1989 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 31, в. 11
1989 SOLID STATE PHYSICS Vol. 31, N 11

УДК 538.945

МИКРОСКОПИЧЕСКИЙ ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ГИНЗБУРГА—ЛАНДАУ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ХАББАРДА

Р. О. Зайцев

Вычисляются времена релаксации с переворотом τ_s и без переворота спина, которые входят в определение коэффициентов теории Гинзбурга—Ландау. Установлена связь температурной зависимости $1/\tau_s$ с большими наблюдаемыми значениями $2\Delta_0/T_c$, $\Delta C/C_N$, а также $H'_{c2}(T_c)$.

Отсутствие изотопического эффекта и весьма резкая зависимость температуры сверхпроводящего перехода T_c от степени нестехиометрии δ и x — основные свойства высокотемпературных сверхпроводников типа $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ и $La_{2-x}Sr_xCuO_4$. Эти свойства были успешно объяснены в рамках так называемого кинематического механизма [1, 2], для которого амплитуда рассеяния меняет знак сразу на всей поверхности Ферми.

Другие свойства, отличающие высокотемпературные сверхпроводники от обычных, — большие значения

$$\frac{2\Delta_0}{T_c} > \frac{2\pi}{\gamma} \approx 3.53, \quad \frac{\Delta C}{C_N} > \frac{12}{7\zeta(3)} \approx 1.426; \quad \frac{\partial H_{c2}}{\partial T}\bigg|_{T=T_c} = H'_{c2}(T_c), \tag{1}$$

по сравнению с теориями БКШ и ГЛАГ удается объяснить наличием сильного рассеяния с переворотом спина.

В работе [3] показано, что это явление сильно уменьшает, но не зануляет температуру сверхпроводящего перехода, поскольку соответствующая скорость релаксации $1/\tau_s$ обращается в нуль в пределе $T \ll \Delta_0$. В работе [4] было показано, что в модели Хаббарда с бесконечным отталкиванием все коэффициенты теории Гинзбурга—Ландау начинают зависеть от безразмерного параметра $\zeta = 1/2\pi T\tau_s$, отчего и возникают неуниверсальные изменения величин (1).

В настоящей работе кинематический механизм изучается на основе модельного гамильтониана Эмери

$$\hat{H} = -t \sum_{\mathbf{r},\mathbf{r}',\lambda,\sigma} (\hat{p}^+_{\mathbf{r}\sigma}(\lambda)\,\hat{d}_{\mathbf{r}'\sigma} + \text{h. c.}) + \varepsilon_p \sum_{\mathbf{r},\sigma,\lambda} \hat{p}^+_{\mathbf{r}\sigma}(\lambda)\,\hat{p}_{\mathbf{r}\sigma}(\lambda) + \xi \sum_{\mathbf{r},\sigma} \hat{d}^+_{\mathbf{r}\sigma} d_{\mathbf{r}\sigma}, \tag{2}$$

где t — интеграл перескока между ближайшими ионами кислорода и меди; $\hat{p}^+_{\mathbf{r}\sigma}(\lambda)$, $\hat{d}^+_{\mathbf{r}\sigma}$ — операторы рождения дырочных p- и d-возбуждений с одночастичной энергией ε_p и ξ, которые отсчитаны от уровня Ферми.

Несмотря на достаточно сложный характер промежуточных вычислений, дело сводится, во-первых, к нахождению спектра одночастичных возбуждений ξ_p, через который находим плотность электронных состояний $\bar{\rho}$ и тензор обратной электронной массы, вычисленный на уровне Ферми

$$\bar{\rho} = \sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi_{\mathbf{p}}), \quad \frac{1}{m_{\alpha\beta}} = \sum_{\mathbf{p}} \delta(\xi_{\mathbf{p}}) \frac{\partial\xi}{\partial p_\alpha} \frac{\partial\xi}{\partial p_\beta} \frac{D}{2\mu\bar{\rho}}. \tag{3}$$

Во-вторых, необходимо вычислить времена релаксации с переворотом τ_s и без переворота спина τ, через которые выражаются все три коэффициента теории Гинзбурга—Ландау (α, b, C).

Было показано [4], что эти последние соотношения — те же, что и в теории сверхпроводников с парамагнитными примесями, и отличаются от них только температурной зависимостью τ и τ_s. В металлической фазе, где магнитная проницаемость почти не зависит от температуры, обратное время релаксации $1/\tau_s$ пропорционально первой степени T, — фактически эта связь есть следствие ФДТ. При заполнении p- и d-подзон восприимчивость приобретает сильную температурную зависимость, что приводит к резкому уменьшению τ_s и подавлению сверхпроводимости (в пределе $x \to 0$ и $\delta \to 1/2$).

В заключительном разделе будут рассмотрены количественные соотношения, которые следуют из теории Гинзбурга—Ландау в предположении о линейной температурной зависимости скорости релаксации $1/\tau_s$.

1. Общие соотношения

Для нахождения нормальной и аномальной собственно-энергетической части запишем общее определение обратной функции Грина

$$G^{-1} = [G^{(0)}]^{-1} - \Sigma_\omega(\boldsymbol{p}),$$

где

$$[G_\omega^{(0)}(\mathbf{p})]^{-1} = \begin{array}{c} \\ (0,\ +) \\ (-,\ 2) \\ (0,\ p_\lambda) \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} (0,\ +) & (-,\ 2) & (0,\ \boldsymbol{p}_k) \end{array} \\ \begin{pmatrix} \Omega_0, & 0, & -\tau_{\mathbf{p}}^{0k} \\ 0, & \Omega_2, & -\tau_{\mathbf{p}}^{2k} \\ -\tau_{\mathbf{p}}^{\lambda 0}, & -\tau_{\mathbf{p}}^{\lambda 2}, & \Omega_p \delta_{\lambda k} \end{pmatrix} \end{array}.$$

Собственно-энергетическая часть выражается через точную функцию Грина с помощью уравнений однопетлевого приближения

$$\Sigma_\omega^{\alpha\beta}(\mathbf{p}) = T \sum_{\omega',\, \mathbf{p}',\, \gamma,\, \beta'} K_{\omega-\omega'}^{\alpha\beta'}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')\, G_{\omega'}^{\gamma\beta'}(\mathbf{p}')\, t_{\mathbf{p}'}^{\alpha\gamma} t_{\mathbf{p}}^{\beta'\beta}. \tag{4}$$

Аномальные собственно-энергетические части $\Sigma^{\alpha\bar\beta}$ и $\Sigma^{\bar\alpha\beta}$ имеют индексы $\bar\alpha$ и $\bar\beta$, связанные с α и β операцией инверсии времени $(0,\ \sigma) \to (\bar\sigma,\ 0)$; $(\bar\sigma,\ 2) \to (2,\ \sigma)$; $(0,\ p_\sigma) \to (p_{\bar\sigma},\ 0)$

$$\Sigma_\omega^{\alpha\bar\beta}(\mathbf{p}) = \check{\Sigma}_\omega^{\alpha\beta}(\mathbf{p}) = T \sum_{\omega',\, \mathbf{p}',\, \gamma,\, \beta'} K_{\omega-\omega'}^{\alpha\hat\beta}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')\, G_\omega^{\gamma\bar\beta'}(\mathbf{p}')\, t_{\mathbf{p}'}^{\alpha\gamma} t_{\mathbf{p}}^{\bar\beta'\beta}. \tag{5}$$

Уравнения для $\Sigma^{\bar\alpha\bar\beta}$ и $\Sigma^{\bar\alpha\beta}$ отличаются от (4), (5) формальной заменой $\bar\alpha \rightleftarrows \alpha$, $\bar\beta \rightleftarrows \beta$ и т. д.

Корреляторы $K^{\alpha\beta}$ и $K^{\alpha\bar\beta}$ запишем в узельном представлении

$$K^{\alpha\beta}(\mathbf{r},\ t;\ \mathbf{r}',\ t') = \left\langle \delta\left\{\hat X_{\mathbf{r}}^{\alpha} \hat X_{\mathbf{r}}^{-\alpha}\right\}_t \delta\left\{\hat X_{\mathbf{r}'}^{\beta} \hat X_{\mathbf{r}'}^{-\beta}\right\}_{t'} \right\rangle,$$

$$K_\omega^{\alpha\beta}(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{r}} \int_0^{1/T} e^{i\omega t - i\mathbf{q}\mathbf{r}} K^{\alpha\beta}(\mathbf{r},\ t;\ 0,\ 0)\, dt. \tag{6}$$

Уравнения (4)—(6) определяют собственно-энергетические части, обусловленные флюктуациями заряда и диагональными компонентами спина. Наряду с этими флюктуациями имеется также вклад от поперечных спиновых компонент, куда входят функции Грина с противоположными проекциями спина $G_\omega^{\tilde\alpha\bar\beta}(\mathbf{p})$. При этом в уравнениях (5) вместо $K^{\alpha\beta}$ появляются корреляторы

$$K^{\tilde\alpha\bar\beta}(\mathbf{r},\ t;\ \mathbf{r}',\ t'), = \left\langle \delta\left\{\hat X_{\mathbf{r}}^{\alpha},\ \hat X_{\mathbf{r}}^{\tilde\alpha}\right\}_t \delta\left\{\hat X_{\mathbf{r}'}^{\beta} \hat X_{\mathbf{r}'}^{\bar\beta}\right\}_{t'} \right\rangle. \tag{7}$$

Не зависящие от импульсов аномальные собственно-энергетические части определяются амплитудами кинематического взаимодействия $g_{\alpha\beta\lambda\nu}$ и в однопетлевом приближении определяются следующим образом:

$$\Delta_{\alpha\beta} = T \sum_{\omega,\,\mathbf{p}} g_{\alpha\beta\lambda\nu} t_{\mathbf{p}'}^{-\lambda,\,\lambda'} G_{\omega}^{\lambda',\,-\nu}(\mathbf{p}'). \tag{8}$$

В изучаемой модели $t_{\mathbf{p}}^{\alpha\beta}$ отлична от нуля только для переходов между различными ионами, так что собственно-энергетические части (4), (5) являются недиагональными как по главным, так и по сопряженным индексам.

Предположим, что энергия Хаббарда велика, а заполнение происходит за счет верхней подзоны, тогда получаем следующее общее определение обратной функции Грина:

$$G_{\omega}^{-1}(\mathbf{p}) = \begin{array}{c|cccc} & 2 & \nu & \bar{2} & \bar{\nu} \\ \hline 2 & \Omega_2; & -\tau_p^{2\nu} - \Sigma_{\omega}^{2\nu}(\mathbf{p}); & \Delta_{\lambda}; & -\tilde{\Sigma}_{\omega}^{2\nu}(\mathbf{p}) \\ \lambda & -\tau_{\mathbf{p}}^{\lambda 2} - \Sigma_{\omega}^{\lambda 2}(\mathbf{p}); & \delta_{\lambda\nu}\Omega_p; & -\tilde{\Sigma}_{\omega}^{\lambda 2}(\mathbf{p}); & \Delta_p\delta_{\lambda\nu} \\ \bar{2} & \Delta_2; & -\tilde{\Sigma}_{\omega}^{2\nu}(\mathbf{p}); & \tilde{\Omega}_2; & -\tau_{\mathbf{p}}^{\bar{2}\bar{\nu}} - \Sigma_{\omega}^{\bar{2}\bar{\nu}}(\mathbf{p}) \\ \bar{\lambda} & -\tilde{\Sigma}_{\omega}^{\lambda 2}(\mathbf{p}); & \Delta_p\delta_{\lambda\nu}; & -\tau_{\mathbf{p}}^{\bar{\lambda}\bar{2}} - \Sigma_{\omega}^{\bar{\lambda}\bar{2}}(\mathbf{p}); & \tilde{\Omega}_p\delta_{\bar{\lambda}\bar{\nu}} \end{array}. \tag{9}$$

Температурная зависимость собственно-энергетических частей определяется через корреляторы (6), (7), которые в статическом приближении пропорциональны среднеквадратичным флюктуациям плотности $\delta\hat{n}_r(t)$ и спина $\delta\hat{S}_r(t)$.

В статическом приближении имеем

$$\Sigma_{\omega}^{2\lambda}(\mathbf{p}) = \frac{K_{\omega}^{(2)}(\mathbf{p})}{f_2^2}\tau_{\mathbf{p}}^{2\lambda}; \quad \Sigma_{\omega}^{\lambda 2}(\mathbf{p}) = \frac{K_{\omega}^{(\lambda)}(\mathbf{p})}{Df_p^2}\tau_{\mathbf{p}}^{\lambda 2}, \tag{10}$$

$$\tilde{\Sigma}_{\omega}^{2\lambda}(\mathbf{p}) = \frac{R_{\omega}^{(2)}(\mathbf{p})}{f_2^2}\tau_{\mathbf{p}}^{2\lambda}, \quad \tilde{\Sigma}_{\omega}^{\lambda 2}(\mathbf{p}) = \frac{R_{\omega}^{(\lambda)}(\mathbf{p})}{Df_p^2}\tau_{\mathbf{p}}^{\lambda 2}. \tag{11}$$

Уравнения для неизвестных функций K и R запишем через корреляционные функции флюктуаций плотности и спина

$$K^{(2)}(\mathbf{p}) = T\sum_{\mathbf{p}',\,\lambda'} \chi_d^{(+)}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')\,\tau_{\mathbf{p}'}^{2\lambda'} G_{\omega}^{\lambda' 2}(\mathbf{p}'),$$

$$K^{(\lambda)}(\mathbf{p}) = T\sum_{\mathbf{p}',\,\lambda'} \chi_p^{(+)}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')\,\tau_{\mathbf{p}'}^{\lambda' 2} G_{\omega}^{2\lambda'}(\mathbf{p}'), \tag{12}$$

$$R^{(2)}(\mathbf{p}) = T\sum_{\mathbf{p}',\,\lambda'} \chi_d^{(-)}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')\,\tau_{\mathbf{p}'}^{2\lambda'} G_{\omega}^{\lambda' 2}(\mathbf{p}'),$$

$$R^{(\lambda)}(\mathbf{p}) = T\sum_{\mathbf{p}',\,\lambda'} \chi_p^{(-)}(\mathbf{p}-\mathbf{p}')\,\tau_{\mathbf{p}'}^{\lambda' 2} G_{\omega}^{2\lambda}(\mathbf{p}'), \tag{13}$$

$$f_2\Delta_2 = 2T\sum_{\omega,\,\mathbf{p},\,\lambda} \tau_{\mathbf{p}}^{2\lambda} G_{\omega}^{\lambda 2}(\mathbf{p}), \quad \Delta_{\lambda} = \frac{2T}{Df_p}\sum_{\omega,\,\mathbf{p},\,\lambda} \tau_{\mathbf{p}}^{\lambda 2} G_{\omega}^{2\lambda}(\mathbf{p}). \tag{14}$$

Корреляционные функции $\chi_{\lambda}^{\pm}(q)$ определяются своим узельным представлением

$$\chi_{\lambda}^{(\pm)}(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{r}} \int_0^{1/T} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \left\{ \pm\frac{1}{4}\langle \delta\hat{n}_{\mathbf{r}}^{(\lambda)}(t)\,\delta\hat{n}_0^{(\lambda)}(0)\rangle + \langle \delta\hat{\mathbf{S}}_{\mathbf{r}}^{(\lambda)}(t)\,\delta\hat{\mathbf{S}}_0^{(\lambda)}(0)\rangle \right\} dt, \tag{15}$$

$$f_p = 1 - \frac{3}{4}n_p, \quad f_2 = \frac{n_d}{2}, \quad D \text{ — размерность},$$

$$\tau_p^{2\lambda} = f_2\left(1 - e^{ip_{\lambda}}\right), \quad \tau_p^{\lambda 2} = f_p\left(1 - e^{-ip_{\lambda}}\right).$$

2. Сверхпроводимость в слабом магнитном поле

Для нахождения плотности электрического тока в линейном приближении по статическому векторному потенциалу A_α сразу рассмотрим мейсснеровскую часть, которая формируется только из аномальных функций Грина.

Доказательство взаимного сокращения слагаемых нормальной части вполне аналогично тому, как это сделано в модели Хаббарда [4]

$$j_\alpha = -T \sum_{\omega, \mathbf{p}} Q_\omega^{\alpha\beta}(\mathbf{p}) A_\beta = -Q_{\alpha\beta} A_\beta,$$

$$Q_\omega^{\alpha\beta}(\mathbf{p}) = 2e^2 \left[\frac{\partial t_{\mathbf{p}}^{2\lambda}}{\partial p_\alpha} \check{D}_\omega^{\lambda\bar{2}}(\mathbf{p}) \frac{\partial t_{\mathbf{p}}^{\bar{2}\bar{\nu}}}{\partial p_\beta} \check{D}_\omega^{\bar{2}2}(\mathbf{p}) + \frac{\partial t_{\mathbf{p}}^{2\lambda}}{\partial p_\alpha} \check{D}_\omega^{\lambda\bar{\lambda}}(\mathbf{p}) \frac{\partial t_{\mathbf{p}}^{\bar{\lambda}\bar{2}}}{\partial p_\beta} \check{D}_\omega^{\bar{2}2}(\mathbf{p}) + \right.$$
$$\left. + \frac{\partial t_{\mathbf{p}}^{\lambda 2}}{\partial p_\alpha} \check{D}_\omega^{2\bar{\lambda}}(\mathbf{p}) \frac{\partial t_{\mathbf{p}}^{\bar{\lambda}\bar{2}}}{\partial p_\beta} D_\omega^{\bar{2}\bar{\lambda}}(\mathbf{p}) + \frac{\partial t_{\mathbf{p}}^{\lambda 2}}{\partial p_\alpha} \check{D}_\omega^{2\bar{2}}(\mathbf{p}) \frac{\partial t_{\mathbf{p}}^{\bar{2}\bar{\lambda}}}{\partial p_\beta} \check{D}_\omega^{\bar{\lambda}\lambda}(\mathbf{p}) \right]. \tag{16}$$

Здесь $\check{D}_\omega^{\alpha\beta}(\mathbf{p})$ — полная аномальная функция Грина, отличающаяся от виртуальной функции Грина $\check{G}_\omega^{\alpha\beta}(\mathbf{p})$ матрицей концевых множителей $D_\omega^{\alpha\beta}(\mathbf{p}) = D_\omega^{\alpha\alpha'}(\mathbf{p}) K_\omega^{\alpha'\beta}$, где в нашем приближении

$$K_\omega^{\alpha\beta} = -\frac{\delta}{\delta t_{\mathbf{p}}^{\mu\beta}} [G_\omega^{-1}(\mathbf{p})]^{\alpha\mu}. \tag{17}$$

Непосредственное вычисление производных (17) по заданной обратной функции (9) позволяет получить общее выражение для плотности сверхпроводящего тока. В предельном случае $T=0$, когда отсутствуют эффекты релаксации, $\check{\Sigma}_\omega(\mathbf{p})=0$, выражение (16) приводится к известному общему виду

$$Q_{\alpha\beta} = 4e^2 \mu \bar{\rho} / D m_{\alpha\beta}, \tag{18}$$

где тензор обратной массы определен в (3).

Вблизи точки перехода необходимо разложить $\check{D}$-функцию по степеням Δ_λ и $\check{\Sigma}$, после чего получим соотношения, аналогичные теории сверхпроводников с парамагнитными примесями [5], но с временами релаксации, зависящими от температуры

$$j_\alpha = -\frac{2e^2}{m_{\alpha\beta}} |\psi|^2 A_\beta, \quad \text{где} \quad |\psi|^2 = C |\Delta|^2,$$
$$\Delta = (\Delta_p \xi_2 - \Delta_2 \bar{\varepsilon}_p)/2\mu, \quad \xi_2 = \xi + U,$$
$$C = \frac{\mu\bar{\rho}}{D(2\pi T_c)^2} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[\frac{\psi\left(\zeta + \frac{1}{2}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4\pi T_c \tau}\right)}{(\zeta - 1/4\pi T_c \tau)} \right]. \tag{19}$$

Времена релаксации определены при $T = T_c$ следующим образом:

$$\frac{1}{2\tau} = \left(\frac{K_2}{f_2^2} + \frac{K_p}{D f_p^2} \right) \pi \left(\frac{\xi_2 \bar{\varepsilon}_p}{2\mu} \right)^2,$$
$$\frac{1}{\tau_s} = \left(\frac{\check{K}_2}{f_2^2} + \frac{\check{K}_p}{D f_p^2} \right) \pi \left(\frac{\xi_2 \bar{\varepsilon}_p}{2\mu} \right)^2. \tag{20}$$

Здесь

$$K_n = T \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta(\xi_{\mathbf{p}}) \delta(\xi_{\mathbf{p}'}) \chi_n^{(+)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') (\bar{\rho})^{-1},$$
$$\check{K}_n = T \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'} \delta(\xi_{\mathbf{p}}) \delta(\xi_{\mathbf{p}'}) \chi_n(\mathbf{p} - \mathbf{p}') (\bar{\rho})^{-1}. \tag{21}$$

Функции $\chi_{n\mathbf{q}}^{(\pm)}$ определены в (15), а

$$\chi_n(\mathbf{q}) = \sum_{\mathbf{r}} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} \int_0^{1/T} e^{i\omega t} \langle \delta \hat{S}_{\mathbf{r}}^{(n)}(t)\, \delta \hat{S}_0^{(n)}(0) \rangle \tag{22}$$

— статическая магнитная проницаемость при $\omega \to 0$.

В атомном пределе восприимчивость $\chi \sim 1/T$, так что обратное время релаксации $1/\tau_s$ оказывается не зависящим от температуры.

Для модели Хаббарда восприимчивость (22) была вычислена в работе [4]. При этом оказалось, что для металлической области вся температурная зависимость в (22) входит через безразмерную величину T/t, так что восприимчивость (22) практически от температуры не зависит.

Аналогичная ситуация имеет место и в изучаемой модели для нецелых средних чисел заполнения n_p, n_d. Сильная температурная зависимость проявляется только на линии $n_d=1$, $0 \leqslant n_p \leqslant 1$ и, в частности, для $n_{p,d}=1$, когда $n_d \to 1$ и полностью заполняется нижняя подзона Хаббарда.

Предельному случаю $\chi \sim 1/T$ точно соответствует теория сверхпроводников с парамагнитной примесью [5]. Если же $1/\tau_s \sim T$, тогда в трехмерном случае имеется соответствие с теорией [6] для частного случая сферического закона дисперсии.

Ниже будет рассмотрен наиболее интересный и достаточно общий случай, когда закон дисперсии произволен, однако $1/\tau_s \sim T$.

3. Уравнения Гинзбурга—Ландау

Для нахождения коэффициентов уравнений Гинзбурга—Ландау необходимо произвести разложение уравнений (10)—(14) по степеням отношения малых аномальных собственно-энергетических частей к температуре сверхпроводящего перехода при заданных значениях корреляторов $\chi_n^{(\pm)}(\mathbf{q})$, которые считаются вычисленными при $T=T_c$. Можно заметить, что фактически разложение производится по степеням $\tilde{\Delta}/\tilde{\omega}$, где

$$\tilde{\omega} = \omega + \frac{1}{2\tau}, \quad \tilde{\Delta} = \left[W_\omega + \Omega_2\Omega_p\left(\frac{\check{K}_2}{f_2^2} + \frac{\check{K}_p}{Df_p^2}\right)\right]\Big/2\mu, \tag{23}$$

$W_\omega = \Omega_2\Delta_p + \Omega_p\Delta_2$; $\check{K}_\lambda$ — функции (13), усредненные по поверхности Ферми (см. определение (21)).

После введения функции $\Delta = \lim\limits_{\omega\to 0} W_\omega/2\mu$ получаем уравнение Гинзбурга—Ландау $\tilde{\alpha}(T-T_c)\Delta + \tilde{b}\Delta^3 = 0$, где

$$\tilde{\alpha} = 1 + \frac{\partial \zeta}{\partial(\ln T_c)}\psi'\left(\frac{1}{2}+\zeta\right), \quad \zeta = 1/2\pi T_c\tau_s,$$

$$2\tilde{b} = \pi T^2 \sum_{\omega} |\omega| \, (|\omega| + 1/\tau_s)^{-4}. \tag{24}$$

Учитывая связь между функцией $|\psi|^2$ и $|\Delta|^2$, находим коэффициенты в уравнении Гинзбурга—Ландау

$$a = \bar{\rho}\tilde{\alpha}/2CT_c = \bar{\rho}\left[1 + \frac{\partial\zeta}{\partial(\ln T_c)}\psi'\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)\right]\Big/2CT_c,$$

$$b = \bar{\rho}\left[-\psi''\left(\frac{1}{2}+\zeta\right) - \frac{\zeta}{3}\psi'''\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)\right]\Big/32(\pi CT_c)^2. \tag{25}$$

Если считать, что $1/\tau_s$ не зависит от температуры, тогда при $\zeta \gg 1$ получаем теорию Горькова—Элиашберга [7].

Нестационарную часть уравнений получаем разложением линеаризованного уравнения по степеням суммарной частоты. Окончательно имеем

$$\beta\partial\psi^* + \alpha(T - T_c)\psi^* - \frac{1}{4m_{\alpha\beta}}\partial_\alpha\partial_\beta\psi^* + b|\psi|^2\psi^* = 0.$$

$$\beta = \bar{\rho}\psi'\left(\frac{1}{2} + \zeta\right)\Big/ 8\pi C T_c^2; \quad \partial = \frac{\partial}{\partial t} - \frac{2ie}{\hbar}\varphi; \quad \partial_\alpha = \nabla_\alpha + \frac{2ie}{c}A_\alpha. \tag{26}$$

4. Обсуждение результатов

Перенормировка эффективной константы взаимодействия, происходящая от рассеяния с переворотом спина при $T = T_c$, существенно уменьшает температуру сверхпроводящего перехода

$$\pi T_c = \gamma\bar{\varepsilon}\exp(-1/\lambda),$$

где

$$\lambda^{-1} = \lambda_0^{-1} + \psi\left(\frac{1}{2} + \zeta\right) - \psi\left(\frac{1}{2}\right), \qquad \psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x). \tag{27}$$

λ_0 — эффективная константа взаимодействия, определяющая величину энергетической щели Δ_0 при $T \ll T_c$, когда исчезает рассеяние с переворотом спина

$$\Delta_0 = \bar{\varepsilon}\exp(-1/\lambda_0). \tag{28}$$

Комбинируя (27) и (28), находим

$$2\Delta_0/T_c = 8\pi\exp[\psi(^1/_2 + \zeta)]. \tag{29}$$

При $\zeta \gg 1$ зависимость (29) становится линейной $2\Delta_0/T_c = 8\pi\zeta$.

Другой величиной, зависящей от ζ, но не содержащей длины пробега, является скачок теплоемкости ΔC, отнесенный к теплоемкости нормальной фазы $C_N = 2\pi^2\bar{\rho}T_c/3$.

Используя функционал Гинзбурга—Ландау, соответствующий уравнению (26), находим

$$\frac{\Delta C}{C_N} = \frac{3a^2}{2\pi^2 b\bar{\rho}} = 24\,\frac{\left[1 + \frac{\partial\zeta}{\partial(\ln T_c)}\psi'\left(\frac{1}{2} + \zeta\right)\right]^2}{\left[-\psi''\left(\frac{1}{2} + \zeta\right) - \frac{\zeta}{3}\psi'''\left(\frac{1}{2} + \zeta\right)\right]}. \tag{30}$$

При заданной зависимости $\zeta(T)$ соотношения (29) и (30) определяют параметрическую связь между скачком теплоемкости и величиной $2\Delta_0/T_c$, которую можно проверять экспериментально.

Для сверхпроводников с парамагнитной примесью, когда $\zeta \sim 1/T$, при $\zeta \gg 1$ имеем $\Delta C/C_N = {}^1/_2\zeta^2 \ll 1$. Если же предположить, что параметр ζ, а следовательно, и магнитная восприимчивость от температуры не зависят, тогда скачок теплоемкости всегда больше своего классического значения $1.43C_N$, а в пределе $\zeta \gg 1$ вместо (30) имеем квадратичную зависимость $\Delta C/C_N \approx 72\zeta^2$.

Используя выражение (19) для плотности сверхпроводящего тока, а также явный вид коэффициентов a, b и C, находим тензорные величины, соответствующие радиусу корреляции $\xi(T)$ и глубине проникновения δ

$$\xi_{\lambda\gamma}^2 = \hbar^2/4m_{\gamma\lambda}a|T - T_c|, \qquad \delta_{\gamma\lambda}^2 = bm_{\gamma\lambda}/8\pi e^2 a|T_c - T|. \tag{31}$$

В пределе «сильной грязи», когда $1/\tau \gg T_c$,

$$C = \mu\bar{\rho}\tau\psi'(^1/_2 + \zeta)/\pi D T_c, \tag{32}$$

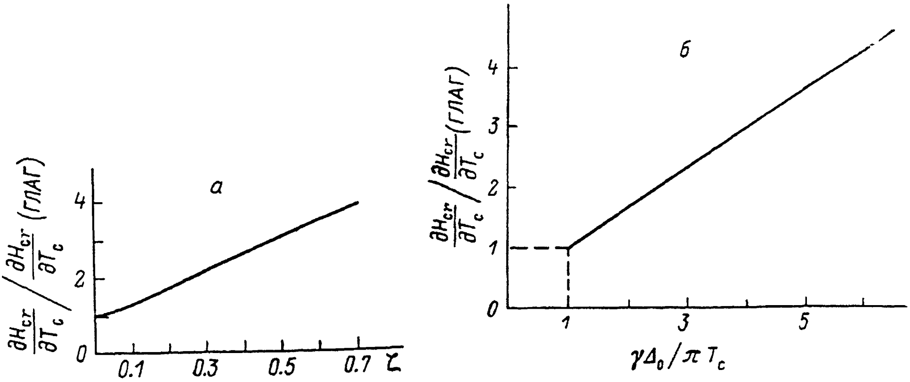
квадрат глубины проникновения пропорционален, а квадрат радиуса корреляции обратно пропорционален тензору удельного сопротивления

$$\rho_{\lambda\gamma} = Dm_{\lambda\gamma}/4\tau\mu\bar{\rho}e^2. \tag{33}$$

В конечном счете оказывается, что безразмерный тензор $\varkappa_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta}\xi^{-1}_{\alpha\beta}$ не зависит от производной $\zeta'(T)$, пропорционален тензору $\rho_{\alpha\beta}$ и является медленно убывающей функцией параметра ζ

$$\varkappa_{\alpha\beta} = \rho_{\alpha\beta}\,|e|\,c\sqrt{\bar{\rho}}\left\{\left[\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+{}^1/_2)}{(n+{}^1/_2+\zeta)^4\cdot 4\pi}\right]^{1/2}\left[\psi'\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)\right]^{-1}\right\}. \tag{34}$$

При $\zeta=0$ коэффициент в фигурных скобках равен $\sqrt{7\zeta(3)}/\pi^2=0.294$, при $\zeta \gg 1$ его значение несколько меньше $(=1/\sqrt{24}=0.204)$.



Относительное изменение температурного наклона по сравнению с теорией сверхпроводников II рода в зависимости от безразмерного параметра ζ (*а*) и относительное изменение температурного наклона при $T \to T_c$ в зависимости от безразмерной величины $2\Delta_0/T$.

В заключение выразим наклон второго критического поля через изотропную часть удельного сопротивления ρ, плотность состояний $\bar{\rho}$ и параметр ζ

$$-H'_{cr}(T_c) = \frac{4\pi\,|e|\,c\bar{\rho}\rho\left[1+\frac{\partial\zeta}{\partial(\ln T_c)}\,\psi'\left(\frac{1}{2}+\zeta\right)\right]}{\psi'({}^1/_2+\zeta)}. \tag{35}$$

Если $\zeta \sim 1/T$, тогда (35) есть убывающая функция ζ; при $\zeta \gg 1$ имеем

$$-H'_{cr}(T_c) = 4\pi\,|e|\,c\bar{\rho}\rho/12\zeta. \tag{36}$$

Если ζ не зависит от температуры, тогда с увеличением ζ температурный наклон критического поля возрастает, что соответствует уменьшению радиуса корреляции. В пределе $\zeta \gg 1$ имеем линейную зависимость

$$-H'_{cr}(T_c) = 8\pi\,|e|\,c\rho\bar{\rho}\zeta \tag{37}$$

(см. рисунок), где при условии $\zeta'(T)=0$ выявляется зависимость наклона критического поля от безразмерной величины $2\Delta_0/T_c$, взятой из (27).

Список литературы

[1] Зайцев Р. О., Иванов В. А. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 8. С. 2554—2557.
[2] Зайцев Р. О., Иванов В. А., Михайлова Ю. В. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 11. С. 3507—3510.
[3] Зайцев Р. О., Иванов В. А. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 10. С. 3111—3119.
[4] Зайцев Р. О. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 6. С. 1631—1640.
[5] Абрикосов А. А., Горьков Л. П. // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. № 12. С. 1781—1796.
[6] Горьков Л. П., Мелик-Бархударов Т. К. // ЖЭТФ. 1968. Т. 40. № 5. С. 1452—1458.
[7] Горьков Л. П., Элиашберг Г. М. // ЖЭТФ. 1961. Т. 54. № 2. С. 612—626.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова
Москва

Поступило в Редакцию
17 апреля 1989 г.