

# Когерентное неупругое отражение электронов от неупорядоченных сред с резкой границей

© Б.Н. Либенсон

Оптическое общество им. Д.С. Рождественского,  
199034 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: libenson@peterlink.ru

(Поступила в Редакцию 20 декабря 2005 г.  
В окончательной редакции 6 апреля 2006 г.)

Рассматривается явление слабой локализации электронов, неупруго рассеивающихся в неупорядоченной среде с резкой границей. Неупругое столкновение электрона представляет собой однократное возбуждение объемного плазмона. Когерентность является следствием интерференции электронных волн, связанных с двумя возможными реализациями процесса, в котором электрон возбуждает объемный плазмон и испытывает упругое рассеяние на большой угол на хаотически расположенных силовых центрах. Резкость границы означает, что среднестатистический размер и глубина профиля микрошероховатостей поверхности много меньше длины затухания волнового поля быстрых электронов в среде. Такое же условие касается размера хвостов электронной плотности среды в вакууме. На основе изложенной теории предлагается исследовать интенсивность генерации объемных плазмонов путем измерения отношения токов электронов неупруго, и упруго отраженных от поверхности неупорядоченной среды. Измерение заключается в определении зависимости отношения этих токов от трех углов: полярного угла падения налетающего электрона, полярного угла его вылета из среды и азимутального угла, образованного проекциями на плоскость поверхности векторов  $v$  скорости падающего и  $v'$  вылетающего электронов. Теоретически обоснованы оптимальные условия для наблюдения этой специфической азимутально-угловой зависимости, когда оба столкновения электрона происходят в приповерхностной области.

PACS: 72.15.Rn, 71.45.Gm, 34.80.-i

## 1. Введение

Когерентное отражение электронов от неупорядоченных сред должно отчетливо проявляться в случае, когда энергии налетающих электронов на 2–3 порядка выше энергий электронов среды. Наблюдение такого когерентного явления может быть самое непосредственное. Когерентные эффекты у неупруго отраженных высокоэнергетических электронов могут составлять 20–30% от величины некогерентной части измеряемой интенсивности генерации объемного плазмона.

Наблюдение и анализ особенностей отражения электронов „промежуточных“ энергий (от сотен до нескольких тысяч eV) описаны в работах [1,2]. В [3] содержится решение проблемы слабой локализации частиц и волн в полубесконечных неупорядоченных системах с хаотически распределенными центрами упругого рассеяния. В частности, из приведенного там решения определен угловой спектр упругого отражения. Этот спектр зависит от величины полного сечения рассеяния, которое определяется как упругим, так и неупругим рассеянием электрона. Неупругие столкновения конкурируют с упругим рассеянием, уменьшая интенсивность когерентного отражения в упругом канале рассеяния.

Энергия неупруго отраженных электронов отличается от энергии падающих частиц на величину энергетической потери при неупругом столкновении. Существует традиционное представление о том, что неупругие взаимодействия подавляют когерентные эффекты. Явление слабой локализации частиц, испытывающих неупругое

рассеяние, считается маловероятным [4]. Теоретические исследования [5–8] показали, что традиционные представления в этом вопросе являются ошибочными. Явление слабой локализации в неупругом канале рассеяния электронов существует и обладает рядом особенностей, отличающих это явление от слабой локализации в упругом канале рассеяния. Прежде всего заметим, что слабая локализация в упругом канале рассеяния электрона описывается поправкой второго приближения по взаимодействию быстрого электрона с силовыми центрами, в то время как для описания слабой локализации в неупругом канале рассеяния достаточно первого приближения. Вследствие такой разницы в характере взаимодействия быстрого электрона с силовыми центрами усиление или подавление интенсивности генерации плазмона проявляется в гораздо более широком угловом диапазоне, примыкающем к углу рассеяния  $\pi$ , по сравнению с угловым диапазоном слабой локализации в упругом канале. В работах [4,7] показано, что характер угловой структуры когерентного неупругого рассеяния электрона в объеме среды может быть исследован двумя методами: качественно, исходя из анализа законов сохранения импульса и энергии, или количественно, исходя из непосредственного расчета сечения. Результаты исследования слабой локализации в безграничной среде нельзя применить к задаче неупругого отражения из-за существенного влияния границы на структуру электронных волн и электрических полей плазменных возбуждений. Наличие резкой границы усложняет рассмотрение всего явления локализации, поскольку при средних энергиях

падающих электронов акт их упругого столкновения с рассеянием назад происходит вблизи от поверхности.

При наличии границы вакуум—среда акт неупругого рассеяния быстрого электрона становится не столь простым, как в безграничном объеме. Влияние поверхности несущественно, например, по отношению к атомным переходам, но по отношению к длинноволновым коллективным возбуждениям электронной плазмы такое влияние не мало. В работе [9] рассмотрено явление слабой локализации электронов в канале возбуждения поверхностного плазмона. Однако в этой работе исследован случай среды с сильным поглощением, при котором акт неупругого рассеяния электрона на поверхностном плазмоне имеет место лишь в вакуумной области. Несмотря на разницу в энергиях объемного и поверхностного плазмонов их электромагнитные поля образуют связанную между собой структуру. Поэтому структура электрического поля объемного плазмона в присутствии поверхности отлична от таковой в безграничной среде.

При описании электрон-плазмонного взаимодействия достаточно учитывать механизмы возбуждения объемного плазмона, не исчезающие в отсутствии пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости. Для отделения спектра коллективных и парных возбуждений достаточно ввести вектор коротковолновой „отсечки“.

Помимо поглощения в среде быстрый электрон при переходе через границу испытывает преломление, которое существенно только при скользящих углах. Если же полярные углы падения и вылета далеки от скользящих, а энергия электрона составляет несколько keV, электронным преломлением на границе можно пренебречь.

Очевидно, что для частицы, испытывающей отражение и находящейся в среде лишь конечное время, число актов рассеяния также конечно. Это условие используется во многих работах, посвященных рассеянию волн и частиц в полуограниченных средах. Так, в [6] показано, что упругие многократные столкновения не разрушают слабую локализацию. Конечность числа актов рассеяния быстрой частицы при отражении подтверждена и в работе [10], в которой исследована слабая локализация в сильно поглощающей среде. Многократность упругих столкновений необходимо учитывать, если акт неупругого рассеяния быстрого электрона происходит с большой передачей импульса. Если же неупругое рассеяние электрона малоугловое и упругое рассеяние изотропно, транспорт в среде на 80% состоит всего лишь из двух актов рассеяния: неупругого и упругого столкновения с рассеянием на большой угол. Упругое двукратное рассеяние будет влиять на величину отражения назад не более чем на 20% [11]. Упругое отражение электронов с энергией в тысячи электронвольт характеризуется значением коэффициента отражения, много меньшим единицы. Это обстоятельство позволяет учитывать лишь упругие однократные столкновения на большие углы вместо многократных. Наличие поверхности упрощает

наше исследование, поскольку в каждом сценарии процесса рассеяния число упругих рассеяний на большой угол может быть сведено всего лишь к одному.

## 2. Формулировка задачи исследования

Ослабление пучка падающих частиц в среде с поглощением начинается от границы и тем больше, чем меньше косинус полярного угла между нормалью к поверхности и направлением скорости частицы. Соответственно ток как упругого, так и неупругого отражения частиц будет пропорционален фактору

$$\left( \frac{1}{\cos(\alpha_i)} + \frac{1}{\cos(\alpha_f)} \right) \sigma_{el}(|\mathbf{k} - \mathbf{Q} - \mathbf{k}'|),$$

где  $\sigma_{el}$  — сечение упругого электронного рассеяния на большой угол  $\chi = \mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{Q}$  — волновой вектор плазмона, причем

$$\frac{Q}{|\mathbf{k} - \mathbf{k}'|} \approx \frac{\hbar\omega}{E} \ll 1,$$

$\alpha_i$  и  $\alpha_f$  — полярные углы падения и вылета, отсчитываемые от внутренней и внешней нормали к поверхности соответственно. Отношение токов неупруго отраженных и упруго отраженных электронов

$$I = \left( \frac{dJ_0(E - \hbar\omega_p)}{d\Omega'} + \frac{dJ_{1\leftrightarrow 2}(E - \hbar\omega_p)}{d\Omega'} \right) / \frac{dJ_{el}(E)}{d\Omega'}$$

не будет содержать приведенную выше маскирующую угловую зависимость, так что практически вся оставшаяся угловая зависимость будет определяться только неупругим рассеянием. В приведенной формуле под  $J_0$  понимается часть тока неупругого отражения, не содержащая интерференцию упругого и неупругого столкновений быстрого электрона, а под  $J_{1\leftrightarrow 2}$  понимается интерференционная часть тока неупруго отраженных электронов.  $d\Omega'$  — элемент телесного угла в направлении вылета электрона из среды. Если пренебречь интерференцией упругого и неупругого столкновений быстрого электрона, т.е. ограничиться только первым слагаемым в приведенной выше формуле, угловая зависимость отношения токов  $I = I_0$  будет содержать только полярные углы падения и вылета. Такой результат вписывается в традиционные представления экспериментаторов, измеряющих интенсивность объемной плазменной потери в опытах „на отражение“ от неупорядоченной среды. Учет интерференции столкновений, т.е. второго слагаемого в выражении для величины  $I$ , вносит радикальное изменение в характер угловой зависимости отношения токов  $I$ . Помимо зависимости от полярных углов падения и вылета электрона из среды, интерференционная часть отношения токов  $I_{1\leftrightarrow 2}$  будет содержать зависимость от азимутального угла между проекциями на плоскость поверхности скоростей падающего и вылетающего электронов. Такая специфическая азимутально-угловая зависимость величины  $I_{1\leftrightarrow 2}(\phi_p)$  есть проявление слабой локализации.

Цель настоящего теоретического исследования заключается в определении азимутально-угловой специфики отношения тока неупруго отраженных с потерей энергии  $\hbar\omega_p$  электронов к току упруго отражения, а также в определении оптимальных условий для регистрации такой зависимости в опытах „на отражение“ от неупорядоченной среды с резкой границей.

### 3. Общий формализм

Волновая функция быстрого электрона во втором приближении по взаимодействию с электронами среды и хаотически распределенными примесями имеет вид

$$\begin{aligned} \Psi_2(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = & \int \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \Psi_0(\mathbf{k}, \mathbf{r}_2) \\ & \times [T_e(\mathbf{r}_2, i \rightarrow f)G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)U_{bs}(\mathbf{r}_1)G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \\ & + T_e(\mathbf{r}_1, i \rightarrow f)G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)U_{bs}(\mathbf{r}_2)G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)]; \quad (1) \end{aligned}$$

здесь волновая функция нулевого приближения в среде имеет вид

$$\Psi_0(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - \kappa_k z), \quad (2)$$

$\kappa_k = \kappa_0/(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_z)$  — затухание электронного волнового поля для начального угла падения  $\alpha_i = \arccos(\mathbf{n}_k \mathbf{n}_z)$ ,  $\mathbf{k}$  — волновой вектор быстрого электрона,  $T_e(\mathbf{r}, i \rightarrow f)$  — амплитуда неупруго рассеяния быстрого электрона с возбуждением электронов среды из начального состояния  $i$  в конечное состояние  $f$ .  $U_{bs}(r)$  — потенциал упруго рассеяния быстрого электрона на силовых центрах.

$$G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k}_1 \frac{\exp[i\mathbf{k}_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)]}{E - E_{k1} - \epsilon_{if} + i\Gamma} \quad (3)$$

— функция Грина системы быстрый электрон + среда,  $E$  — энергия начального состояния быстрого электрона,  $\Gamma$  — мнимая часть энергии, определяющая затухание электронного волнового поля в среде. Величина

$$\Gamma = \frac{\hbar^2 \kappa_0 k}{m} = \frac{2\pi \hbar^2 n_0}{m} \text{Im } f(\chi = 0) \quad (4)$$

пропорциональна концентрации рассеивателей (атомов) в среде  $n_0$  и мнимой части амплитуды электронного рассеяния на нулевой угол.

Наша задача состоит в вычислении фактора  $I$ , представляющего собой отношение величины тока электронов, отраженных с потерей энергии  $\hbar\omega_p$ , к величине тока упруго отраженных электронов.

Величина тока упруго отраженных электронов в единице телесного угла  $d\Omega' = d\alpha_f \sin(\alpha_f) d\phi_f$  в направлении вектора  $\mathbf{k}'$  имеет в первом приближении по взаимодействию с силовыми центрами очевидное выражение

$$\begin{aligned} \frac{dJ_{el}}{d\Omega'} = & \frac{\pi n m^2 v'}{(2\pi)^3 \hbar^4 \kappa_0 (1 + \cos \alpha_f / \cos \alpha_i)} |u_{bs}(\mathbf{k}_{a\rho}, k_{az}) \\ = & -k_z - k'_z|^2. \quad (5) \end{aligned}$$

Для расчета тока неупруго отраженных электронов воспользуемся известным из квантовой механики выражением

$$\mathbf{J} = \frac{i\hbar}{2m} \int d\rho [\Psi_2(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \nabla \Psi_2^*(\mathbf{k}, \mathbf{r}) - \Psi_2^*(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \nabla \Psi_2(\mathbf{k}, \mathbf{r})]_{z=0}, \quad (6)$$

в котором будет присутствовать восемь слагаемых в соответствии с формулой (1). При расчете тока неупруго отражения следует иметь в виду, что

$$\begin{aligned} \sum_f T_e(\mathbf{r}, i \rightarrow f) T_e^*(\mathbf{r}', i \rightarrow f) = & \frac{1}{\pi(2\pi)^2} \\ & \times \int d\omega \int d\mathbf{q} \exp[i\mathbf{q}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')] \text{Im } D(\mathbf{q}, \omega, z, z'), \quad (7) \end{aligned}$$

а также

$$\begin{aligned} \overline{U_{bs}(\mathbf{r}) U_{bs}^*(\mathbf{r}')}_r = & \frac{n}{(2\pi)^3} \\ & \times \int d\mathbf{k}_a |u_{bs}(\mathbf{k}_a)|^2 \exp[i\mathbf{k}_a(\mathbf{r} - \mathbf{r}')], \quad (8) \end{aligned}$$

причем формула (8) получена путем усреднения упруго рассеяния по хаотическому распределению силовых центров. В формуле (7) функция  $D(\mathbf{q}, \omega, z, z')$  определяет электрическое поле возбуждений электронов среды. В формулах (5), (8)  $n$  — концентрация хаотически распределенных примесей, не совпадающая с концентрацией  $n_0$ .

Подстановка первого слагаемого формулы (1) в формулу (6) позволяет рассчитать компоненту тока неупруго отражения, представляющую собой вклад процесса с такой последовательностью столкновений, когда сначала быстрый электрон генерирует объемный плазмон, а затем упруго рассеивается на примесях. В результате для отношения этой компоненты величины тока неупруго отражения к величине тока упруго отражения получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} I_1 = & \frac{dJ_1}{d\Omega'} / \frac{dJ_{el}}{d\Omega'} = \frac{m^2}{4\pi^3 \hbar^4 k^2 \cos(\alpha_i)^2} \\ & \times \int d\omega \int d\mathbf{q} \int_0^\infty dz_1 \int_0^\infty dz'_1 \text{Im } D(\mathbf{q}, \omega, z, z'_1) \\ & \times \exp \left[ i \frac{(\omega + \mathbf{q}\mathbf{v}_\rho)(z_1 - z'_1)}{v_z} \right] \\ & \times \left\{ \theta(z_1 - z'_1) \exp[-2(\kappa_k + \kappa_{k'})z_1] \right. \\ & \left. + \theta(z'_1 - z_1) \exp[-2(\kappa_k + \kappa_{k'})z'_1] \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

В этой формуле  $v_z$ ,  $\mathbf{v}_\rho$  — проекции скорости быстрого электрона.

Подстановка второго слагаемого из (1) в (6) приводит к выражению для компоненты величины тока неупругого отражения  $dJ_2/d\Omega'$ , описывающей противоположную последовательность столкновений быстрого электрона: сначала упругое рассеяние на примесях, затем генерация объемного плазмона. Отношение величин токов  $I_2 = \frac{dJ_2}{d\Omega'} / \frac{dJ_{el}}{d\Omega'}$  будет отличаться от (9) только лишь заменой  $\alpha_i \rightarrow \alpha_f, \mathbf{v}_\rho \rightarrow \mathbf{v}'_\rho, v_z \rightarrow v'_z$ .

В формуле (9) функция  $\text{Im } D(q, \omega, z, z')$ , соответствующая спектру генерации объемного плазмона, имеет вид

$$\text{Im } D(q, \omega, z, z') = \frac{2\pi e^2 \hbar \theta(q_c - q)}{q} \text{Im} \frac{1}{\varepsilon(\omega)} \times \left[ \exp(-q|z - z'|) - \exp[-q(z + z')] \right]. \quad (10)$$

Формула (9) записана без строгого учета пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\omega, \mathbf{Q})$ . Простейший необходимый учет такой зависимости требует введения ограничения на волновой вектор  $q < q_c$ . Здесь  $q_c$  — волновой вектор коротковолновой „отсечки“ плазменных колебаний, отделяющий спектр объемного плазмона от спектра парных возбуждений. Второе слагаемое в квадратных скобках в (10) определяет подавление генерации объемного плазмона из-за наличия поверхности.

Выполним все вычисления в выражении (9) для величины  $I_1$  и аналогичные для  $I_2$ . Интеграл по спектру объемного плазмона легко находим, имея в виду, что  $\text{Im} \frac{1}{\varepsilon(\omega)} = \frac{\pi \omega_p \delta(\omega - \omega_p)}{2}$ . Далее рассчитаем интегралы по координатам плазмона и наконец представим сумму  $I_0 = I_1 + I_2$ , определяющую относительную интенсивность неупругого отражения без учета интерференции двух актов рассеяния быстрого электрона

$$I_0 = \frac{e^2 \omega_p}{4\pi \hbar (\kappa_i + \kappa_f)} \int d\mathbf{q} \frac{\theta(q_c - q)[q + 2(\kappa_i + \kappa_f)]}{(q + \kappa_i + \kappa_f)} \times \left\{ \frac{1}{[q + 2(\kappa_i + \kappa_f)]^2 v_z^2 + (\omega + \mathbf{q}\mathbf{v}_\rho)^2} + \frac{1}{[q + 2(\kappa_i + \kappa_f)]^2 v_z'^2 + (\omega + \mathbf{q}\mathbf{v}'_\rho)^2} \right\}, \quad (11)$$

здесь  $\kappa_i = \kappa_0 \sec(\alpha_i), \kappa_f = \kappa_0 \sec(\alpha_f)$ . Величина  $I_0$  содержит зависимость от углов падения и вылета. Такая угловая зависимость обусловлена влиянием поверхности на структуру электрического поля объемного плазмона (10). Если в формуле (11) обратить в нуль величину затухания волнового поля  $\kappa_0$  под знаком интеграла, оставив ее ненулевой в знаменателе предынтегрального множителя, то скомбинированное таким образом выражение для  $I_0$  не будет зависеть от полярных углов падения и вылета. Величина  $I_0 = \lambda_c / \lambda_{pl}$  будет представлять собой отношение интенсивностей неупругого и упругого отражения в безграничной среде. Именно к такому результату приводит классическое

описание транспорта в расчете отраженного тока электронов, потерявших энергию  $\hbar\omega_p, \lambda_{pl} = \frac{2a_B E}{\hbar\omega_p \log(q_c v / \omega_p)}$  есть длина пробега быстрого электрона по отношению к возбуждению объемного плазмона,  $\lambda_c = 1/(2\kappa_0)$  есть длина когерентности быстрого электрона в среде. Простое описание кинетики столкновений в рамках длин пробегов игнорирует влияние поверхностного канала генерации на объемный канал, а также не учитывает возможность наложения столкновений друг на друга. Подобное описание электронного транспорта характерно для работ [12,13] и многих других работ, в которых в качестве параметров кинетики используются различные длины пробега. Результаты этих работ не могут претендовать на достоверность, поскольку в них исключается возможность интерференции столкновений.

#### 4. Интерференция упругого и неупругого столкновений быстрого электрона

Выражение для волновой функции (1) представляет собой сумму двух слагаемых, отличающихся друг от друга порядком столкновений быстрого электрона. Обозначим эти два слагаемых следующим образом:

$$\Psi_2(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \Psi_a(\mathbf{k}, \mathbf{r}) + \Psi_b(\mathbf{k}, \mathbf{r}). \quad (12)$$

Интерференция столкновений отвечает ток неупругого отражения

$$\mathbf{J}_{1\leftrightarrow 2} = \frac{i\hbar}{2m} \int d\rho \left[ \Psi_a(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \nabla \Psi_b^*(\mathbf{k}, \mathbf{r}) - \Psi_a^*(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \nabla \Psi_b(\mathbf{k}, \mathbf{r}) + \Psi_b(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \nabla \Psi_a^*(\mathbf{k}, \mathbf{r}) - \Psi_b^*(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \nabla \Psi_a(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \right] \Big|_{z=0}. \quad (13)$$

Выполнив необходимые вычисления с использованием формул (1), (7) и (8), получим выражение для отношения интерференционного тока неупругого отражения к току упругого отражения (5)

$$I_{1\leftrightarrow 2} = \frac{d\mathbf{J}_{1\leftrightarrow 2}}{d\Omega'} / \frac{d\mathbf{J}_{el}}{d\Omega'} = \frac{m^2 (\kappa_i + \kappa_f)}{\pi^3 \hbar^4 k^2 \cos(\alpha_i) \cos(\alpha_f)} \times \text{Re} \int d\omega \int d\mathbf{q} \int_0^\infty dz'_1 \int_0^\infty dz_2 \times \frac{\text{Im } D(q, \omega, z'_1, z_2)}{2(\kappa_i + \kappa_f) + i \left[ \omega \left( \frac{1}{v_z} + \frac{1}{v_z'} \right) + \mathbf{q} \left( \frac{\mathbf{v}_\rho}{v_z} + \frac{\mathbf{v}'_\rho}{v_z'} \right) \right]} \times \left\{ \theta(z_2 - z'_1) \exp \left[ -2(\kappa_i + \kappa_f) z_2 - i \frac{(\omega + \mathbf{q}\mathbf{v}'_\rho)(z_2 - z'_1)}{v_z'} \right] + \theta(z'_1 - z_2) \right. \\ \left. \times \exp \left[ -2(\kappa_i + \kappa_f) z'_1 - i \frac{(\omega + \mathbf{q}\mathbf{v}_\rho)(z'_1 - z_2)}{v_z} \right] \right\}. \quad (14)$$

В результате вычисления интегралов по спектру и координатам плазмона получим выражение для фактора

$$I_{1\rightleftharpoons 2} = \frac{d\mathbf{J}_{1\rightleftharpoons 2}}{d\Omega'} / \frac{d\mathbf{J}_{el}}{d\Omega'}$$

$$I_{1\rightleftharpoons 2} = \frac{\hbar\omega_p}{4\pi a_B E \cos(\alpha_i) \cos(\alpha_f)} \operatorname{Re} \int d\mathbf{q} \frac{\theta(q_c - q)}{(q + \kappa_i + \kappa_f)}$$

$$\times \frac{1}{\left\{ 2(\kappa_i + \kappa_f) + i \left[ \omega_p \left( \frac{1}{v_z} + \frac{1}{v'_z} \right) + \mathbf{q} \left( \frac{\mathbf{v}_\rho}{v_z} + \frac{\mathbf{v}'_\rho}{v'_z} \right) \right] \right\}}$$

$$\times \left[ \frac{1}{q + 2(\kappa_i + \kappa_f) + i \frac{(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}_\rho)}{v_z}} + \frac{1}{q + 2(\kappa_i + \kappa_f) + i \frac{(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}'_\rho)}{v'_z}} \right]. \quad (15)$$

Полное выражение для расчета интенсивности неупругого отражения быстрого электрона от неупорядоченной среды с резкой границей приведено в Приложении. Чтобы его получить, нужно сложить (11) и (15). Полученная при этом сумма  $I$  зависит от шести параметров, три из которых представляют собой углы:  $\alpha_i$ ,  $\alpha_f$  — падения и вылета и  $\phi_p$  — азимутальный угол между векторами  $\mathbf{v}_\rho$  и  $\mathbf{v}'_\rho$ , а остальные:  $b = \frac{\kappa_0 v}{\omega_p}$ ,  $p = \frac{q_c v}{\omega_p}$ ,  $g = \frac{e^2}{\hbar v}$ .

## 5. Анализ результатов

Подынтегральное выражение в формулах (15) и (П.1) содержит условие интерференционного резонанса

$$\omega_p \left( \frac{1}{v_z} + \frac{1}{v'_z} \right) + \mathbf{q} \left( \frac{\mathbf{v}_\rho}{v_z} + \frac{\mathbf{v}'_\rho}{v'_z} \right) = 0, \quad (16)$$

суть которого состоит в равенстве фаз у перпендикулярных границе компонент электронных волн

$$\exp \left[ i \frac{(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}_\rho)(z - z')}{v_z} \right] \text{ и } \exp \left[ -i \frac{(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}'_\rho)(z - z')}{v'_z} \right],$$

формирующих амплитуды процессов с разной последовательностью столкновений. После интегрирования формулы (16) по углу между векторами  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{v}_\rho/v_z + \mathbf{v}'_\rho/v'_z$  получим, что интерференционный резонанс возможен в диапазоне волновых векторов  $\frac{\omega_p(1/v_z + 1/v'_z)}{|\mathbf{v}_\rho/v_z + \mathbf{v}'_\rho/v'_z|} \leq q \leq q_c$ .

Раскрывая последнее неравенство относительно азимутального угла  $\phi_p$ , найдем диапазон углов, в котором интерференционная поправка положительная и соот-

ветствует условиям выполнения законов сохранения в каждом акте столкновения

$$-\frac{\tan^2(\alpha_i) + \tan^2(\alpha_f)}{2 \tan(\alpha_i) \tan(\alpha_f)} + \frac{\omega_p^2}{q_c^2 v^2} \frac{[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)]^2}{2 \tan(\alpha_i) \tan(\alpha_f)} \leq \cos(\phi_p) \leq 1. \quad (17)$$

Вообще говоря, знак интерференционной поправки определяется знаком выражения  $Y$ , представляющего собой числитель подынтегральной функции в формуле (15)

$$Y = 4(\kappa_i + \kappa_f) [q + 2(\kappa_i + \kappa_f)]$$

$$\times \left\{ [q + 2(\kappa_i + \kappa_f)]^2 - \frac{(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}_\rho)(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}'_\rho)}{v_z v'_z} \right\}$$

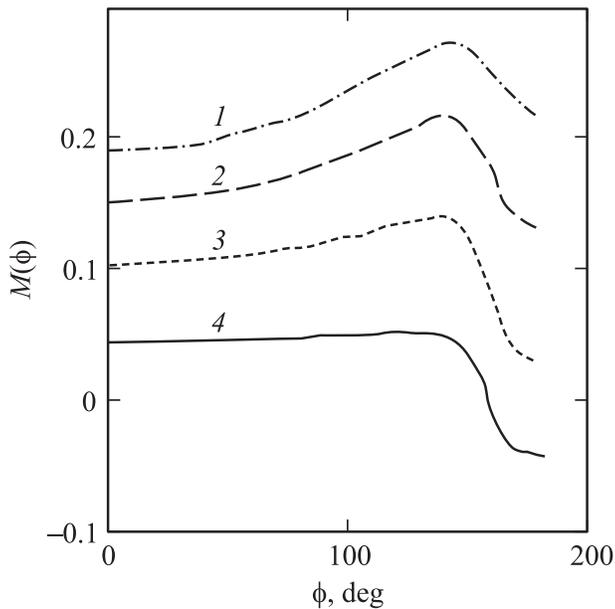
$$- \left[ \omega_p \left( \frac{1}{v_z} + \frac{1}{v'_z} \right) + \mathbf{q} \left( \frac{\mathbf{v}_\rho}{v_z} + \frac{\mathbf{v}'_\rho}{v'_z} \right) \right]^2$$

$$\times \left\{ q [q + 2(\kappa_i + \kappa_f)] + \frac{(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}_\rho)(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}'_\rho)}{v_z v'_z} \right\}. \quad (18)$$

Величина  $Y$  положительна и максимальна, когда  $(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}_\rho)/v_z = -(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}'_\rho)/v'_z$ , т.е. при выполнении условия интерференционного резонанса. Величина  $Y$  принимает минимальное значение, когда  $(\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}_\rho)/v_z = (\omega_p + \mathbf{q}\mathbf{v}'_\rho)/v'_z$ , т.е. когда противоположны фазы перпендикулярных границе компонент электронных волн, формирующих амплитуды двух сценариев процесса рассеяния. Это минимальное значение  $Y$  может быть положительным только при больших величинах затухания электронного волнового поля  $\kappa_0$ . При небольших значениях затухания  $b = \kappa_0 v / \omega_p$  знак интерференционной поправки в этом предельном случае фазового соотношения будет отрицательный. Смена знака интерференционной поправки (либо скачкообразная особенность с максимумом и последующим резким спадом) происходит около значения азимутального угла

$$\phi_{p0} \simeq \arccos \left\{ -\frac{\tan^2(\alpha_i) + \tan^2(\alpha_f)}{2 \tan(\alpha_i) \tan(\alpha_f)} + \frac{\omega_p^2}{q_c^2 v^2} \frac{[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)]^2}{2 \tan(\alpha_i) \tan(\alpha_f)} \right\},$$

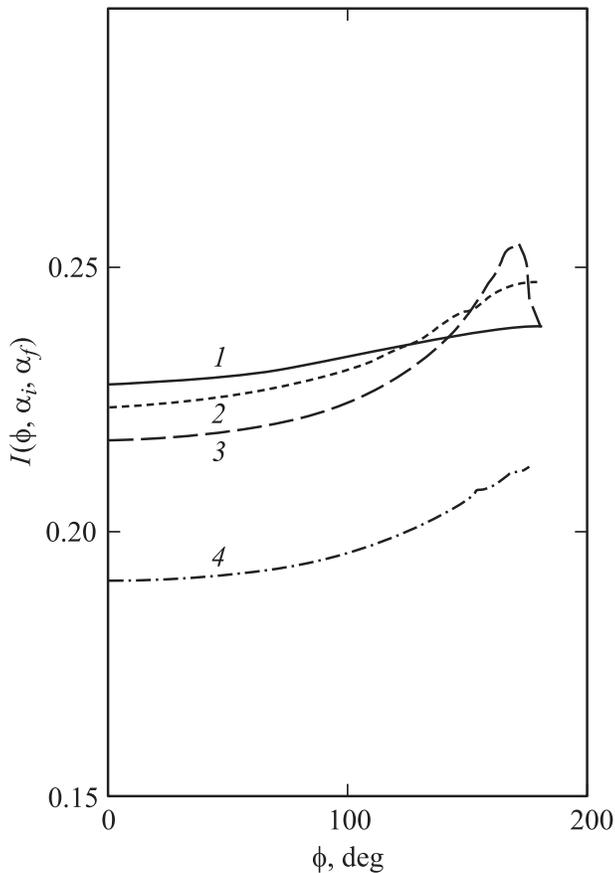
при этом при азимутальных углах  $0 < \phi_p < \phi_{p0}$  интерференционная поправка положительная, а в диапазоне углов  $\phi_{p0} < \phi_p < \pi$  интерференционная поправка скачкообразно уменьшается и может принимать отрицательные значения, т.е. интерференция амплитуд двух сценариев процесса рассеяния может иметь характер гашения интенсивности генерации объемного плазмона.



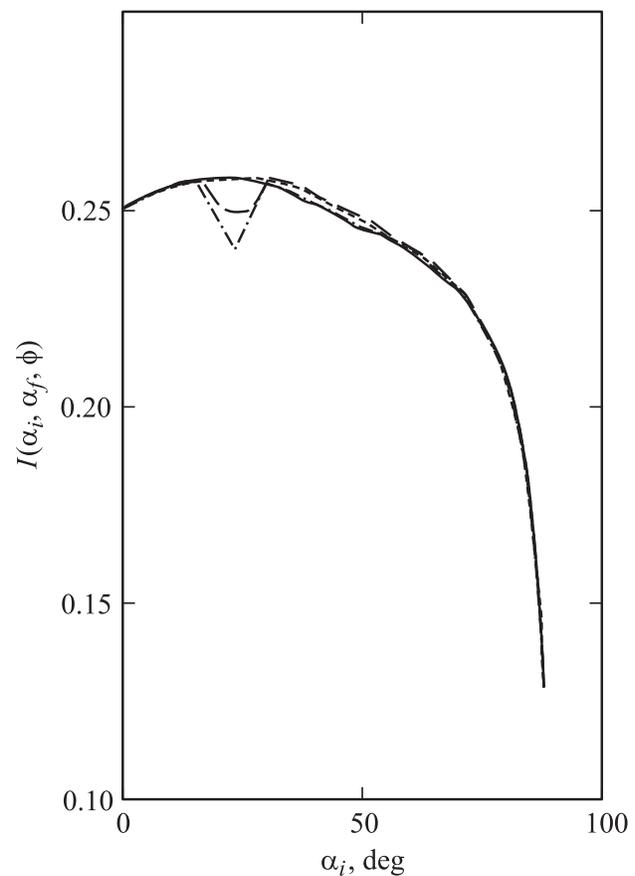
**Рис. 1.** Азимутально-угловая зависимость степени когерентности  $M(\phi)$ . Кривые 1–4 отличаются значением параметра степени неупорядоченности.  $b = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ . Углы падения и вылета равны 85 градусам.  $E = 400$  eV,  $\hbar\omega_p = 15$  eV.

Азимутально-угловая зависимость степени когерентности  $M(\phi_p) = \frac{I_{1\leftrightarrow 2}}{I_0 + I_{1\leftrightarrow 2}}$  для различных значений параметра неупорядоченности среды  $b$  представлена на рис. 1. Чем больше значения параметра  $b$ , тем более выраженной является угловая особенность зависимости  $M(\phi_p)$  и тем большие абсолютные значения имеет интерференционная составляющая интенсивности неупругого отражения.

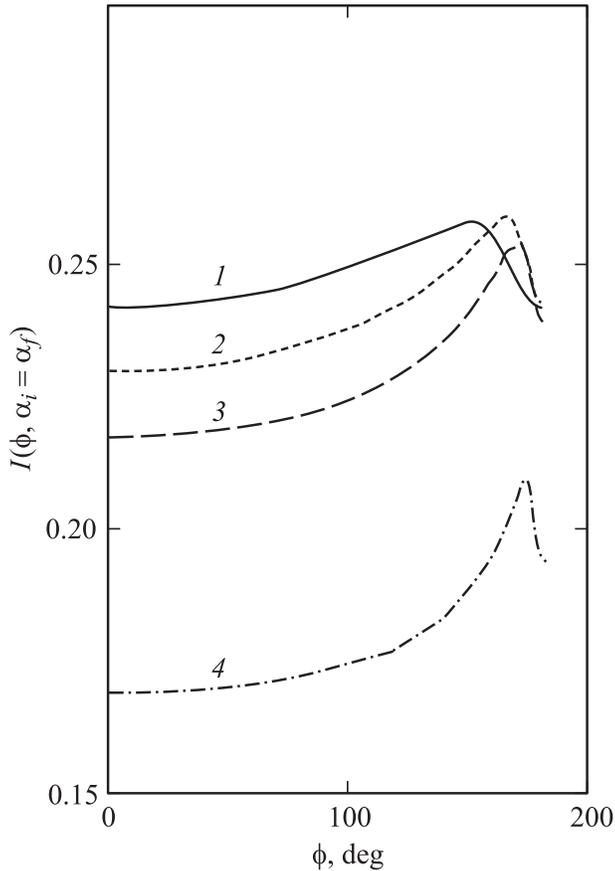
На рис. 2 приведены зависимости интенсивности неупругого отражения быстрых электронов  $I(\phi_p) = I_0 + I_{1\leftrightarrow 2}(\phi_p)$  от азимутального угла при фиксированном значении угла вылета  $\alpha_f$  и для нескольких значений угла падения  $\alpha_i$ . Из четырех кривых выделяется одна, соответствующая равенству углов падения и вылета. Максимум этой кривой приходится на значение  $\phi_p = \phi_{p0}$ , поскольку только для этой кривой азимутальные углы, прилегающие к  $\pi$ , соответствуют направлению точно назад. Из оставшихся трех кривых две соответствуют условию, при котором вылетающий электрон попадает на границу конуса телесных углов с раствором примерно 10–20 градусов относительно направления точно назад. На этих двух кривых прослеживается максимум при угле  $\phi_p = \pi$ . Для кривой с  $\alpha_i = 20^\circ$  и  $\alpha_f = 60^\circ$  зави-



**Рис. 2.** Зависимость интенсивности неупругого отражения  $I(\phi, \alpha_i, \alpha_f)$  от азимутального угла  $\phi$  при фиксированном угле вылета  $\alpha_f = 60^\circ$  и четырех значениях угла падения  $\alpha_i = 20, 40, 60$  и  $80^\circ$  (кривые 1–4).  $E = 5000$  eV.



**Рис. 3.** Зависимость интенсивности неупругого отражения  $I(\alpha_i, \alpha_f, \phi)$  от угла падения быстрого электрона  $\alpha_i$  при фиксированном значении угла  $\alpha_f = 22.5^\circ$  и для четырех значений азимутального угла  $\phi = 150, 160, 170$  и  $180^\circ$ .  $E = 5000$  eV.



**Рис. 4.** Интенсивность неупругого отражения электрона с потерей энергии  $\hbar\omega_p$  в зависимости от азимутального угла. Полярные углы падения и вылета равны. Кривым 1–4 соответствуют углы  $\alpha = 20, 40, 60$  и  $80^\circ$ . Расчетные положения угловых максимумов:  $\phi_{p0}(\alpha = 20^\circ) = 166.6^\circ$ ,  $\phi_{p0}(\alpha = 40^\circ) = 172.9^\circ$ ,  $\phi_{p0}(\alpha = 60^\circ) = 174.7^\circ$ ,  $\phi_{p0}(\alpha = 80^\circ) = 175.2^\circ$ .

симось от угла  $\phi_p$  практически отсутствует, поскольку вылетающий электрон не попадает в конус телесных углов, в котором имеют место особенности интерференции.

При условии интерференционного резонанса (16) отношение подынтегральных функций когерентной и некогерентной составляющих интенсивности имеет вид

$$\frac{dI_{1\leftrightarrow 2}}{dq} / \frac{dI_0}{dq} = \frac{[\cos(\alpha_i) + \cos(\alpha_f)]^2}{\cos^2(\alpha_i) + \cos^2(\alpha_f)}, \quad (19)$$

причем в зависимости от величины полярных углов может принимать значения от 1 до 2. В частности, отсюда следует, что явление интерференции столкновений наиболее значимо при условии равенства полярных углов падения и вылета. Этот факт четко прослеживается на представленном графике зависимостей  $I(\alpha_i)$  при фиксированных значениях углов  $\alpha_f$  и  $\phi_p$  (рис. 3). Угол вылета из мишени для всех четырех

кривых одинаковый и составляет 60 градусов относительно внешней нормали к поверхности. Азимутальный угол  $\phi_p$  составляет 150, 160, 170 и 180 градусов соответственно. Интерференционная особенность в угловом распределении интенсивности генерации объемного плазмона находится в достаточно широком диапазоне полярных углов падения (примерно 10 градусов) вокруг значения полярного угла вылета и в диапазоне азимутальных углов (также примерно, 10 градусов), примыкающих к направлению точно назад.

На рис. 4 представлены зависимости интенсивности неупругого отражения с потерей энергии  $\hbar\omega_p$  как функции азимутального угла при равенстве полярных углов падения и вылета (для четырех их значений). Из представленных кривых следует, что, хотя с ростом полярных углов величина полной интенсивности падает, в то же время возрастает относительный вклад интерференции по сравнению с вкладом некогерентной части интенсивности. Этот факт выражается в увеличении высоты азимутального максимума при значении  $\phi_p = \phi_{p0}$  с ростом полярных углов.

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1) Азимутально-угловая структура интенсивности генерации объемного плазмона в целом характерна для картины углового распределения слабой локализации. Особенность углового распределения расположена вблизи угла  $\phi = \phi_{p0} \lesssim \pi$ , а угловая ширина этой особенности составляет примерно  $10^\circ$ , что на 2 порядка превышает угловую ширину особенности для традиционной слабой локализации в упругом канале электронного отражения.

2) Оптимальное условие наблюдения рассматриваемого явления соответствует равенству полярных углов падения и вылета быстрого электрона.

3) Из сравнения настоящих результатов с результатами работы [14], в которой рассматривалась безграничная неупорядоченная среда, можно утверждать, что наличие поверхности усиливает проявление особенности в угловой структуре эффекта слабой локализации быстрого электрона в неупорядоченной среде в канале генерации объемного плазмона.

4) Постановка эксперимента по идентификации явления слабой локализации в канале объемной потери энергии при отражении быстрых электронов от среды должна содержать регистрацию вылетающих электронов в узком телесном угле, при этом плоскость падения пучка и плоскость вылета не должны совпадать друг с другом, как это обычно принято в абсолютном большинстве публикуемых экспериментов. Зависимость явления слабой локализации от угла между этими плоскостями и должна быть объектом целенаправленного поиска.

## Приложение

Выражение для отношения интенсивностей неупругого и упругого отражения тока быстрых электронов от неупорядоченной среды с резкой границей

$$\begin{aligned}
 I = & \frac{g}{4\pi b[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)]} \int_0^p dt \frac{t}{t + b[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)]} \\
 & \times \int_0^{2\pi} d\psi \left\{ \frac{t + 2b[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)]}{\cos^2(\alpha_i)[t + 2b[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)]]^2 + [1 + t \sin(\alpha_i) \cos(\psi)]^2} \right. \\
 & + \frac{t + 2b[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)]}{\cos^2(\alpha_f)[t + 2b[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)]]^2 + [1 + t \sin(\alpha_f) \cos(\psi)]^2} \\
 & + \frac{2}{\cos(\alpha_i) \cos(\alpha_f)} \operatorname{Re} \left\langle \left[ \frac{1}{t + 2b[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)] + i \sec(\alpha_i)[1 + t \sin(\alpha_i) \cos(\psi)]} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1}{t + 2b[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)] + i \sec(\alpha_f)[1 + t \sin(\alpha_f) \cos(\psi + \phi_p)]} \right] \right\rangle \\
 & \left. \times \frac{b[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)]}{2b[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f)] + i[\sec(\alpha_i) + \sec(\alpha_f) + t[\tan(\alpha_i) \cos(\psi) + \tan(\alpha_f) \cos(\psi + \phi_p)]]} \right\}.
 \end{aligned}$$

## Список литературы

- [1] R. Berkovits, M. Kaveh. Phys. Rev. B **37**, 584 (1988).
- [2] R. Berkovits, D. Eliyahu, M. Kaveh. Phys. Rev. B **41**, 407 (1990).
- [3] Е.Е. Городничев, С.Л. Дударев, Д.Б. Рогозкин. ЖЭТФ **96**, 847 (1989).
- [4] В.В. Румянцев. СОЖ **2**, 98 (1999).
- [5] Б.Н. Либенсон, К.Ю. Платонов, В.В. Румянцев. ЖЭТФ **101**, 614 (1992).
- [6] V.V. Rumyantsev, V.V. Doubov. Phys. Rev. B **49**, 8643 (1994).
- [7] E.V. Orlenko, V.V. Rumyantsev. J. Phys. Condens. Matter **7**, 3557 (1995).
- [8] В.В. Румянцев, Е.В. Орленко, Б.Н. Либенсон. ЖЭТФ **111**, 1001 (1997).
- [9] Б.Н. Либенсон. ФТГ **45**, 22 (2003).
- [10] E. Kanzierer, V. Freilikher. Phys. Rev. B **51**, 2759 (1995).
- [11] Е. Канцьер. ЖЭТФ **103**, 1800 (1993).
- [12] В.В. Макаров, В.П. Артемьев, С.И. Игонин, Н.Н. Петров. В сб.: Проблемы физической электроники. Л. (1986). С. 74.
- [13] Ю.Н. Крынько, П.В. Мельник, Н.Г. Находкин. ФТГ **22**, 1294 (1980).
- [14] Б.Н. Либенсон. ФТГ **40**, 1413 (1998).