УДК 539.213

# УСТОЙЧИВОСТЬ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ И АКУСТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ. ВРАЩАТЕЛЬНО ИНВАРИАНТНАЯ ТЕОРИЯ

*Е. А. Туров, И. А. Кайбичев*

С учетом слагаемых в магнитоупругой (МУ) энергии, зависящих от компонент тензора локальных поворотов, которые обеспечивают вращательную инвариантность теории, исследован вопрос об устойчивости основного состояния в кубическом ферромагнетике. Показано, что из-за таких слагаемых квазиакустическая МУ мода может размягчаться раньше, чем станет неустойчивым основное состояние относительно однородных вариаций переменных. Тем самым эти слагаемые провоцируют переход в состояние с неоднородным распределением локальных упругих поворотов элементов объема. Рассмотрены также особенности фарадеевского вращения для квазиакустических волн, связанные с вращательной инвариантностью теории и с близостью системы к точке потери устойчивости.

1. Наличие магнитной кристаллической анизотропии в ферро- и антиферромагнетиках является непосредственной причиной связи между магнитными и упругими степенями свободы (МУ связи) наряду с обычным магнитострикционным взаимодействием. Действительно, когда при сдвиговых деформациях вместе с элементом объема среды поворачиваются его локальные «легкие оси», то они тянут за собой и связанную с ними локальную намагниченность. Оба механизма МУ связи (стрикционный и вращательный) учитывает так называемая вращательно-инвариантная теория МУ взаимодействия. Изложение основ этой теории и исследование эффектов, обусловленных вращательным механизмом, проведены в недавнем обзоре [1].[1] Там, однако, отсутствует рассмотрение двух важных, на наш взгляд, вопросов — об устойчивости основного состояния с учетом вращательных слагаемых в энергии и о роли этих слагаемых в явлениях акустического двулучепреломления. Устранению этих пробелов в теории и посвящена настоящая статья. При этом будет рассмотрено только круговое двулучепреломление — акустический эффект Фарадея. Результаты для линейного двулучепреломления (эффект Фогта) представляют меньший интерес и здесь не будут приведены.

2. Пусть в основном состоянии кубического ферромагнетика намагниченность **M** и поле **H** направлены вдоль ребра куба: **M** || **H** || [001] || **z**. Отсылая читателя за подробностями к цитированной статье [1], запишем сразу квадратичную форму по динамическим переменным задачи для плотности термодинамического потенциала

$$F_2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} E a^2 \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x_\alpha}\right)^2 + \left(K_1 + \frac{1}{2} M_0 H\right)(m_x^2 + m_y^2) + \frac{1}{2} C_{11}(e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2) +$$
$$+ C_{12}(e_{xx}e_{yy} + e_{xx}e_{zz} + e_{yy}e_{zz}) + 2C_{44}(e_{xy}^2 + e_{xz}^2 + e_{yz}^2) + 2B_2(m_x e_{xz} + m_y e_{yz}) -$$
$$- 2K_{1me}(m_x \omega_{xz} + m_y \omega_{yz}) + K_{1e}(\omega_{xz}^2 + \omega_{yz}^2) - 2B_{2e}(e_{xz}\omega_{xz} + e_{yz}\omega_{yz}). \qquad (1)$$

[1] В этой статье дан достаточно полный перечень литературы, имеющей отношение к делу, в том числе приоритетных ссылок.

Здесь $\mathbf{m} = \mathbf{M}(\mathbf{r})/M_0$ — единичный вектор локальной намагниченности $(\mathbf{M}^2(\mathbf{r}) = M_0^2)$,

$$e_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha}\right), \quad \omega_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} - \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha}\right)$$

— соответственно динамические тензоры деформации и локальных поворотов; $\mathbf{u}$ — динамическая часть вектора смещения. В (1) введены также следующие обозначения: $E$ — константа неоднородного обмена ($a$ — межатомный параметр),

$$K_1 = K + B_1(\mathscr{E}_t - \mathscr{E}_l)$$

— константа магнитной анизотропии, перенормированная с учетом спонтанных магнитострикционных деформаций

$$\mathscr{E}_t - \mathscr{E}_l = B_1/(C_{11} - C_{12}),$$

$C_{ij}$ — упругие, а $B_{1,2}$ — магнитоупругие константы, которые определяют вместе с $K_1$ также остальные коэффициенты квадратичной формы (1)

$$K_{1me} = K_1 - {}^1/_2(\mathscr{E}_t - \mathscr{E}_l), \tag{2}$$
$$K_{1e} = K_1 - B_2(\mathscr{E}_t - \mathscr{E}_l) + {}^1/_2 C_{44}(\mathscr{E}_t - \mathscr{E}_l)^2,$$
$$B_{2e} = B_2 - C_{44}(\mathscr{E}_t - \mathscr{E}_l).$$

Заметим, что в отличие от [1] мы пренебрегаем здесь малыми поправками к $C_{ij}$, $B_2$ и $B_{2e}$ порядка $B/C$ и выше.

Диполь-дипольное (магнитостатическое) слагаемое в (1) мы опустили, поскольку при однородных вариациях переменных и для волн с волновым вектором $\mathbf{k} \parallel \mathbf{M}$, которые только и будут рассматриваться, оно обращается в нуль. В случае необходимости может быть учтено размагничивающее поле поверхности образца путем замены $H \to H - N_{zz}M_0$ (что, вообще говоря, справедливо лишь для длин волн, малых по сравнению с размерами образца).

3. Для исследования устойчивости рассматриваемого основного состояния с $\mathbf{M} \parallel \mathbf{H} \parallel [001] \parallel \mathbf{z}$ в общем случае необходимо варьировать функционал $\Phi = \int F_2 d^3r$ по взаимодействующим переменным. В нашем случае их две эквивалентные тройки: $m_x$, $e_{xz}$, $\omega_{xz}$ и $m_y$, $e_{yz}$, $\omega_{yz}$. Однако если исключить из рассмотрения переход в неоднородные состояния, то устойчивость будет обеспечиваться требованием неотрицательности квадратичной формы (1) (при $\partial\mathbf{m}/\partial x_\alpha = 0$).

Пусть сперва граничные условия таковы, что допускаются вариации всех переменных в (1), включая однородные повороты $\omega^0_{xz}$ и $\omega^0_{yz}$ тела как целого. Указанная неотрицательность (1) дает в этом случае следующие необходимые и достаточные условия устойчивости:

$$K^* = K_{1e} - B_{2e}^2/2C_{44} \equiv K_1 - B_2^2/2C_{44} \geqslant 0, \quad H \geqslant 0. \tag{3), (4}$$

Физический смысл этих условий очевиден. Нарушение (3) означает смену знака термодинамической константы анизотропии $K^*$ [2], благодаря чему кристаллическая ось [001] перестает быть легкой осью и вместе с образцом отворачивается от исходного направления $\mathbf{z}$. При этом $\mathbf{M}$ не меняет своего направления, оставаясь параллельной $\mathbf{H}$. Смена знака $H$, нарушающая условие (4), приводит к тому, что намагниченность $\mathbf{M}$ должна изменить свое направление, поворачиваясь вместе с образцом.

В реальных лабораторных установках образец обычно жестко крепится, так что его однородные повороты запрещены

$$\omega^0_{\alpha\beta} = 0. \tag{5}$$

Неотрицательность квадратичной формы при граничном условии (5) приводит к неравенству

$$2K^*/M_0 + H \geqslant 0, \tag{6}$$

которое совпадает с известным ранее условием устойчивости состояния $\mathbf{M} \parallel [001]$ без учета слагаемых с $\omega_{\alpha\beta}$ в термодинамическом потенциале [2, 3].

4. Найдем теперь условия устойчивости, определяемые требованием неотрицательности частот (или квадратов частот) нормальных мод колебаний.

Пусть волновой вектор $\mathbf{k} \parallel \mathbf{M} \parallel \mathbf{H} \parallel \mathbf{z}$. В этом случае нормальными модами будут циркулярно-поляризованные волны ($m_\pm = m_x \pm i m_y$ и $u_\pm = u_x \pm i u_y$). Как обычно [1-3], из уравнений движения для компонент намагниченности $m_\pm$ и упругих волновых смещений $u_\pm$ с учетом (1) получаем следующие дисперсионные уравнения:

$$(\omega_k \pm \omega)(\omega_t^2 - \omega^2) - \omega_t^2 \omega_{me} = 0 \tag{7}$$

соответственно для волн с правой (+) и левой (—) круговой поляризацией. Здесь

$$\omega_k = \omega_0 + \omega_E (ak)^2, \quad \omega_E = \gamma E/M_0,$$

$$\omega_0 = \gamma (H + 2K_1/M_0), \quad \omega_{me} = \gamma (B_2 - K_{1me})^2 / M_0 \rho v_t^2, \tag{8), (9}$$

$\rho$ — плотность массы, $v_t = (C_{44}/\rho)^{1/2}$ — скорость звука,

$$\omega_t = \omega_D (ak), \quad \omega_D = v_t/a.$$

Уравнения (7) отличаются от таковых во вращательно-неинвариантной теории [2, 3] лишь видом параметра МУ связи $\omega_{me}$ (9): здесь рядом с $B_2$ в числителе (9) появляется дополнительное слагаемое — $K_{1me}$. При этом известное условие устойчивости, вытекающее из спектра [2, 3],

$$\tilde{\omega}_0 = \omega_0 - \omega_{me} \geqslant 0 \tag{10}$$

после введения $K^*$ (3) и с учетом (8) и (9) принимает вид

$$K^* + \frac{M_0 H}{2} \geqslant \frac{(K_{1me} - 2B_2) K_{1me}}{2C_{44}}. \tag{10'}$$

Оно не совпадает с условием устойчивости основного состояния (6), соответствующим равенству (5), которое запрещает однородные повороты образца. Точка потери устойчивости по спектру, определяемая равенством из (10) или (10′) (например, $\tilde{\omega}_0 = 0$), оказывается другой, чем найденная из энергии основного состояния.

В зависимости от знака правой части (10′) могут встретиться две возможности. Если она положительна, что имеет место при

$$2B_2/K_{1me} < 1, \tag{11}$$

то неравенство (10′) является более сильным, чем (6), в том смысле, что при $K^* < 0$ с уменьшением поля $H$ первое нарушается раньше, чем второе. Это означает, что существует квазиакустическая МУ мода, которая размягчается раньше, чем исходное однородное состояние теряет устойчивость относительно однородных же вариаций переменных $m_x^0$, $m_y^0$, $e_{xz}^0$ и $e_{yz}^0$ (но при $\omega_{xz}^0 = \omega_{yz}^0 = 0$!). Последнее связано с наличием именно вращательных слагаемых (членов с $\omega_{\alpha\beta}$) в энергии (1).

На наш взгляд, это весьма важный результат, указывающий, по-видимому, на то, что если при условии (11) нарушается неравенство (10′), то должен иметь место переход в состояние с неоднородным распределением локальных поворотов $\omega_{xz}$ или $\omega_{yz}$ (при этом, естественно, неоднородными будут и другие переменные). Такая неоднородная задача требует отдельного рассмотрения. Но уже из этого частного примера видно, что вращательные слагаемые в термодинамическом потенциале могут существенным образом сказываться на условиях устойчивости основного состояния ферромагнетика, провоцируя при определенных значениях параметров его переход в неоднородное состояние. Наиболее ощутимо это может проявляться в сильно анизотропных кристаллах, когда $|K| \gg |B|$ (хотя, впрочем, неравенство (11) может выполняться и при $|K_{1me}| < |B_2|$, если $K_{1me} < 0$, а $B_2 > 0$).

В другом случае, когда вместо (11) выполняется обратное неравенство

$$2B_2/K_{1me} > 1, \tag{12}$$

более сильным оказывается условие (6) — оно нарушается раньше, чем (10′). В точке потери устойчивости, определяемой теперь равенством $2K^*/M_0+H=0$, согласно (10), (8) и (3), имеем

$$\tilde{\omega}_0^{\min} = \gamma K_{1me}(2B_2 - K_{1me})/M_0 C_{44} > 0, \tag{13}$$

так что минимальная магнонная щель, имеющая место в этой точке, будет равна

$$\omega_0^{\min} = \tilde{\omega}_0^{\min} + \omega_{me} = \gamma B_2^2/M_0 C_{44} > \omega_{me}. \tag{14}$$

Напомним, что в предыдущем случае (11) в точке перехода, определяемой равенством из (10), $\tilde{\omega}_0^{\min} = 0$, а $\omega_0^{\min} = \omega_{me}$.

В дальнейшем мы не будем делать различия между случаями (11) и (12), полагая, что приводимые ниже формулы относятся к обоим случаям. Это справедливо до тех пор, пока рассматриваемые интервалы частот и сделанные приближения не приходят в противоречие с ограничениями, накладываемыми соотношениями (13) и (14).

5. Рассмотрим фарадеевское вращение плоскости поляризации квазиакустических волн (см., например, [4]). Наша цель — выяснить роль вращательных слагаемых в (1) и исследовать поведение угла вращения (на единицу длины)

$$\theta_1 = {}^1/_2\,(k_+ - k_-) \tag{15}$$

при приближении к точке перехода, определяемой условиями (6) или (10) (хотя мы понимаем, конечно, что более строгое рассмотрение условий устойчивости состояния требует учета вариаций по неоднородным переменным).

Ограничимся областью частот $\omega < \omega_0$, где имеются только две квазиакустические моды, поляризованные по правому и левому кругам. Пусть сперва

$$\left|\frac{\tilde{\omega}_0 \pm \omega}{\omega}\right| \gg \frac{\omega\omega_E}{\omega_D^2}, \quad \left(\frac{\omega_{me}\omega_E}{\omega_D^2}\right)^{1/2}. \tag{16}$$

Тогда приближенное решение дисперсионных уравнений (7) дает для $k_\pm$ и затем для $\theta_1$ (15) следующие значения соответственно для двух частотных интервалов: а) $\omega_0 > \tilde{\omega}_0 > \omega$, б) $\omega_0 > \omega > \tilde{\omega}_0$.

а) $\omega_0 > \tilde{\omega}_0 > \omega$

$$k_\pm = \frac{\omega}{v_t}\left(\frac{\omega_0 \mp \omega}{\tilde{\omega}_0 \mp \omega}\right)^{1/2}, \quad \theta_1 = \frac{\omega}{2v_t}\left[\left(\frac{\omega_0 - \omega}{\tilde{\omega}_0 - \omega}\right)^{1/2} - \left(\frac{\omega_0 + \omega}{\tilde{\omega}_0 + \omega}\right)^{1/2}\right]. \tag{17}$$

При $\omega_{me} \ll \tilde{\omega}_0 - \omega$ из (17) получается формула

$$\theta_1 \approx \frac{\omega_{me}}{2v_t}\,\frac{\omega^2}{\tilde{\omega}_0^2 - \omega^2}, \tag{18}$$

отличающаяся, как и дисперсионные уравнения (7), от соответствующей формулы вращательно-неинвариантной теории (см., например, формулу (4.62) в [4]) только значением параметра МУ связи $\omega_{me}$. Последний, согласно (9), определяется теперь не только константой магнитострикции $B_2 \equiv 2b_{44}$, но также и константой магнитной анизотропии $K_{1me}$ (2).

б) $\omega_0 > \omega > \tilde{\omega}_0$.

Для $k_-$ сохраняется прежнее выражение (17) (при условии (16)), а

$$k_+ \approx ((\omega - \tilde{\omega}_0)/\omega_E a^2)^{1/2} \gg k_-,$$

так что

$$\theta_1 \approx \frac{1}{2}\left(\frac{\omega-\tilde{\omega}_0}{\omega_E a^2}\right)^{1/2}. \tag{19}$$

Эта формула может давать очень большое фарадеевское вращение: например, при $\omega_E a^2=0.1$ см$^2$/с ($Y_3Fe_5O_{12}$ — ЖИГ) и $\omega-\tilde{\omega}_0=10^{10}$ с$^{-1}$ имеем $\theta_1 \approx 10^5$ см$^{-1}$. Такое же значение $\theta_1$ получается для железа. Частотная зависимость $\theta_1$ (19) совершенно иная, чем в классическом случае (18). Вблизи точки потери устойчивости при $\tilde{\omega}_0 \ll \omega$ формула (19) дает $\theta_1 \sim \sqrt{\omega}$.

Следует, однако, заметить, что для традиционных ферро- (ферри-) магнетиков частотный интервал «б» ($\omega_0-\tilde{\omega}_0=\omega_{me}$) имеет скорее символическое значение. Из-за неоднородностей образца и поля, неточности установки образца и т. д. [3] реализовать этот интервал — весьма сложная экспериментальная задача. Так, для ЖИГ $H_{me}=\omega_{me}/\gamma \approx 0.5$ Э$=40$ А/м, а для железа $H_{me} \approx 3$ Э$=240$ А/м (комнатные температуры). И все же в настоящее время известны ферромагнетики с гигантской магнитострикцией, в том числе имеющие кубическую кристаллическую решетку. Например, это интерметаллические соединения — фазы Лавеса. Так, для $Tb_{0.3}Dy_{0.7}Fe_2$ $H_{me}=4.7$ кЭ$=374$ кА/м [5].

6. Для более полной картины кругового двулучепреломления необходимо учесть диссипацию. Это можно сделать путем следующей замены [3]:

$$\tilde{\omega}_0 \to \tilde{\omega}_0 - i\omega r, \quad \omega_D^2 \to \omega_D^2\left(1 - i\,\frac{\omega\eta_{44}}{C_{44}}\right), \tag{20}$$

где $r$, $\eta_{44}$ — параметры затухания для магнитной и упругой подсистем. После подстановки (20) в соответствующие формулы для $k_\pm$ для того или иного частотного интервала и выделения вещественной и мнимой частей

$$k_\pm = k'_\pm + ik''_\pm$$

мы снова можем найти фарадеевский угол по формуле вида (15) с заменой $k_\pm \to k'_\pm$, а разность мнимых частей даст эллиптичность [6]

$$\frac{b}{a} = \mathrm{th}\left(\frac{k''_+ - k''_-}{2}\,z\right), \tag{21}$$

возникающую из-за различного затухания волн правой и левой круговой поляризации (круговой дихроизм).

Не приводя получаемых таким образом формул для рассмотренных выше случаев в области частот (16), мы сделаем это в качестве примера для близкой окрестности частоты $\omega \approx \tilde{\omega}_0$, исключенной прежде. Используя непосредственно формулу (7) и условие (16) для $\tilde{\omega}_0+\omega$, с учетом (20) находим

$$k'_+ = \left(\omega^2\omega_{me}/v_t^2\omega_E a^2\right)^{1/4},$$

$$\frac{k''_+}{k'_+} = \frac{1}{4}\left[\frac{\eta_{44}\omega}{\rho v_t^2} + r\left(\frac{v_t^2}{\omega_{me}\omega_E a^2}\right)^{1/2}\right],$$

$$k'_- = \frac{\omega}{v_t}\left(1 + \frac{\omega_{me}}{2\omega}\right)^{1/2},$$

$$\frac{k''_-}{k'_-} = \frac{\eta_{44}\omega}{2\rho v_t^2} + \frac{r}{2}\,\frac{\omega_{me}/2\omega}{1+\omega_{me}/2\omega}, \tag{22}$$

где $\omega \approx \tilde{\omega}_0$. Из формул (22) легко видеть, что $k'_+ \gg k'_-$ и $k''_+ \gg k''_-$, следовательно,

$$\theta_1 \approx \frac{1}{2}\,k'_+ = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega^2\omega_{me}}{v_t^2\omega_E a^2}\right)^{1/4}, \tag{23}$$

$$\frac{b}{a} \approx \mathrm{th}\left(\frac{k''_+}{2}\,z\right) \approx \mathrm{th}\left[\frac{r}{8}\left(\frac{v_t^2\omega^2}{\omega_{me}\omega_E^3 a^6}\right)^{1/4} z\right]. \tag{24}$$

Сделаем численные оценки для более благоприятного случая, соответствующего $Tb_{0.3}Dy_{0.7}Fe_2$. Положим [3, 5] $\omega_{me}=8\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$, $\omega \approx \tilde{\omega}_0=$

$=10^{10}$ с$^{-1}$, $v_t^2=10^{11}$ (см/с)$^2$, $\omega_E a^2=10^{-2}$ см$^2$/с, $r=10^{-2}$. Последнее значение берется как разумная величина относительной ширины линии ФМР. (Затухание упругой подсистемы для приближенных оценок не учитываем). В результате формулы (22) дают: $k'_+=3\cdot10^5$ см$^{-1}$, $k'_-=6\cdot10^4$ см$^{-1}$, $k''_+=10^4$ см$^{-1}$, $k''_-=3\cdot10^2$ см$^{-1}$. Следовательно, из (23) имеем $\theta_1\simeq10^5$ см$^{-1}$. Что касается эллиптичности (24), то при $z\geqslant10^{-3}$ см звук, линейно-поляризованный на входе ($z=0$), пройдя это расстояние, становится циркулярно-поляризованным ($b/a\simeq1$). Проходит только та волна, круговая поляризация которой противоположна направлению прецессии намагниченности.

7. В заключение, возвращаясь к традиционной формуле (18) для $\theta_1$, рассмотрим случай экстремально большой анизотропии ($|K|>|B_{1,2}|$). По-видимому, такая возможность существует для тройных сплавов с участием актинидов [7]. Для этого случая из (9) приближенно имеем

$$\omega_{me}\approx\gamma K^2/M_0\boldsymbol{C}_{44}. \qquad (25)$$

Если положить, что $H\ll 2K/M_0$ и $\omega\ll\tilde{\omega}_0$, то формула (18) с учетом (8) и (25) дает

$$\theta_1\approx M_0\omega^2/8\gamma v_t^3\rho.$$

Это весьма удивительный результат, так как оказывается, что в этом предельном случае $\theta_1$ вообще не зависит от МУ связи. Правда, численное значение $\theta_1$ невелико: при $M_0=10^{-1}$ Тл, $v_t^3=10^{16}$ (см/с)$^3$, $\omega=10^{10}$ с$^{-1}$ и $\rho=10$ г/см$^3$ имеем $\theta_1\approx10^{-2}$ см$^{-1}$. Однако уже при $\omega=10^{11}$ с$^{-1}$ возрастает до значения порядка 1.

Авторы благодарят В. Г. Барьяхтара за полезную дискуссию.

## Список литературы


[1] Барьяхтар В. Г., Туров Е. А. Электронная структура и электронные свойства металлов и сплавов / Под ред. В. Г. Барьяхтара. Киев: Наукова думка, 1988. С. 39—70.

[2] Туров Е. А., Шавров В. Г. // УФН. 1983. Т. 140. № 3. С. 429—462.

[3] Туров Е. А., Луговой А. А., Бучельников В. Д., Кузавко Ю. А., Шавров В. Г., Ян О. В. // ФММ. 1988. Т. 66. № 1. С. 12—23.

[4] Леманов В. В. Физика магнитных диэлектриков / Под ред. Г. А. Смоленского. Л.: Наука, 1974. С. 284—355.

[5] Clark A. E., Abbundi R., Savage H. T. // Proc. Intern. Conf. on Magnetism'76. Amsterdam, 1976. P. 73—74.

[6] Туров Е. А. Материальные уравнения электродинамики. М.: Наука, 1983. С. 143—145.

[7] Андреев А. В., Борташевич М. И. // ФММ. 1986. Т. 62. № 2. С. 266—268.


Институт физики
металлов УрО АН СССР
Свердловск

Поступило в Редакцию
24 марта 1989 г.