

УДК 548 : 53 + 534.22

ПОТОК ЭНЕРГИИ ОБЪЕМНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

К. С. Александров, С. И. Бурков, Б. П. Сорокин

Рассмотрено влияние внешнего электрического поля на акустические свойства пьезоэлектрических кристаллов на примере $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$. На основе модифицированных уравнений Грина—Кристоффеля получены основные энергетические соотношения и выражение для лучевой скорости объемной акустической волны (ОАВ) в присутствии постоянного электрического поля \vec{E} , которые были применены для расчета на ЭВМ анизотропии указанных характеристик в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$. Исследованы особенности в поведении акустических характеристик в окрестности акустических осей, в частности явление внутренней конической рефракции в присутствии \vec{E} .

В результате проведенных ранее исследований нелинейных электро-механических свойств кубических пьезоэлектриков со структурой силленита были получены численные значения компонент материальных тензоров нелинейного пьезоэффекта, упругой и диэлектрической нелинейности, а также электрострикции [1, 2], что позволило на примере кристаллов со структурой силленита $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ получить сравнительно полную картину поведения во внешнем электрическом поле таких важных характеристик, как фазовые скорости объемных акустических волн. Однако полное решение акустической задачи может считаться законченным, если известны также энергетические соотношения и направления лучевых скоростей ОАВ в присутствии внешнего электрического поля \vec{E} . В данной работе получены основные энергетические соотношения и выражения для лучевых скоростей ОАВ, которые применены для расчета на ЭВМ этих характеристик с целью анализа их анизотропии. Особое внимание уделено направлениям, где возможна коническая рефракция, включая «наведенные» приложением \vec{E} акустические оси, имеющие конический тип вырождения.

Волновые уравнения, описывающие распространение волн малой амплитуды в однородно-деформированных средах с пьезоэффектом, записутся в виде [1]

$$\rho_0 \ddot{U}_A = \bar{\tau}_{AB, B} - \bar{D}_{N, N} = 0 \quad (1)$$

в исходной системе координат. Здесь предполагалось, что внешнее статическое воздействие таково, что можно пренебречь влиянием максвелловских напряжений и прямой электрострикционной деформацией среды. Для механически свободного образца уравнения состояния динамических компонент имеют вид [2]

$$\bar{\tau}_{AB} = C_{ABCD}^* \bar{\eta}_{CD} - e_{NAB}^* \bar{E}_N, \quad \bar{D}_N = e_{NCD}^* \bar{\eta}_{CD} + \epsilon_{NM}^* \bar{E}_M, \quad (2)$$

где эффективные упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические постоянные есть

$$\begin{aligned}
C_{ABCD}^* &= C_{ABCD}^E + (C_{ABCDQR}^E d_{SQR} - e_{SABCD}) M_S \bar{E}, \\
e_{NAB}^* &= e_{NAB} + (e_{NPQAB} d_{SPQ} + H_{SNAB}) M_S \bar{E}, \\
\varepsilon_{NM}^* &= \varepsilon_{NM}^\eta + (\varepsilon_{NMP}^\eta + H_{MNPQ} d_{PQR}) M_P \bar{E},
\end{aligned} \quad (3)$$

вектор \mathbf{M} — единичный вектор направления электрического поля. Умножая (1) на $\partial \bar{U}_i / \partial t$ и учитывая преобразование

$$\bar{U}_i(\xi, t) = \xi_{i,A}(X) \bar{U}_A(X, t), \quad (4)$$

где $\xi_{i,A}$ — градиенты деформации, получим дифференциальную форму уравнения баланса энергии

$$\partial W / \partial t + \text{div } \mathbf{P} = 0. \quad (5)$$

Плотность энергии W и вектор плотности энергии \mathbf{P} имеют вид

$$W = \frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{\partial \bar{U}_F}{\partial t} \right)^2 \bar{C}_{FN} \delta_{FN} + \frac{1}{2} C_{ABCD}^* \bar{\eta}_{AB} \bar{\eta}_{CD} + \varepsilon_{NM}^* \frac{\partial \varphi}{\partial X_N} \frac{\partial \varphi}{\partial X_M}, \quad (6)$$

$$P_K = -\bar{c}_{AK} \frac{\partial \bar{U}_I}{\partial t} \bar{C}_{AI} + \varphi \frac{\partial \bar{D}_K}{\partial t}, \quad (7)$$

$\bar{C}_{FN} = \delta_{FN} + 2\bar{\eta}_{FN}$ — тензор статических деформаций Грина. По определению, лучевая скорость есть отношение среднего по времени вектора плотности потока энергии к средней по времени плотности энергии

$$(v_g)_K = \bar{P}_K / W. \quad (8)$$

Подставляя в (6), (7) выражение для плоских монохроматических волн $\bar{U}_I, \varphi \sim \exp[i(k\omega t)]$ и учитывая, что средняя плотность энергии волн равна удвоенному значению средней плотности кинетической энергии (теорема вириала) [3, 4], получим выражение для лучевой скорости

$$\begin{aligned}
(v_g)_I &= \frac{1}{\rho_0 v} \left[C_{IJKL}^* N_K + \frac{(e_{AIJ}^* + e_{IJA}^*) N_A e_{PMR} N_P N_R}{\varepsilon_{FQ}^* N_F N_Q} - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\varepsilon_{IN}^* N_N (e_{PQL}^* N_P N_Q) (e_{SJT}^* N_S N_T)}{(\varepsilon_{FQ}^* N_F N_Q)^2} \right] \bar{U}_J \bar{C}_{BL} \bar{U}_B.
\end{aligned} \quad (9)$$

Оставляя в (9) только члены, линейные по \bar{E} , можно записать

$$(v_g)_A = \frac{1}{\rho_0 v} \left[C'_A + \frac{e'_A e^\pi}{\varepsilon^*} - \frac{e^\pi e^0 \varepsilon_{AM}^* N_M}{(\varepsilon^*)^2} \right], \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned}
C'_A &= (C_{ABCD}^* + 2C_{ABFD}^E d_{JFC} M_J \bar{E}) N_C \bar{U}_B \bar{U}_D, \quad e'_A = (e_{NAC}^* + e_{ACN}^*) N_N N_C, \\
e^\pi &= (e_{NDB}^* + 2e_{NDC}^E d_{JCB} M_J \bar{E}) N_D N_N \bar{U}_B, \quad e^0 = e_{NDB}^* N_N N_B \bar{U}_D, \quad \varepsilon^* = \varepsilon_{NM}^* N_N N_M.
\end{aligned}$$

Соотношение (10) использовано нами для численного расчета анизотропии $(v_g)_A$ при воздействии \bar{E} . Необходимые для расчета программы составлены на языке PL/I ОС ЕС, расчет производился на ЭВМ ЕС-1061 на основании данных по линейным и нелинейным электромеханическим свойствам, приведенным в [1, 2]. В наших модельных расчетах принято значение $\bar{E} = 10^8$ В/м.

На рис. 1, 2 изображены акустические характеристики кристалла $\text{Vi}_{12}\text{SiO}_{20}$ в плоскостях $(1\bar{1}0)$ и (110) при воздействии внешнего электрического поля \bar{E} ($\mathbf{M} \parallel [001]$): коэффициент управляемости $\alpha_v = (v(\bar{E}) - v(0)) / v(0) \Delta \bar{E}$, углы θ отклонения векторов поляризации от волновой нормали \mathbf{N} , углы γ отклонения потока энергии от \mathbf{N} . Ранее [4, 5] мы рассматривали уже влияние \bar{E} на акустическую ось, в частности в [4] было показано, что приложение \bar{E} вдоль направления $[001]$ вызывает расщеп-

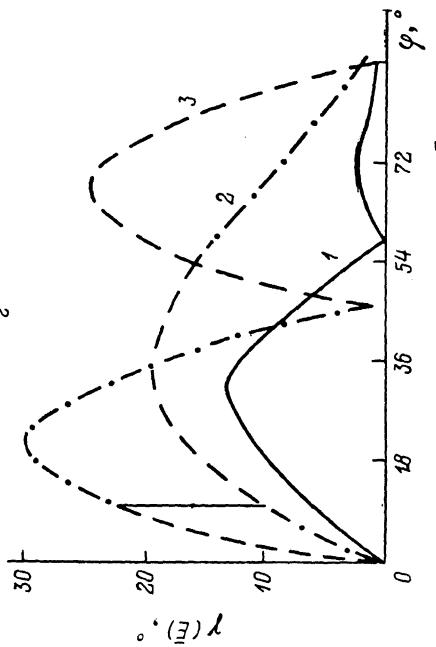
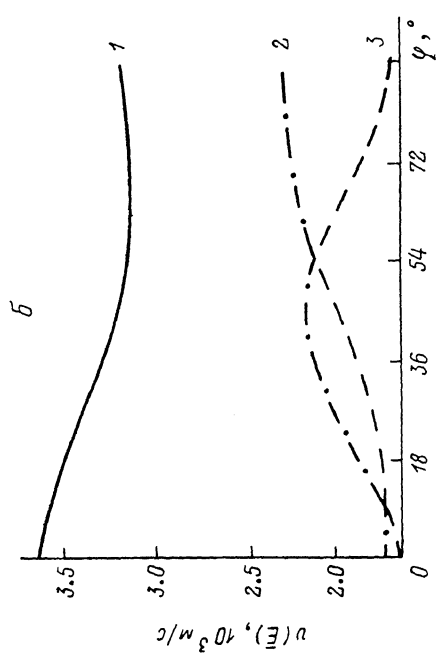
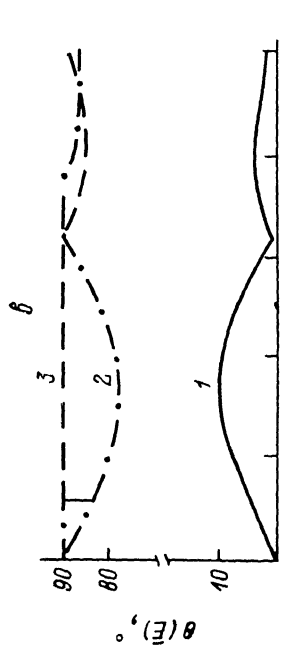
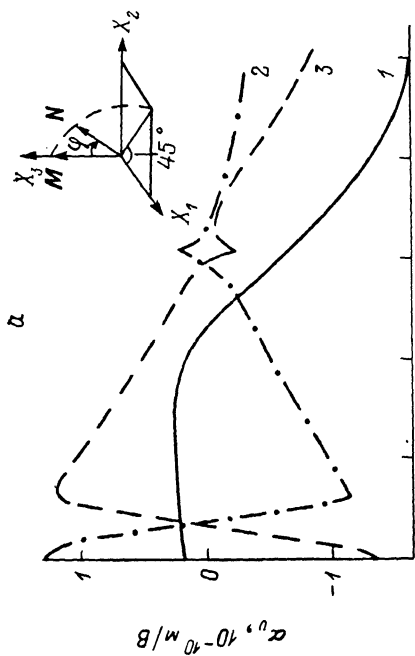


Рис. 1. Акустические характеристики кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ в присутствии \vec{E} ($M \parallel [001]$) в плоскости (110): коэффициенты управления α_v , (а), фазовые скорости ν_i , (б), углы отклонения векторов поляризации θ (в), углы отклонения потока энергии γ (д) (а).

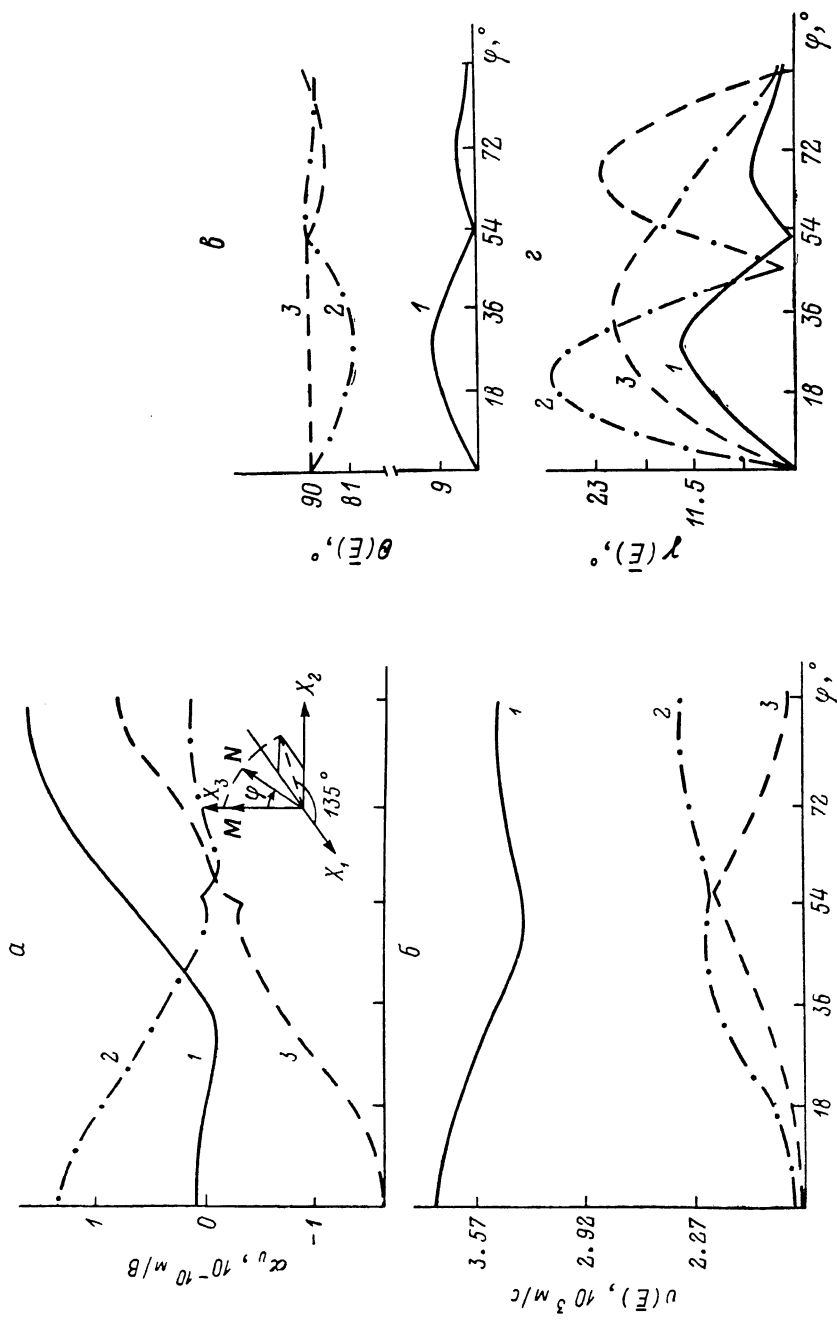


Рис. 2. Акустические характеристики кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ в присутствии \vec{E} ($M \parallel [001]$) в плоскости (110).
 Обозначения те же, что и на рис. 1.

ление акустической оси касательного типа с индексом Пуанкаре $n=1/2$ на две конического типа с индексами Пуанкаре $n=1/2$ каждая. Изменение распределения поляризаационных полей сдвиговых волн вызывает соответствующее изменение направления потока энергии этих волн (рис. 1). Там, приложение \vec{E} в любом направлении в интервале от $[001]$ до «наведенной» акустической оси вызывает резкое изменение направления потока энергии сдвиговых волн, тем больше, чем ближе направление N к «наведенной» оси, что может представлять определенный практический интерес для реализации устройств акустоэлектроники. Для сравнения на рис. 2 приведены аналогичные акустические характеристики этого же кристалла в плоскости (110) при той же ориентации поля. Как видно из этого рисунка, в данной плоскости нет «наведенной» акустической оси и соответственно нет и столь больших изменений направлений потока энергии сдвиговых волн. Также отметим, что в направлении $[110]$ плоскости $(1\bar{1}0)$ приложение \vec{E} вызывает поворот ортонормированной тройки векторов поляризации ОАВ вокруг вектора поляризации медленной сдвиговой волны, что влечет и изменение угла отклонения потока энергии ОАВ от волновой нормали, т. е. продольная и быстрая сдвиговая волны перестают быть чистыми модами (рис. 1, 2).

При распространении сдвиговых волн вдоль акустической оси наблюдается явление, связанное с неопределенностью поляризации сдвиговых волн, — внутрен-

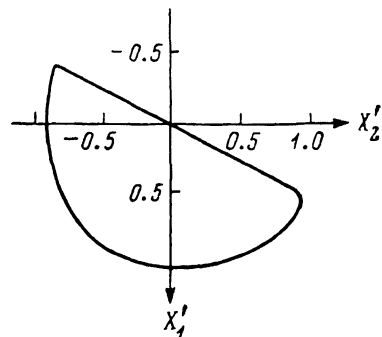


Рис. 3. Проекция вектора P_1 на плоскость $X'_1 X'_2$.

няя коническая рефракция (ВКР). Теория явления ВКР была рассмотрена в [6] и экспериментально проверена авторами [7]. Рассмотрим ВКР в кристалле $Bi_{12}SiO_{20}$ в «наведенной» акустической оси (рис. 1), для чего преобразуем систему координат таким образом, чтобы $X'_3 \parallel N$, а $X'_2 \parallel [1\bar{1}0]$. Вектор потока энергии (7) можно разложить на два вектора

$$P = P^x + P^y, \quad (11)$$

где P^x определен линейными свойствами кристалла, P^y — только членами, зависящими от \vec{E} . Далее каждый из векторов P^x и P^y также можно разложить на два

$$P^x = P^x_3 + P^x_1, \quad P^y = P^y_3 + P^y_1, \quad (12)$$

где

$$P^{x,y}_3 \leftrightarrow (0, 0, P^{x,y}_3), \quad |P^{x,y}_1| = \sqrt{(P^{x,y}_1)^2 + (P^{x,y}_2)^2}.$$

Длины векторов P^x_3 и P^y_3 при вращении вектора поляризации сдвиговой волны $U^{(2)}$ в плоскости, ортогональной к $U^{(1)}$, будут меняться в пределах

$$0 \leq |P^x| \leq v_2, \quad 0 \leq |P^y| \leq v_2, \quad (13)$$

где v_2 , v_3 — фазовые скорости сдвигов ОАВ при $\vec{E} = 0$; v_3 , v_2 — соответствующие «добавки» к v_3 при приложении \vec{E} к кристаллу. Суммарный вектор $P_3 = P^x_3 + P^y_3 = v_2 + v_2 = v_3 + v_3$, естественно, будет постоянен.

Раствор и ось конуса ВКР полностью определяются суммой векторов P^x_1 и P^y_1 , точнее, этот суммарный вектор будет описывать эллипс, так как плоскость $X'_1 X'_2$ параллельна плоскости основания конуса ВКР. Теоретический расчет ВКР весьма громоздок, особенно с учетом внешнего

электрического поля. Поэтому на ЭВМ был выполнен расчет вектора потока энергии при вращении вектора поляризации вырожденной волны в плоскости, ортогональной к U^1 — вектору поляризации продольной волны. Вектор поляризации вырожденной волны в направлении акустической оси в данном случае есть линейная комбинация векторов $U^{(2)}$ и $U^{(3)}$ [4]

$$U^{(2)} = U^{(2)} \cos \varphi + U^{(3)} \sin \varphi. \quad (14)$$

Ось конуса ВКР, определяемого вектором P^x , как показали расчеты, лежит в плоскости $X'_3 X'_1$ под углом 16.2° к волновой нормали. Отношение осей эллипса $b/a=0.54$, углы раствора конуса от оси $\delta_{\min} = \pm 6.27^\circ$, $\delta_{\max} = \pm 11.67^\circ$. Малая ось эллипса b направлена вдоль X'_1 . Отметим, что при повороте $U^{(2)}$ на угол φ вектор P^x поворачивается в плоскости на угол 2φ и в обратном направлении, т. е. в данном случае явление ВКР соответствует общему типу конической рефракции, когда направление $U^{(1)}$ не совпадает с волновой нормалью N [6]. Более сложную траекторию описывает вектор P^y .

На рис. 3 изображена линия, описываемая концом P^y в плоскости $X'_3 X'_1$ (вектор P^y нормирован). Как видно из рис. 3, в большинстве случаев $|P^y| > |P^x|$ и вектор P^y описывает первоначально эллипс, но на малой оси эллипса происходит поворот вектора P^y на 180° . Вращение P^y происходит в том же направлении, что и P^x . Суммирование векторов P^y и P^x дает окончательно конус ВКР, но, поскольку $|P^x| \gg |P^y|$, происходит незначительная деформация конуса ВКР. Ось конуса остается в плоскости $X'_3 X'_1$, но угол с волновой нормалью равен 16.4° , отношение $b/a=0.6$, $\delta_{\min} = \pm 6.9^\circ$, $\delta_{\max} = \pm 11.5^\circ$, ось эллипса b составляет с X'_1 угол $\sim 3^\circ$. Следует также отметить, что ввиду характерного поведения P^y возможна более высокая концентрация упругой энергии на одной из половин дуги эллипса ВКР.

В направлении $[111]$ (акустической оси невозмущенного кристалла) при $N \parallel M$ снятия вырождения не происходит. Следовательно, здесь также наблюдается явление ВКР, но влияние E приводит лишь к уменьшению раствора конуса ВКР на 0.6° . Конус ВКР остается круговым с осью вдоль $N \parallel [111]$.

Список литературы

- [1] Зайцева М. П., Кокорин Ю. И., Сандлер Ю. М., Зражевский В. М., Сорокин Б. П., Сысоев А. М. Нелинейные электромеханические свойства ацентричных кристаллов. Новосибирск: Наука, 1986. 177 с.
- [2] Сорокин Б. П., Кокорин Ю. И., Четвергов Н. А., Александров К. С. // Препринт ИФ СО АН СССР № 230Ф. Красноярск, 1983. 64 с.
- [3] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. М.: Наука, 1962. 203 с.
- [4] Бурков С. И., Сорокин Б. П., Кокорин Ю. И., Александров К. С. // Препринт ИФ СО АН СССР № 438Ф. Красноярск, 1987. 44 с.
- [5] Сорокин Б. П., Кокорин Ю. И., Бурков С. И., Александров К. С. // Кристаллография. 1986. Т. 31. № 4. С. 706—709.
- [6] Хаткевич А. Р. // Кристаллография. 1962. Т. 7. № 6. С. 916—921.
- [7] Александров К. С., Рыжова Т. В. // Кристаллография. 1964. Т. 9. № 3. С. 373—376.

Красноярский
государственный университет
Красноярск

Поступило в Редакцию
17 мая 1989 г.