1989 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 31, в. 9
1989 SOLID STATE PHYSICS Vol. 31, N 9

УДК 539.4.01

ЛОКАЛЬНЫЕ РАЗОГРЕВЫ В ВЕРШИНЕ ТРЕЩИНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В ПЛАСТИЧНОМ МАТЕРИАЛЕ

Е. И. Друинский

Рассчитаны локальные тепловые разогревы в вершине трещины, распространяющейся в пластичном материале. Проанализирована зависимость этих разогревов от скорости трещины. Изучено влияние роста пластической зоны, сопровождающей процесс разрушения в этих материалах.

1. В настоящее время считается установленным, что при напряжениях меньше предела прочности межатомных связей, помимо обычного, чисто механического их разрыва, существенное влияние на процесс разрушения оказывают тепловые флуктуации атомов, а учет их теплового движения составляет основу кинетического подхода [1] к проблеме прочности и разрушения твердых тел. В связи с этим представляется важным изучение вопроса о локальных разогревах, сопровождающих процесс распространения трещины (разрушения) в пластичных материалах.

В работе [2] решена задача о локальных разогревах в вершине распространяющейся трещины. В качестве источника этих разогревов рассмотрена зона пластической деформации, расположенная перед вершиной трещины и сопровождающая ее в процессе разрушения. Однако для скорости диссипации энергии в [2] было использовано выражение, которое предсказывает нереалистично высокое локальное значение мощности потерь с логарифмической особенностью в вершине трещины. Кроме того, в цитируемой работе размер пластической зоны предполагается не зависящим от времени. В то же время автомодельная пластическая зона, как известно [3], является лишь частным случаем более общей ситуации, существующей в реальности. Поэтому аналитические результаты [2] могут быть использованы для оценок тепловых разогревов, сопровождающих разрушение главным образом малопластичных материалов. В материалах же, обладающих значительной пластичностью, в которых размер пластической зоны увеличивается с ростом трещины (см., например, соотношение Дагдейла [4]), учет деформации пластической зоны при ее распространении необходим не только для уточнения оценок [2], но и для формирования адекватной физической картины разрушения таких материалов. Кроме того, численные результаты работы [2] (см. рис. 3 цитируемой статьи) явно указывают на пороговый характер скоростной зависимости локальных разогревов в вершине трещины, что находится в качественном противоречии с формулами (3), (28) этой же работы. Перечисленные обстоятельства заставляют нас пересмотреть вопрос о локальных тепловых разогревах, сопровождающих разрушение в пластичных материалах.

2. Рассмотрим стационарную трещину в пластичном материале, перед которой сформирована и перемещается сопровождающая ее автомодельная зона пластической деформации. Для упрощенной модели пластической зоны с бесконечно малой толщиной и однородной диссипацией

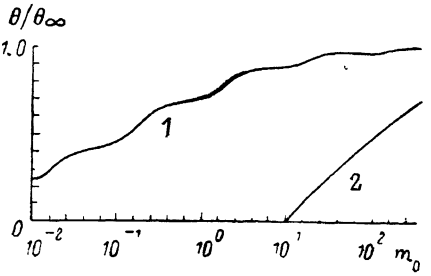
$$g(y) = QU\delta(y), \qquad (1)$$

(Q — количество тепловой энергии, генерируемой с единицы площади пластической зоны; U — скорость трещины; $\delta(x)$ — дельта-функция; y — координата пластической зоны в направлении, перпендикулярном вектору U), стационарное решение уравнения теплопроводности в движущейся системе координат в вершине трещины определяется следующим выражением:

$$\Theta = \frac{Q}{\pi\rho c}\Psi(m_0). \qquad (2)$$

Здесь $\Theta \equiv T_ф - T_0$ — величина перегрева; $T_ф$, T_0 — температуры фронта трещины и окружающей среды; ρ — плотность материала; c — его удельная теплоемкость; $\Psi(x) \equiv x \exp(x) [K_0(x) + K_1(x)] - 1$; K_0 и K_1 — функции Макдональда; $m_0 \equiv U\omega_0/(2\varkappa)$; ω_0 — длина пластической зоны; $\varkappa$ — коэффициент температуропроводности.

Таким образом, использование однородной модели (1) диссипации энергии в пластической зоне, во-первых, устраняет указанную выше нефизическую логарифмическую особенность ([2], формула (8)) непосредственно перед вершиной трещины, а во-вторых, позволяет получить результат



Зависимость температуры разогрева в вершине трещины Θ/Θ_∞ от отношения m_0 ее скорости U к параметру $2\varkappa/\omega_0$ ($m_0 \equiv U\omega_0/(2\varkappa)$).

в более простом виде. Сопоставление аналитических результатов (ср. формулы (2) и (28), (31) [2]) демонстрирует качественно подобный характер поведения в однородном и неоднородном [2] случаях. На рисунке (кривая *1*) представлены результаты численных расчетов по формуле (2) зависимости $\Theta(m_0)$ в широком диапазоне значений аргумента. $\Theta_\infty \sim \sqrt{2\pi m_0}$ — асимптотика Θ при $m_0 \to \infty$. Для сравнения приведены результаты численных расчетов [2] (кривая *2*). Видно, что эти результаты находятся в явном качественном противоречии с результатами настоящей работы и с формулой (28) работы [2], предсказывающей беспороговый характер зависимости $\Theta(m_0)$. Причина этого противоречия в [2] не указана.

Наконец, выпишем оценку величины Q. Для этого следует предположить, что интегральный эффект тепловыделения при использовании для диссипации формулы (8) [2] такой же, как и в случае однородного тепловыделения. Сопоставление дает следующую оценку для Q:

$$Q = 8(1-\nu^2)\sigma_0^2/\pi E,$$

где E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, σ_0 — предел текучести материала.

3. Рассмотрим, как влияет на величину локального разогрева деформация пластической зоны с постоянной скоростью v, $\omega = \omega_0 + vt$. В этом случае решение уравнения теплопроводности в вершине трещины может быть записано в виде

$$\Theta = \Theta_0 + \Theta_1, \qquad (3)$$

где Θ_0 есть стационарное решение с автомодельной пластической зоной (формула (2)), а Θ_1, описывает дополнительный перегрев за счет деформации пластической зоны. Решение (3) обладает той особенностью, что в отличие от задачи для автомодельной пластической зоны в данном случае отсутствуют строго стационарные тепловые режимы распространения трещины, что связано с изменением условий теплоотвода от ее фронта, зависящих от размера области тепловыделения. Тем не менее мы можем найти приближенное, квазистационарное решение уравнения теплопроводности без временной производной. Используя для диссипативной функции выражение [2]

$$g(\xi) = Qv\,(1 - \xi/\omega)^{1/2}, \tag{4}$$

получим для Θ_1 следующее квазистационарное выражение:

$$\Theta_1 = \frac{Q}{\pi\rho c}\,\frac{v}{U}\int\limits_{m_0}^{m} dx\left(1 - \frac{x}{m}\right)^{1/2} K_0(x)\exp(x), \tag{5}$$

где $m \equiv U\omega/(2\varkappa)$.

Анализ формулы (5) показывает, что рост пластической зоны может внести существенный вклад в разогрев фронта движущейся трещины. Так, при $v \ll U$ из (5) имеем [5] следующее выражение:

$$\Theta_1 = \frac{Q}{\pi\rho c}\,\frac{v}{U}\sqrt{2\pi m}\left[1 + O\left(\frac{v}{U}\right)\right], \tag{6}$$

откуда сравнение с асимптотикой выражения (2) дает

$$\frac{\Theta_1}{\Theta_0} = \frac{v}{U}\sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}}. \tag{7}$$

Заметим, что реализация условия квазистационарности обеспечивается выполнением следующих двух неравенств:

$$\frac{v}{\omega} \ll \frac{\omega U}{\varkappa t};\ \frac{\omega U^3}{\varkappa^2}, \tag{8}$$

являющихся выражением физически очевидного требования малости скорости v пластической зоны.

Таким образом, разогрев в вершине перемещающейся трещины в пластичных материалах с учетом деформации пластической зоны может существенно превысить стационарный разогрев в вершине трещины с автомодельной пластической зоной, а соответствующие обоим случаям эффекты оцениваются по формулам (6), (7) и (2) настоящей работы.

Автор благодарен В. К. Аксёнову, В. А. Стрельцову и В. А. Шкловскому за обсуждение работы.

Список литературы

[1] Регель В. Р., Слуцкер А. И., Томашевский Э. Е. Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974. С. 560.

[2] Rice J. R., Levy N. Physics on Strength and Plasticity / Ed. A. S. Argon. Cambridge, M. I. T. Press, 1969. P. 277.

[3] Владимиров В. И. Физическая природа разрушения металлов. М.: Металлургия, 1984. С. 280.

[4] Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. С. 752.

[5] Нотт Дж. Ф. Основы механики разрушения. М.: Металлургия, 1978. С. 256.

Харьковский физико-технический институт АН УССР
Харьков

Поступило в Редакцию
8 февраля 1989 г.
В окончательной редакции
3 мая 1989 г.