

УДК 537.226

## К ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ НЕСОРАЗМЕРНЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В КВАРЦЕ

*Д. Г. Санников*

В термодинамическом потенциале, описывающем несоразмерные фазовые переходы в кварце (и в берлините), учитываются новые инварианты. Это позволяет получить последовательность фазовых переходов, наблюдавшуюся в эксперименте, а также получить новые решения для несоразмерной фазы. Предлагается скалярным воздействием на кристалл, например всесторонним сжатием  $P$  или напряжениями  $\sigma_{xx} + \sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ , изменить либо род перехода из исходной в несоразмерную фазу, либо получить другое состояние несоразмерной фазы.

Градиентный инвариант типа инварианта Лифшица (LT-инвариант) был использован первоначально при феноменологическом описании несоразмерных фазовых переходов в нитрате натрия  $\text{NaNO}_2$  и тиомочевине  $\text{SC}(\text{NH}_2)_2$  [1], затем, с той же целью, — в кварце  $\text{SiO}_2$  [2, 3]. Этот инвариант имеет вид  $\eta \partial \eta / \partial x - \xi \partial n / \partial x$ , где  $\eta$  — параметр порядка, во всех случаях однокомпонентный;  $\xi$  — другая переменная, во всех случаях тензор деформаций. Но в нитрате натрия и тиомочевине — это одна компонента тензора  $u_6$ , а в кварце — две  $u_1 - u_2$ ,  $u_6$  преобразующиеся по двумерному представлению  $E_2$  группы симметрии  $D_6$  исходной фазы кристалла. Соответственно LT-инвариант включает производные по двум переменным  $x$  и  $y$ , преобразующимся по двумерному представлению  $E_1$  группы  $D_6$ . Последнее обстоятельство открывает возможность для конкуренции двух состояний несоразмерной фазы (I-фазы) в кварце:  $1k$ - или  $s$ -состояние с волной модуляции вдоль одного направления и  $3k$ - или  $t$ -состояние с совокупностью трех волн модуляции в трех направлениях в плоскости  $x, y$ .

Принято считать (см., например, [4]), что феноменологический подход [3] объясняет реализацию  $t$ -состояния I-фазы, экспериментально наблюдавшегося в кварце в отсутствие внешних воздействий [4–6]. Однако это не так: энергетически более выгодным оказывается  $s$ -состояние (см. ниже). В настоящей работе в термодинамический потенциал, описывающий фазовые переходы в кварце, будут введены ранее не учтенные инварианты, которые позволят получить большее разнообразие решений для несоразмерной фазы, а также показать возможность энергетического преимущества  $t$ -состояния по сравнению с  $s$ -состоянием I-фазы.

### 1. Термодинамический потенциал

Запишем термодинамический потенциал в виде

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{1}{2} \alpha \eta^2 + \frac{1}{2} \xi (\eta_x^2 + \eta_y^2) + \frac{1}{2} \tilde{\chi} (\eta_{xx}^2 + \eta_{yy}^2) + \frac{1}{2} (C_{11} - C_{66}) (u_1 + u_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2} C_{33} u_3^2 + C_{13} (u_1 + u_2) u_3 + \frac{1}{2} C_{66} [(u_1 - u_2)^2 + u_6^2] + \\ & + \frac{1}{2} \alpha [\eta_x (u_1 - u_2) - \eta (u_1 - u_2)_x - \eta_y u_6 + \eta u_{6y}] + b \eta^2 (u_1 + u_2) + b' \eta^2 u_3 + \end{aligned}$$

$$+\frac{1}{2}d[(u_1-u_2)_x-u_{6y}]^2+\frac{1}{2}d'[(u_1-u_2)_y+u_{6x}]^2+\frac{1}{2}d''[(u_1+u_2)_x^2+(u_1+u_2)_y^2]+\\+\frac{1}{2}f[(\eta_{xxx}+\eta_{xyy})(u_1-u_2)-(\eta_{xx_y}+\eta_{yy_y})u_6]+\frac{1}{2}f'(\eta_{xxx}-3\eta_{xyy})(u_1+u_2). \quad (1)$$

Здесь  $\eta$  — параметр порядка, величина, преобразующаяся по представлению  $B_1$  класса  $D_6$ ;  $u_1, \dots, u_6$  — компоненты тензора деформаций. Индексы  $x$  и  $y$  обозначают производные по  $x$  и  $y$ , например  $\eta_{xyy}=\partial^3\eta/\partial x \partial y^2$ . Инвариант с коэффициентом  $a$  является LT-инвариантом. Об учтенных и отброшенных в (1) инвариантах см. ниже.

Решения для  $\eta$  будем искать в виде

$$\eta = \rho_c, \quad \eta = \sqrt{2}\rho_s \sin kr, \quad \eta = \sqrt{2/3}\rho_t (\sin kr + \sin k'r + \sin k''r) \quad (2)$$

соответственно в соразмерной фазе ( $\alpha$ - или С-фазе), в  $s$ -состоянии I-фазы и в  $t$ -состоянии I-фазы. Три волновых вектора  $k, k', k''$  направлены в плоскости  $xy$  под углами  $2\pi/3$  друг к другу и подчиняются условию  $k+k'+k''=0$ . В таком виде решения для I-фазы являются простейшими: для  $s$ -состояния — одногармоническими, а для  $t$ -состояния, кроме того, три волны имеют одинаковую амплитуду и одинаковые по абсолютной величине волновые векторы, направленные друг к другу под одинаковыми углами.

Введем  $k, \varphi$  вместо  $k_x, k_y$  и примем

$$k_x = k \cos \varphi, \quad k_y = k \sin \varphi, \quad k_z = 0. \quad (3)$$

Модуль  $k$  волнового вектора можно считать всегда положительным, знаки  $k_x, k_y$  определяются углом  $\varphi$ , который составляет вектор  $k$  с осью  $x$ . Подставив (2) в (1) и исключив деформации, однородные и неоднородные, получим соответственно

$$\Phi_c = \frac{1}{2}\alpha\rho_c^2 + \frac{1}{4}\beta_c\rho_c^4, \quad \Phi_s = \frac{1}{2}\alpha_s\rho_s^2 + \frac{1}{4}\beta_s\rho_s^4, \quad \Phi_t = \frac{1}{2}\alpha_t\rho_t^2 - \tau_t\rho_t^3 + \frac{1}{4}\beta_t\rho_t^4,$$

$$\alpha_s = \alpha_t = \alpha - \delta k^2 + \delta' k^2 \cos^2 3\varphi + \alpha k^4 - 2\alpha' k^4 \cos^2 3\varphi + \alpha'' k^4 \cos^4 3\varphi,$$

$$\beta_c = \beta - \frac{2}{K'} b^2, \quad \beta_s = \frac{3}{2}\beta - \left(\frac{2}{K'} + \frac{1}{C_{11}}\right) b^2, \quad \beta_t = \frac{5}{2}\beta - \left(\frac{2}{K'} + \frac{3}{C_{11}}\right) b^2,$$

$$\tau_t = \tau k \cos 3\varphi, \quad \tau = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{ab}{C_{11}}, \quad \delta = -\bar{\delta} + \frac{a^2}{C_{66}}, \quad \delta' = \frac{a^2 K}{C_{11} C_{66}},$$

$$\alpha = \tilde{\alpha} + \frac{a^2 d}{C_{66}^2} + \frac{af}{C_{66}}, \quad \alpha' = \frac{a^2}{2C_{11}^2 C_{66}^2} (d2C_{11}K - d'K^2 + d''C_{66}^2) + \frac{a}{2C_{11} C_{66}} (fK - f'C_{66}),$$

$$\alpha'' = \frac{a^2 (d - d') K^2}{C_{11}^2 C_{66}^2}, \quad K \equiv C_{11} - C_{66},$$

$$K' \equiv K \left(1 - \frac{C_{13}^2}{C_{33} K}\right) \left[1 - 2 \frac{C_{13}}{C_{33}} \frac{b'}{b} + \frac{K}{C_{33}} \left(\frac{b'}{b}\right)^2\right]^{-1}. \quad (4)$$

Поскольку квадратичная форма, составленная из  $u_1+u_2$  и  $u_3$  в (1), должна быть положительно определенной, то  $K > 0$ ,  $K C_{33} - C_{13}^2 > 0$ , а следовательно,  $0 < K' < K$ , кроме того,  $C_{44} > 0$ ,  $C_{66} > 0$  и, следовательно,  $\delta' > 0$ .

Теперь хорошо видна роль новых инвариантов с коэффициентами  $d$  и  $f$  в (1). Они дают вклад  $\sim k^4$  в коэффициенты  $\alpha_s, \alpha_t$  в (3). Члены такого порядка по  $k$  необходимо учитывать из-за того, что член  $\sim k^2$  может быть отрицательным. Другое дело учет следующих по степеням  $k$  членов разложения в коэффициентах  $\beta_s, \beta_t$  и  $\tau_t$ . Такой учет не оправдан, поскольку величина  $k^2$  очень мала: в безразмерных переменных  $k^2 \sim 10^{-3}$  [4]. Поэтому ожидать, что следующий член разложения, например, в коэффициенте  $\tau_t$  пропорциональный  $gk^3 \cos 3\varphi$ , окажется сравнимым с предыдущим  $(ab/C_{11}) k \cos 3\varphi$ , можно лишь, если коэффициент  $g$  при инварианте  $\eta^2 (\eta_{xxx} - 3\eta_{xyy})$  [3] аномально велик — его значение должно на три по-

рядка превышать обычные значения. Отметим, что при выводе (4) производилось разложение по  $k^2$ , т. е. принималось  $dk^2 \ll C_{66}$ ,  $fk^2 \ll a$  для всех  $d$  и  $f$ . В (1) учитывались только инварианты по  $\eta$  порядка не выше  $\eta^4$ . Следовательно, эффективные коэффициенты  $\beta$  при  $p_s^4$ ,  $t$  должны предполагаться положительными. Расширение рассмотрения также случаями  $\beta < 0$  нецелесообразно, поскольку, судя по всему, в квадре эти коэффициенты положительны.

Для  $C$ -фазы из (4) получим

$$c. \quad p_c^2 = -\alpha/\beta_c, \quad \Phi_c = -\alpha^2/4\beta_c. \quad (5)$$

Если  $\delta < 0$ , то исходная фаза ( $\beta$ - или  $0$ -фаза) теряет устойчивость при  $\alpha=0$  и происходит переход второго рода ( $\beta_c > 0$ ) в  $C$ -фазу. В этой фазе два домена, отличающиеся знаком  $p_c$  (дофинейские двойники).

## 2. $s$ -состояния I-фазы

Рассмотрим I-фазу в  $s$ -состоянии. Минимизируя  $\Phi_s$  (4) по  $k$  и  $\varphi$ , получим три решения, которые обозначим  $s1$ ,  $s2$ ,  $s3$

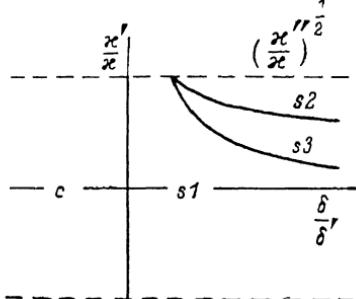
$$s1. \quad \cos 3\varphi = 0, \quad k^2 = \delta/2x,$$

$$s2. \quad \sin 3\varphi = 0, \quad k^2 = (\delta - \delta')/2(x - 2x' + x''),$$

$$s3. \quad \cos^2 3\varphi = (\delta x' - \delta' x)/(\delta x'' - \delta' x'), \quad k^2 = (\delta x'' - \delta' x')/2(x x'' - x'^2). \quad (6)$$

Для того чтобы  $\Phi_s$  было ограничено при  $k^2 = \infty$ , необходимо потребовать, соответственно  $x > 0$ ,  $x - 2x' + x'' > 0$ ,  $x x'' - x'^2 > 0$ .

На рисунке представлены области устойчивости решений (6) для случая  $x > x''$ . В случае  $x < x''$  не будет области устойчивости решения  $s2$  (ее займет на рисунке решение  $s3$ ); в остальном фазовая диаграмма не изменится. Результатам работы [3] отвечает на рисунке линия абсцисс, на которой решения  $s2$  и  $s3$  не существуют. Эти решения являются новыми.



Фазовая диаграмма в безразмерных переменных  $\delta/\delta'$  и  $x/x'$  в случае  $x > x''$  (принято  $x''/x = 0.25$ ).  
 $s1$ ,  $s2$ ,  $s3$  — области устойчивости соответствующих  $s$ -состояний несоразмерной фазы (см. решения (6));  $c$  — область устойчивости соразмерной фазы.

После подстановки решений (6) для  $k$  и  $\varphi$  в (4) можно представить  $\Phi_s$  в виде

$$\Phi_s = \frac{1}{2}(\alpha - \alpha_0)p_s^2 + \frac{1}{4}\beta_s p_s^4, \quad p_s^2 = \frac{-(\alpha - \alpha_0)}{\beta_s}, \quad \Phi_s = -\frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{4\beta_s}, \quad (7)$$

где  $\alpha_0$  различно для решений  $s1$ ,  $s2$ ,  $s3$  соответственно

$$\alpha_0 = \frac{\delta^2}{4x}, \quad \alpha_0 = \frac{(\delta - \delta')^2}{4(x - 2x' + x'')}, \quad \alpha_0 = \frac{\delta^2 x'' - 2\delta \delta' x' + \delta'^2 x}{4(x x'' - x'^2)}. \quad (8)$$

Если  $\delta > 0$ , то  $0$ -фаза теряет устойчивость при  $\alpha = \alpha_0$  и может произойти (если  $t$ -состояние не окажется энергетически более выгодным; см. ниже) переход второго рода ( $\beta_s > 0$ ) в I-фазу. в одно из ее  $s$ -состояний  $s1$ ,  $s2$  или  $s3$  (см. рисунок).

Граница между решениями  $s1$  и  $s3$ :  $\delta x' - \delta' x = 0$  является линией потери устойчивости решения  $s1$  и границей существования ( $\cos^2 3\varphi = 0$ ) решения  $s3$ . Следовательно, это линия фазовых переходов второго рода между  $s1$ - и  $s3$ -состояниями. На ней  $k_{s1-s3}^2 = \delta'/2x'$ ,  $\alpha_0 = \delta^2 x / 4x'^2$ . Граница между решениями  $s2$  и  $s3$ :  $\delta(x' - x'') - \delta'(x - x') = 0$  является линией потери устойчивости решения  $s2$  и границей существования ( $\cos^2 3\varphi = 1$ ).

решения  $s3$ . Следовательно, это линия фазовых переходов второго рода между состояниями  $s2$  и  $s3$ . На ней  $k_{s2-s3}^2 = \delta'/2(x' - x'')$ ,  $\alpha_0 = \delta'^2(x - 2x' + x'')/4(x' - x'')$ . Граница между решениями  $s$  и  $s1$  проходит по линии  $\delta = 0$ . На ней  $k^2 = 0$ ,  $\alpha_0 = 0$ . Подчеркнем, что эта граница существует только при значении  $\alpha = 0$  и при этом значении является линией переходов второго рода между  $C$ -фазой и  $s1$ -состоянием I-фазы.

$s1$ - и  $s2$ -состояниям отвечает 12 доменов: 2 знака  $\rho_s$  и 6 значений  $\varphi$ :  $\varphi = \pi(2n+1)/6$  в  $s1$ -состоянии и  $\varphi = \pi 2n/6$  в  $s2$ -состоянии, где  $n = 0, 1, \dots, 5$ .  $s3$ -состоянию отвечает 24 домена: 2 знака  $\rho_s$  и 12 разных значений  $\varphi$ . При этом домены, отличающиеся только знаком волнового вектора, тоже считаются различными (ср. [7]).

### 3. $t$ -состояния I-фазы

Рассмотрим I-фазу в  $t$ -состоянии. Минимизируя  $\Phi_t$  (4) по  $k$  и  $\varphi$ , получим три решения. Начнем с решений, для которых  $\sin 3\varphi = 0$ , как и для решения  $s2$  (6). Теперь, однако,  $k$  определяется из кубического уравнения

$$k(k^2 - k_{s2}^2) - \tau \cos 3\varphi / 2(x - 2x' + x'') = 0. \quad (9)$$

Это уравнение имеет два разных решения, которые существуют в разных областях фазовой диаграммы. Одно решение, обозначаемое  $t2$ , близко к решению  $s2$

$$t2. \sin 3\varphi = 0, \quad k = k_{s2} + \frac{\tau \cos 3\varphi}{2(\delta - \delta')} \rho + O(\rho^2), \quad (10)$$

$$\Phi_{t2} = \frac{1}{2}(\alpha - \alpha_0 s2) \rho^2 - \tau k_{s2} \cos 3\varphi \rho^3 + \frac{1}{4} \beta_{t2} \rho^4, \quad \beta_{t2} = \beta_t - \frac{\tau^2}{\delta - \delta'}.$$

Оно существует на фазовой диаграмме в области, почти совпадающей на рисунке с областью решения  $s2$ . Однако фазовый переход из О-фазы в  $t2$ -состояние I-фазы возможен лишь как переход первого рода из-за наличия в  $\Phi_{t2}$  члена  $\sim \rho^3$ .  $t2$ -состоянию (10) отвечают два домена:  $\varphi = 0$ ,  $\tau\rho > 0$  и  $\varphi = \pi$ ,  $\tau\rho < 0$  (см. кубический по  $\rho$  член в  $\Phi_{t2}$ ). Остальные четыре значения  $\varphi$  не дают ничего нового, поскольку совпадают со значениями  $\varphi'$  и  $\varphi''$  в перечисленных случаях.

Другое решение уравнения (9), обозначаемое  $t0$ , получается, как и (10), разложением по степеням  $\rho$

$$t0. \sin 3\varphi = 0, \quad k = \frac{\tau \cos 3\varphi}{-\delta + \delta'} \rho + O(\rho^3), \quad \Phi_{t0} = \frac{1}{2} \alpha \rho^2 + \frac{1}{4} \beta_{t0} \rho^4, \quad (11)$$

$$\beta_{t0} = \beta_t + 2\tau^2/(\delta - \delta'), \quad \rho^2 = -\alpha/\beta_{t0}, \quad \Phi_{t0} = -\alpha^2/4\beta_{t0}.$$

Этому решению отвечают два домена:  $\varphi = 0$ ,  $\tau\rho > 0$  и  $\varphi = \pi$ ,  $\tau\rho < 0$ . Решение (11) устойчиво при условии  $\delta < 0$ , т. е. в той же области фазовой диаграммы, что и решение  $s$  (см. рисунок). Фазовый переход из О-фазы в  $t0$ -состояние I-фазы мог бы осуществляться как переход второго рода ( $\beta_{t0} > 0$ ) в той же точке  $\alpha = 0$ , что и переход в  $C$ -фазу. Однако сравнение потенциалов  $\Phi_{t0}$  (11) и  $\Phi_c$  (5) показывает, что всегда решение  $s$  энергетически выгоднее, чем решение  $t0$ . Действительно, потребуем  $\beta_c = \beta - b^2 K/K' > 0$ , тогда

$$\begin{aligned} \beta_{t0} - \beta_c &= \frac{3}{2}\beta - \frac{3b^2}{C_{11}} - \frac{4b^2 C_{66}}{3C_{11}K(1 - \delta'/\delta)} > \frac{3b^2}{K'} - \frac{3b^2}{C_{11}} - \frac{4b^2 C_{66}}{3C_{11}K(1 - \delta'/\delta)} = \\ &= 3b^2 \left( \frac{1}{K'} - \frac{1}{K} \right) + \frac{3b^2 C_{66}}{C_{11}K} \left( 1 - \frac{4/9}{1 - \delta'/\delta} \right) > 0, \end{aligned}$$

поскольку в последнем выражении оба слагаемых положительны (см. выше). Таким образом,  $\beta_{t0} > \beta_c$  и, следовательно,  $\Phi_c < \Phi_{t0}$ . Подчеркнем, что тот же результат сохраняется и для переходов первого рода, т. е. при любых знаках коэффициентов  $\beta_c$  и  $\beta_{t0}$  [8]. Поэтому при условии  $\delta < 0$  возможен лишь фазовый переход в  $C$ -фазу и исключен в рамках

рассматриваемого подхода переход в I-фазу (см. [9], где подобные переходы названы несобственными несопоразмерными фазовыми переходами).

Решение, близкое к решениям  $s1$  и  $s3$  (6) в  $t$ -состоянии, одно  $t13$ . Оно определяется из уравнений

$$t13. \quad k^2 \cos^2 3\varphi = \frac{-\delta + 2xk^2}{2x'}, \quad k \cos 3\varphi = \frac{x'\tau\rho}{-\delta x'' + \delta'x' + 2(xx'' - x'^2)k^2}. \quad (12)$$

Если положить здесь  $\tau=0$ , то получились бы два решения  $s1$  и  $s3$  (6). Область существования решения  $t13$  на фазовой диаграмме почти совпадает с областью существования решений  $s1$  и  $s3$  (см. рисунок). Однако линия  $\delta x' - \delta x = 0$ , разделяющая решения  $s1$  и  $s3$ , теперь не является линией фазовых переходов. На достаточном удалении от этой линии, определяемом неравенством  $x^2 (xx'' - x'^2) \tau^2 \rho^2 / |\delta x' - \delta' x'|^3 \ll 1$ , можно решать уравнения (12) разложением по степеням  $\rho$ . В результате получим решения, которые ради удобства будем обозначать  $t1$  и  $t3$ , хотя они составляют одно решение  $t13$

$$\begin{aligned} t1. \quad k_{s1} \cos 3\varphi &= \frac{x\tau\rho}{-\delta x' + \delta' x} + O(\rho^3), \quad k^2 = k_{s1}^2 + \frac{xx'\tau^2\rho^2}{(-\delta x' + \delta' x)^2} + O(\rho^4), \\ \Phi_{t1} &= \frac{1}{2} (\alpha - \alpha_{0s1}) \rho^2 + \frac{1}{4} \beta_{t1} \rho^4, \quad \beta_{t1} = \beta_t - \frac{2x\tau^2}{-\delta x' + \delta' x}, \quad \Phi_{t1} = -\frac{(\alpha - \alpha_{0s1})^2}{4\beta_{t1}}, \\ t3. \quad \cos^2 3\varphi &= \cos^2 3\varphi_{s3} + \frac{2\delta (xx'' - x'^2)^2 \tau k_{s3} \cos 3\varphi_{s3}}{(\delta x'' - \delta' x')^2 (\delta x' - \delta' x)} \rho + O(\rho^2), \\ k^2 &= k_{s3}^2 + \frac{x'\tau k_{s3} \cos 3\varphi_{s3}}{\delta x' - \delta' x} \rho + O(\rho^2), \quad \Phi_{t3} = \frac{1}{2} (\alpha - \alpha_{0s3}) \rho^2 - \tau k_{s3} \cos 3\varphi_{s3} \rho^3 + \\ &+ \frac{1}{4} \beta_{t3} \rho^4, \quad \beta_{t3} = \beta_t - \frac{x\tau^2}{\delta x' - \delta' x}. \end{aligned} \quad (13)$$

Решению  $t1$  (13) отвечают 4 домена:  $\varphi = \pi/2 + \Delta$ ,  $\varphi = 3\pi/2 + \Delta$ ,  $\tau\rho > 0$  и  $\varphi = \pi/2 - \Delta$ ,  $\varphi = 3\pi/2 - \Delta$ ,  $\tau\rho < 0$ , где  $\Delta > 0$  и мало в меру малости  $\rho$ . Решению  $t3$  (13) отвечают 4 домена:  $\cos 3\varphi > 0$ ,  $\tau\rho > 0$  и  $\cos 3\varphi < 0$ ,  $\tau\rho < 0$ , где каждый раз из шести решений для  $\varphi$  нужно брать два, так как четыре остальных не дают ничего нового (их значения совпадают со значениями  $\varphi'$  и  $\varphi''$ ).

Граница между  $t2$  и  $t13$  смещается относительно границы между  $s2$  и  $s3$  на малую величину  $\sim \rho$

$$\delta = \delta' \frac{x - x'}{x' - x''} - \frac{2}{\delta'} (x - x') \tau k_{s2-3} \cos 3\varphi,$$

оставаясь линией фазовых переходов второго рода между  $t2$ - и  $t13$ -состояниями.

На границе между  $s1$  и  $s3$ :  $\delta = \delta' x / x'$  можно точно решить уравнения (12) для  $k$  и  $\varphi$ . Подставив эти решения в  $\Phi_t$ , получим

$$\Phi_{t1-3} = \frac{1}{2} \left( \alpha - \frac{\delta^2}{4x} \right) \rho^2 - \frac{3}{4} \left[ \frac{x\tau^4}{2(xx'' - x'^2)} \right]^{1/3} \rho^{10/3} + \frac{1}{4} \beta_{t1} \rho^4. \quad (14)$$

Обратим внимание на неаналитическую зависимость  $\Phi$  от  $\rho$ . Отметим, что из решений  $t13$ ,  $t2$  и  $t0$  только  $t2$  новое по сравнению с результатами работы [8].

#### 4. Сравнение $s$ - и $t$ -состояний I-фазы

Сравним  $s$ - и  $t$ -состояния I-фазы. Рассмотрим сначала область фазовой диаграммы, занимаемую  $s1$ -состоянием (см. рисунок). Потребуем  $\beta_s > 0$ , тогда из (4) следует неравенство

$$\beta > \frac{2}{3} \left( \frac{2}{K'} + \frac{1}{C_{11}} \right) b^2. \quad (15)$$

Кроме того, потребуем  $\beta_s > \beta_{t1} > 0$ , тогда из (4) и (13) следуют соответственно неравенства

$$1 - A < \frac{\delta z'}{\delta' z} < 1 - B, \quad A \equiv \frac{C_{66}}{C_{11}K} \left[ \frac{1}{K'} - \frac{1}{C_{11}} + \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \frac{\beta}{b^2} - \frac{2}{K'} - \frac{1}{C_{11}} \right) \right]^{-1},$$

$$B \equiv \frac{C_{66}}{C_{11}K} \left[ \frac{1}{K'} - \frac{1}{C_{11}} + \frac{5}{4} \left( \frac{3}{2} \frac{\beta}{b^2} - \frac{2}{K'} - \frac{1}{C_{11}} \right) \right]^{-1}. \quad (16)$$

Поскольку, как следует из (15),  $B < A$ , то всегда существует область значений  $\delta z'/\delta' z$ , где осуществляется фазовый переход второго рода при  $\alpha = \alpha_{0s1}$  (8) из 0-фазы в  $t1$ -состояние I-фазы.  $s1$ -состояние в этой области является энергетически менее выгодным (метастабильным), поскольку  $\beta_s > \beta_{t1}$ .

Если  $\beta_s < \beta_{t1}$ , то  $\delta z'/\delta' z < 1 - A$  и в этой области фазовой диаграммы осуществляется фазовый переход второго рода при  $\alpha = \alpha_{0s1}$  (8) из 0-фазы в  $s1$ -состояние I-фазы.  $t1$ -состояние является энергетически менее выгодным (метастабильным):  $\Phi_{t1}$ , начинаясь в точке  $\alpha = \alpha_{0s1}$ , идет при всех значениях  $\alpha < \alpha_{0s1}$  выше  $\Phi_{s1}$ . Вся ось абсцисс ( $\delta > 0$ ) на рисунке попадает в эту область, а поскольку результаты работы [3] отвечают оси абсцисс ( $z' = 0$ ), то, согласно [3], фазовый переход в  $t$ -состояние I-фазы невозможен. Отметим, что область фазовой диаграммы  $1 - B < \delta z'/\delta' z < 1$  из рассмотрения с самого начала исключается, поскольку в ней  $\beta_{t1} < 0$ .

Области фазовой диаграммы, занимаемые  $s3$ - и  $s2$ -состояниями, можно аналогично разделить каждую на три. Первая область, где  $0 < \beta_{t3} < \beta_s$ ,  $0 < \beta_{t2} < \beta_s$ ,

$$1 + \frac{1}{2} B < \delta z'/\delta' z < 1 + \frac{1}{2} A, \quad 1 + \frac{1}{2} B < \delta/\delta' < 1 + \frac{1}{2} A. \quad (17)$$

Вторая область, где  $\beta_s < \beta_{t3}$ ,  $\beta_s < \beta_{t2}$ ,

$$1 + \frac{1}{2} A < \delta z'/\delta' z, \quad 1 + \frac{1}{2} A < \delta/\delta'. \quad (18)$$

Третья область, где  $\beta_{t3}, \beta_{t2} < 0$ ,

$$1 < \delta z'/\delta' z < 1 + \frac{1}{2} B, \quad 1 < \delta/\delta' < 1 + \frac{1}{2} B.$$

Эту последнюю область не рассматриваем. В первой (17) и второй (18) областях осуществляется фазовый переход первого рода (член  $\sim \rho^3$  в  $\Phi_t$ ) из 0-фазы в I-фазу соответственно в  $t3$ - и  $t2$ -состояния. В первой области из  $t3$ - или  $t2$ -состояния I-фазы осуществляется последующий переход первого рода в C-фазу. Во второй области может осуществляться сначала переход первого рода из  $t3$ - или  $t2$ -состояния в  $s3$ - или  $s2$ -состояние I-фазы, а затем первого рода в C-фазу.

Экспериментальные данные для кварца в отсутствие внешних воздействий на кристалл отвечают области фазовой диаграммы (16), где при уменьшении  $\alpha$  осуществляется последовательность фазовых переходов второго рода из 0-фазы в  $t1$ -состояние I-фазы и затем первого рода в C-фазу. Механические напряжения могут индуцировать  $s1$ -состояние между 0-фазой и  $t1$ -состоянием I-фазы [10]. Экспериментальные указания [11] на наблюдение в отсутствие напряжений последовательности переходов второго рода 0—Is1, первого рода Is1—It1 и первого рода It1—C могут свидетельствовать, согласно рассматриваемому подходу, лишь о несовершенстве образцов — возможных остаточных напряжениях в них.

Поскольку область (16) сравнительно узкая, то скалярным внешним воздействием, например всесторонним сжатием  $P$  или напряжениями  $\sigma_{xx} + \sigma_{yy} - \sigma_{zz}$ , можно изменить коэффициенты термодинамического потенциала настолько, что кристалл выйдет из этой области фазовой диаграммы. Тогда либо фазовый переход 0—It1 станет переходом первого рода, либо, что более интересно, последовательность переходов 0—It1—C сменится на 0—Is1—C, а первый переход (0—Is1) останется переходом второго рода.

## Список литературы

- [1] Леванюк А. П., Санников Д. Г. // ФТТ, 1976. Т. 18. № 7. С. 1927—1932; Levanyuk A. P., Sannikov D. G. // Ferroelectrics. 1976. V. 14. P. 643—645; Корский V., Sannikov D. G. // J. Phys. C. 1977. V. 10. N 21. P. 4347—4360.
- [2] Асланян Т. А., Леванюк А. П. // Письма в ЖЭТФ, 1978. Т. 28. № 2. С. 76—79; Aslanyan T. A., Levanyuk A. P. // Sol. St. Comm. 1979. V. 31. N 7. P. 547—550.
- [3] Aslanyan T. A., Levanyuk A. P., Vallade M., Lajzerowicz J. // J. Phys. C. 1983. V. 16. N 23. P. 6705—6712.
- [4] Dolino G. Chapt. 16 in Incommensurate phases in dielectrics 2. Materials / Ed. R. Blinc and A. P. Levanyuk. North—Holland, 1986. P. 205—232.
- [5] Dolino G., Bachheimer J. P., Berge B., Zeyen C. M. E., Tandeloo G. V., Landuyt J. V., Amelinokx S. // J. Phys. France. 1984. V. 45. N 5. P. 901—912.
- [6] Gouhara K., Kato N. // J. Phys. Soc. Jap. 1984. V. 53. N 7. P. 2177—2180; 1985. V. 54. N 5. P. 1868—1881, 1882—1889.
- [7] Walker M. B. // Phys. Rev. B. 1983. V. 28. N 11. P. 6407—6410.
- [8] Санников Д. Г. // Изв. АН СССР, сер. физ. 1989. Т. 53. № 7. С. 1242—1248.
- [9] Levanyuk A. P., Minyukov S. A., Toledoano P., Aslanyan T. A. // Abstracts of the fourth Japanese—Soviet symposium on ferroelectricity. Japan, 1988. P. 89—90.
- [10] Dolino G., Bastie P., Berge B., Vallade M., Bethke J., Regnault L. P., Zeyen C. M. E. // Europhysics Lett. 1987. V. 3. N 5. P. 601—609; Zarka A., Capelle B., Petit M., Dolino G., Bastie P., Berge B. // J. Appl. Cryst. 1988. V. 21. N 1. P. 72—73.
- [11] Bachheimer J. P. // J. Phys. France. 1988. V. 49. N 3. P. 457—462; Bastie P., Mogeon F., Zeyen C. M. E. // Phys. Rev. B. 1988. V. 38. N 1. P. 786—788.

Институт кристаллографии АН СССР  
Москва

Поступило в Редакцию  
25 января 1989 г.