( $\theta=0$ ) в пределе частых столкновений  $\nu \gg \omega$ ,  $\omega - kv_0$ , дисперсионное уравнение (17) принимает вид

$$(\omega^2 - v_s^2 - k^2)(\omega_R - i(\omega - kv_0 + iDk^2)) = -2\tilde{\Psi}k^4,$$

$$\tilde{\Psi} = (\alpha_1 + \alpha_2 - 2\alpha_{12}) \frac{\omega_R \varepsilon}{8e^2} (\gamma_1 A_1 + \gamma_2 A_2)^2 (M_{10} \sin \theta_1)^2 \quad (18)$$

для акустической ветви и

$$(\omega^2 - v_{s+}^2 + k^2)(\omega_R - i(\omega - kv_0 + iDk^2)) = -2\tilde{\varphi}k^2,$$

$$\tilde{\varphi} = \delta_0 \frac{\omega_R \varepsilon}{8e^2} (\gamma_1 A_1 - \gamma_2 A_2)^2 (M_{10} \sin \theta_1)^2 \quad (19)$$

для оптической ветви. Из (18), (19) можно получить следующие выражения для коэффициентов поглощения (усиления) СВ:

для акустической ветви

$$\operatorname{Re} \alpha_{-}(\omega) = -\frac{\tilde{\Psi} \omega \gamma_{-} / v_{s-}^4}{\gamma_{-}^2 + (\omega_R / \omega)^2 (1 + \omega^2 / \omega_R \omega_D)^2}, \quad (20)$$

для оптической ветви

$$\operatorname{Re} \alpha_{+}(\omega) = -\frac{\tilde{\Psi} \gamma_{+} / \omega v_{s+}^2}{\gamma_{+}^2 + (\omega_R / \omega)^2 (1 + \omega^2 / \omega_R \omega_D)^2}, \quad (21)$$

где  $\gamma_{\pm} = (v_0 / v_{s\pm} - 1)$ . Из (20), (21) следует, что отличное от нуля поглощение (усиление) СВ имеет место только в неколлинеарной фазе ( $H_1 < H < H_c$ , когда  $\sin \theta_j \neq 0$ ). При  $v_0 > v_{s-}$  усиливается низкочастотная ветвь; при  $v_0 > v_{s+}$  усиливаются обе ветви. Отметим, что при  $\gamma_1 = \gamma_2$ ,  $M_{10} = M_{20}$ ,  $\operatorname{Re} \alpha_{+}(\omega) = 0$  формула (20) переходит в выражение для коэффициента усиления СВ изотропного антиферромагнетика, полученное в работе [1].

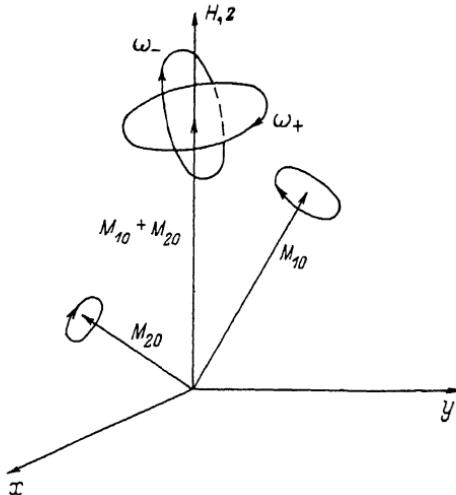


Рис. 1.

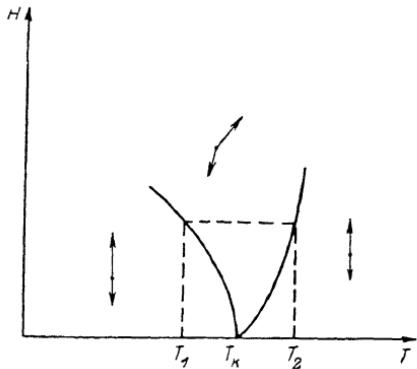


Рис. 2.

Для ФИМ с параметрами  $\omega_{+} = 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $v_{s+} = 10^6 \text{ см/с}$ ,  $A_0 \sim 0.5 \text{ эВ}$ ,  $n_0 = 10^{15} \text{ см}^3$ ,  $\nu = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $\delta_0 \sim 10^3$ ,  $\omega^2 \sim \omega_R \omega_D$ ,  $\omega / \omega_R \sim 10^{-1} \div 10^{-2}$  из (21) получаем оценку для  $\alpha^{(\max)} \sim 10^{-2}$ , что на несколько порядков превосходит затухание  $\eta$  СВ в ФИМ, обусловленное необменными механизмами ( $\eta \sim 10^{-4} \div 10^{-5}$ ).

#### 4. Особенности усиления (поглощения) спиновых волн в окрестности точки компенсации

Применим полученные выше результаты к ФИМ вблизи точки компенсации. В этом случае для получения неколлинеарной фазы не требуются сильные магнитные поля. Для исследования поглощения (усиления) СВ в окрестности точки компенсации для ФИМ с температурно-зависящей намагниченностью первой подрешетки ( $|M_1| = \text{const}$ ) положим [3]

$$M_1(T) = M_{10}(0) B_{J_1} \left( \frac{z}{T} \right) \approx \frac{(J_1 + 1) z(T)}{3 J_1 T},$$

$$z(T) = J_1 \gamma_1 \hbar [H \cos \theta_1(T) - \delta_0 M_{20} \cos(\theta_1(T) + \theta_2(T))], \quad (22)$$

где  $B_J$  — функция Бриллюэна,  $H/M_{20} \delta_0 \ll 1$ ,  $z/T \ll 1$ . Разлагая  $M_1(T)$  вблизи точки компенсации (фазовая диаграмма вблизи  $T_k$  изображена на рис. 2; см. [4]) в ряд по  $(T - T_k)$

$$M_1(T) = M_{20} - (\partial M_1 / \partial T)_{T_k} (T - T_k) + \dots, \quad (23)$$

с использованием выражений (18), (19) и (22), (23) для температурной зависимости поглощения СВ в окрестности точки компенсации получим

$$\operatorname{Re} \alpha_{\pm} \sim \sin^2 \theta_1 \sim (T_2 - T)(T - T_1). \quad (24)$$

Такой вид температурных асимптотик на границах фазовых переходов ( $T = T_1$  и  $T = T_2$ ) связан с тем, что коэффициент  $s-d$  (f) обменного усиления (поглощения) как оптической, так и акустической ветвей пропорционален квадрату частоты  $s-d$  (f) обменной добавки  $\Delta\omega_{\pm}^2$ . В связи с этим следует отметить, что  $\Delta\omega_{\pm}$  является мягкой модой по отношению к ориентационному фазовому переходу второго рода. В окрестности таких переходов, как известно, зависимость мягких мод от температуры имеет вид

$$\Delta\omega_{\pm}(T)|_{T \rightarrow T_c} \sim |T - T_c|^{1/2}. \quad (25)$$

Возможность усиления СВ электронным дрейфом в ФИМ была ранее рассмотрена в [5]. В отличие от рассмотренного в [5] релятивистского механизма, требующего для усиления СВ скоростей, близких к скорости света (при  $v_0/c \sim 10^{-1}$ ,  $\operatorname{Re} \alpha \sim 10^{-4}$ ; см. [5]),  $s-d$  (f) обменный механизм дает на несколько порядков большие значения при  $v_0 \sim v_s$ . Для однозначной идентификации и определения величины вклада  $s-d$  (f) обменного взаимодействия в поглощение СВ измерения удобно проводить вблизи точки компенсации: в слабых магнитных полях в окрестности  $T_k$  должен возникать характерный пик поглощения СВ с температурной зависимостью (24). Аналогичная особенность должна наблюдаться также для радиоэлектрического эффекта [1]. Основной трудностью для реализации усиления СВ в ФИМ является низкая подвижность носителей в имеющихся в настоящее время ФИМ,  $u \leqslant 1 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  и при  $v_s = 10^6 \text{ см}/\text{с}$  необходимая напряженность электрического поля  $\sim 10^6 \text{ В}/\text{см}$  превышает пробойные значения. По этой причине практически проще реализовать эффект для низкочастотной акустической ветви ( $v_s \sim 10^4 \text{ см}/\text{с}$ ). В заключение отметим, что в случае анизотропных ФИМ (для одноосных ФИМ) для наблюдения рассматриваемых эффектов требуется поля  $H \geqslant \sqrt{H_A H_{ob}}$ , где  $H_A$  — поле анизотропии,  $H_{ob} \sim \delta_0 (M_{10} + M_{20})$  — обменное поле.

#### Список литературы

- [1] Лахно В. Д. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 9. С. 2781—2786; препринт ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1986. 33 с.
- [2] Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
- [3] Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973.
- [4] Clark A. E., Callen E. // J. Appl. Phys. 1968. V. 39. N 13. P. 5972—5982.
- [5] Гилинский И. А., Рязанцев К. А. // ФТТ. 1968. Т. 10, № 12. С. 3628—3631.

Научно-исследовательский  
вычислительный центр АН СССР  
Пущино  
Московская область

Поступило в Редакцию  
10 октября 1988 г.  
В окончательной редакции  
13 февраля 1989 г.