УДК 538.958

ЭКСИТОННОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В ДВУМЕРНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЕ

Л. И. Коровин, С. Т. Павлов, Б. Э. Эшпулатов

Исследовано экситонное комбинационное рассеяние света с частотой, соответствующей области фундаментального поглощения, в двумерной электронной системе. Проанализированы частотные и угловые зависимости сечения рассеяния света для различных поляризаций возбуждающего и рассеянного света. Приведены результаты численных оценок для гетероструктур GaAs/AlGaAs.

В последние годы возрос интерес к явлениям, обусловленным электронными свойствами двумерных систем [1]. Такие системы реализуются в приповерхностном слое полупроводника (инверсионном или обогащения) в структуре металл—диэлектрик—полупроводник, в двойных гетероструктурах, содержащих слой узкозонного полупроводника (квантовая яма), а также в размерно-квантованных полупроводниковых пленках.

Как было показано [2, 3], в таких системах образуются квазидвумерные экситоны Ванье—Мотта с энергией связи, значительно большей, нежели в массивном образце, и увеличивающейся с уменьшением толщины структуры. В [4-6] экспериментально исследована люминесценция экситонов Ванье—Мотта в гетероструктурах GaAs—$Al_xGa_{1-x}As$. Оценки энергии связи экситонов, образованных легкой или тяжелой дырками и электронами зоны проводимости одного и того же слоя, свидетельствуют о квазидвумерном характере экситонных состояний (по результатам экспериментов [5, 6]). Большинство опубликованных за последние годы теоретических [2, 3, 7, 8] и экспериментальных [9, 10] работ посвящено изучению различных аспектов физики квазидвумерных экситонов.

Недавние теоретические [11, 12] и экспериментальные [13-15] исследования показали, что комбинационное рассеяние света (КРС) дает полезную информацию о физических свойствах квазидвумерных экситонов. Дополнительно к информации о положении и ширине линий экситонных переходов [13]: спектры КРС уникальны в своей чувствительности к степени локализации экситонов. Методом КРС было впервые обнаружено существование делокализованных экситонных состояний, образованных несвязанными в квантовой яме GaAs состояниями электронов и дырок [14]. Показано, что делокализованные экситоны являются хорошо определенными состояниями с неоднородным уширением 6—14 мэВ и что энергия связи экситона больше 2 мэВ. Наблюдалось рассеяние делокализованных экситонов в состояния связанных квазидвумерных экситонов вследствие взаимодействия с LO-фононами. С помощью резонансного КРС в гетероструктурах с квантовыми ямами GaAs/AlGaAs исследованы оптические колебательные моды тонкой (~100 Å) пластины GaAs. Свет падает вдоль оси гетероструктуры, рассеянный свет распространяется перпендикулярно этой оси. Исследование поляризации рассеянного света показывает, что колебательные моды тонкой пластины отличаются от объемных фононных мод: поперечные колебания в пластине существуют на частоте объемного LO-фонона в GaAs, а продольные моды пластины — на частоте объемного

ТО-фонона. Эксперимент указывает также на существование дополнительных процессов деформационного электрон-фононного рассеяния, которые являются прямым следствием понижения симметрии в слоистой системе [15].

В настоящей работе исследуется процесс рассеяния квантовой ямой света с частотой, соответствующей области фундаментального поглощения. Рассеяние света сопровождается возбуждением двумерных экситонных состояний с последующими переходами между экситонными или размерно-квантованными состояниями и излучением вторичного света. Получены частотные зависимости сечения рассеяния, условия резонансного усиления линий в зависимости от частоты падающего излучения, а также вклады различных переходов в величину эффекта. Анализируются зависимости сечения рассеяния от углов рассеяния при различных поляризациях вторичного излучения.

1. Постановка задачи

Рассмотрим модель тройной гетероструктуры, состоящей из центрального слоя узкозонного полупроводника, в котором локализован экситон Ванье—Мотта, и двух широкозонных слоев (диэлектриков). Расчет проводится в приближении бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной ямы. Двумерность экситонов обеспечивается неравенством

$$L \ll a_0 = \varepsilon_2^2 \hbar^2/\mu e^2,$$

где a_0 — радиус двумерного экситона, e — заряд электрона, μ — приведенная эффективная масса, L — толщина узкозонного слоя, ε_2 — его диэлектрическая проницаемость. В рассматриваемом приближении волновая функция и энергия экситона имеют вид [8]

$$\psi(r, \varphi, z_c, z_v) = (2/L)\sin(\pi n_c z_c/L)\sin(\pi n_v z_v/L)\,\Phi_{N,\,m}(r, \varphi), \tag{1}$$

$$E = E_g + E_{0c}n_c^2 + E_{0v}n_v^2 - G\,(N + {}^1/_2)^{-2}, \tag{2}$$

$$E_{0c(v)} = (\pi\hbar)^2/2L^2 m_{c(v)}, \quad G = \mu e^4/2\hbar^2\varepsilon_2^2, \tag{3}$$

$$\Phi_{Nm}(r, \varphi) = (2\pi)^{-1/2}\exp(im\varphi)\,R_{Nm}(r), \tag{4}$$

$$R_{Nm}(r) = \frac{2}{(N+1/2)\,a_0}\left[\frac{(N+|m|)\,!}{(2N+1)\,(N-|m|)\,!}\right]^{1/2}\left[\frac{2r}{(N+1/2)\,a_0}\right]^{|m|}\times$$
$$\times\frac{1}{(2|m|)\,!}\exp\left[-\frac{r}{(N+1/2)\,a_0}\right]F\left(-N+|m|,\ 2|m|+1,\ \frac{2r}{(N+1/2)\,a_0}\right). \tag{5}$$

Здесь r, φ — координаты относительного положения электрона и дырки в плоскости xy; $N=0,\ 1,\ 2 \ldots$ — главное, m ($m \leqslant N$) — азимутальное квантовые числа; $m_{c\,(v)}$ — эффективная масса электрона (дырки); E_g — ширина запрещенной зоны; $n_{c\,(v)}$ — целое число, нумерующее уровни размерного квантования в зоне c (v); F (x, y, z) — вырожденная гипергеометрическая функция.

Соответствующие выражения для волновой функции и энергии экситона в области непрерывного спектра имеют вид

$$\Phi_{k,m}(r, \varphi) = (\pi S_0)^{-1/2}\exp(im\varphi)\,R_{km}(r), \tag{6}$$

$$E = E_g + E_{0c}n_c^2 + E_{0v}n_v^2 + \hbar^2k^2/2\mu, \tag{7}$$

где

$$R_{km}(r) = \frac{(2kr)^{|m|}}{(2|m|)\,!}\left|\Gamma\left(|m| + \frac{1}{2} + \frac{i}{ka_0}\right)\right|\times \tag{8}$$

$$\times\, e^{-ikr}e^{\pi/2ka_0}F\left(\frac{i}{ka_0} + \frac{1}{2} + |m|,\ 2|m|+1,\ 2ikr\right). \tag{8}$$

Здесь S_0 — нормировочная площадь, k — непрерывное квантовое число, Γ (x) — гамма-функция.

Оси системы координат направлены вдоль осей симметрии 4-го порядка кубического кристалла. Узкозонный слой располагается перпендикулярно оси z в интервале $0 \leqslant z \leqslant L$. Остальное пространство предполагается заполненным диэлектриком (либо широкозонным полупроводником) с диэлектрической проницаемостью ε_1. Пусть возбуждающий свет частоты ω_l с волновым вектором $\varkappa_l$ падает со стороны отрицательных z под углом θ_l к оси $(-z)$. Ориентация плоскости падения относительно оси x произвольна и характеризуется углом φ_l. Поскольку частота ω_l соответствует частоте фундаментального поглощения узкозонного слоя, отражение от задней границы $z=L$ не учитывается. Из узкозонного слоя в область диэлектрика (для определенности рассматривается рассеяние в область $z < 0$) испускается рассеянный свет частоты ω_s, волновой вектор которого $\varkappa_s$ образует угол θ_s с осью $(-z)$, а его проекция на плоскость xy $\varkappa_{s\parallel}$ — угол φ_s с осью x.

2. Тензор рассеяния

Общее выражение для сечения рассеяния в случае систем, содержащих двумерный электронный газ, приведено в [16].[1] Оно имеет вид

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega_s dO} = 8S_0\varepsilon_1 \cos\theta_s \sum_{\alpha\alpha'}\sum_{\beta\beta'}\sum_{\gamma\gamma'} e^*_{s\alpha} e_{s\alpha'} g_{\alpha\beta} g_{\alpha'\beta'} S_{\beta'\gamma'\beta\gamma} f_\gamma f_{\gamma'} e^*_{l\gamma} e_{l\gamma'}, \tag{9}$$

$f_\gamma \equiv f_\gamma(\theta_l)$ есть коэффициенты Френеля падающей волны

$$f_x = 2X(\theta_l)\,\varepsilon_1\sqrt{\bar\varepsilon},\quad f_y = 2Y(\theta_l)\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_l,\quad f_z = 2X(\theta_l)\,\varepsilon_1^{3/2}\cos\theta_l,\quad \bar\varepsilon = \bar\varepsilon(\theta_l). \tag{10}$$

Матрица $g_{\alpha\beta}$ зависит от углов рассеяния θ_s и φ_s, ее компоненты равны

$$\begin{gathered}
g_{xx} = [\sqrt{\varepsilon_1\bar\varepsilon}\cos\theta_s\cos^2\varphi_s + (Y(\theta_s)/X(\theta_s))\sin^2 f_s]\,X(\theta_s),\\
g_{xy} = g_{yx} = \sin\varphi_s\cos\varphi_s\,(\sqrt{\varepsilon_1\bar\varepsilon}\cos\theta_s - Y(\theta_s)/X(\theta_s))\,X(\theta_s),\\
g_{yy} = [\sqrt{\varepsilon_1\bar\varepsilon}\cos\theta_s\sin^2\varphi_s + (Y(\theta_s)/X(\theta_s))\cos^2\varphi_s]\,X(\theta_s),\\
g_{xz} = -\varepsilon_1\sin\theta_s\cos\theta_s\cos\varphi_s X(\theta_s),\quad g_{yz} = -\varepsilon_1\sin\theta_s\cos\theta_s\sin\varphi_s X(\theta_s),\\
g_{zx} = \sqrt{\varepsilon_1\bar\varepsilon}\sin\theta_s\cos\varphi_s X(\theta_s),\quad g_{zy} = \sqrt{\varepsilon_1\bar\varepsilon}\sin\theta_s\sin\varphi_s X(\theta_s),\\
g_{zz} = -\varepsilon_1\sin^2\theta_s X(\theta_s),
\end{gathered} \tag{11}$$

$e_{s\alpha}$, $e_{l\alpha}$ есть проекции ортов полей рассеянной и падающей волн соответственно на координатные оси. В формулах (10) и (11) введены функции

$$\begin{gathered}
X(\theta) = (\varepsilon_2\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta + \varepsilon_1\sqrt{\bar\varepsilon})^{-1},\quad Y(\theta) = (\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta + \sqrt{\bar\varepsilon})^{-1},\\
\bar\varepsilon \equiv \bar\varepsilon(\theta) = \varepsilon_2 - \varepsilon_1\sin^2\theta.
\end{gathered} \tag{12}$$

В (10) входит $\bar\varepsilon(\theta_l)$, в (12) — $\bar\varepsilon(\theta_s)$.

Тензор рассеяния 4-го ранга $S_{\beta'\gamma'\beta\gamma}$ определяется механизмами рассеяния света. Ниже рассматривается следующий процесс: квант возбуждающего света поглощается с рождением двумерного экситона в виртуальном состоянии a дискретного или непрерывного спектра на одном из размерно квантованных уровней. Далее, испуская квант вторичного излучения, экситон переходит в реальное состояние f. При низких температурах (заполненная v-зона и пустая c-зона) и в пренебрежении другими механизмами взаимодействия (фононным, примесным) тензор рассеяния равен

$$S_{\beta'\gamma'\beta\gamma}(\omega_l,\ \omega_s) = \frac{\omega_s\omega_l}{c^4}\sum_f \left(A^{f0}_{\beta\gamma}(\omega_l)\right)^* A^{f0}_{\beta'\gamma'}(\omega_l)\,\delta(\omega_s - \omega_l - E_f/\hbar), \tag{13}$$

где

$$A^{f0}_{\beta\gamma}(\omega_l) = -\frac{i}{\omega_l}\sum_a j^{fa}_\beta j^{a0}_\gamma / (\hbar\omega_l - E_a). \tag{14}$$

---

[1] В формулах (51) и (53) работы [16] комбинация проекций ортов $e_{s\alpha}$ записана неправильно. Вместо $\Sigma_\alpha |e_{s\alpha}|^2 g_{\alpha\beta} g_{\alpha\gamma}\ldots$ должно стоять либо $\Sigma_{\alpha\alpha'} e^*_{s\alpha} e_{s\alpha'} g_{\alpha\beta} g_{\alpha'\gamma}$ либо $\Sigma_\alpha g_{\alpha\beta} g_{\alpha\gamma}$.

Здесь c — скорость света в вакууме; $E_{a\,(f)}$ — энергия промежуточного (конечного) состояния, отсчитанная от энергии основного состояния; j_β^{fa} — матричный элемент оператора плотности тока, соответствующий внутризонным переходам с испусканием кванта вторичного излучения $\hbar\omega_s$; j_α^{a0} — матричный элемент оператора плотности тока, соответствующий межзонным переходам с поглощением кванта возбуждающего света $\hbar\omega_l$. В выражении (14) оставлены только резонансные члены.

Матричный элемент оператора плотности тока, соответствующий межзонному разрешенному переходу из основного состояния в экситонное состояние с дискретным спектром, вычисляется с помощью функции (1) и равен

$$j_\alpha^{a0} = (e/m_0)\, p_{cv}^\alpha \Phi_{N',\, m'}(0)\, \delta_{m'\, 0}\delta_{n_c'\, n_v'}. \tag{15}$$

Здесь p_{cv}^α — α-компонента межзонного элемента оператора импульса; m_0 — масса свободного электрона; $a=(N', m', n_c', n_v')$; индексом «0» обозначается кристалл в основном состоянии. Матричные элементы оператора плотности тока, соответствующие внутризонным переходам между экситонными состояниями дискретного спектра без изменения квантового числа размерного квантования, определяются выражениями ($f=(N, m, n_c, n_v)$)

$$j_x^{fa} = \frac{iea_0}{2\hbar}(E_a - E_f)\left(R_{N'm'}^{Nm}\delta_{m,\, m'+1} + R_{N'm'}^{Nm}\delta_{m,\, m'-1}\right)\delta_{n_c\, n_c'}\delta_{n_v\, n_v'}, \tag{16}$$

$$j_y^{fa} = \frac{ea_0}{2\hbar}(E_a - E_f)\left(R_{N'm'}^{Nm}\delta_{m,\, m'+1} - R_{N'm'}^{Nm}\delta_{m,\, m'-1}\right)\delta_{n_c,\, n_c'}\delta_{n_v,\, n_v'}, \tag{17}$$

где

$$R_{N'm'}^{Nm} = \frac{1}{a_0}\int_0^\infty dr r^2 R_{Nm}(r)\, R_{N'm'}(r). \tag{18}$$

Если переходы осуществляются между размерно-квантованными уровнями без изменения экситонных квантовых чисел связанного состояния, то

$$j_z^{fa} = \frac{4ieL}{\pi^2\hbar^2}(E_a - E_f)\left\{\frac{n_c n_c'}{\left(n_c^2 - n_c'^2\right)^2}\left[(-1)^{n_c - n_c'} - 1\right]\delta_{n_v,\, n_v'}\left(1 - \delta_{n_c,\, n_c'}\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{n_v n_v'}{\left(n_v^2 - n_v'^2\right)^2}\left[(-1)^{n_v - n_v'} - 1\right]\delta_{n_c,\, n_c'}\left(1 - \delta_{n_v,\, n_v'}\right)\right\}\delta_{N,\, N'}\delta_{m,\, m'}. \tag{19}$$

Первое слагаемое в фигурных скобках в (19) соответствует переходам между размерно-квантованными уровнями в зоне проводимости, а второе — в валентной зоне. В случае переходов из основного состояния в экситонное состояние с непрерывным спектром, а затем в конечное состояние с дискретным спектром матричные элементы оператора плотности тока определяются выражениями (15)—(18), если в них дискретное квантовое число N' заменить на непрерывное k'. В этом случае $j_z^{fa}=0$ по причине ортогональности радиальных волновых функций $R_{Nm}(r)$ и $R_{km}(r)$. Если промежуточное и конечное состояния принадлежат непрерывному спектру, в формулах (16)—(19) следует заменить $N \to k$, $N' \to k'$, $\delta_{NN'} \to \delta_{kk'}$.

3. Дифференциальное сечение рассеяния света

Представим формулу (10) для сечения рассеяния в более удобном и наглядном виде. Подставим выражения для матричных элементов тока (15)—(17) и (19) в (14) и просуммируем по промежуточным квантовым числам n_c', n_v' и m'. В результате для функций $A_{\beta\gamma}^{f0}$ получим следующие выражения:

$$A_{x\gamma}^{f0} = \frac{e^2 p_{cv}^\gamma G a_0}{2\omega_l m_0 \hbar}\sum_{N'}\frac{\left[(N'+1/2)^{-2} - (N+1/2)^{-2}\right]\Phi_{N',\,0}(0)\, R_{N'0}^{Nm}\left(\delta_{m,\,1} + \delta_{m,\,-1}\right)\delta_{n_c n_v}}{\hbar\omega_l - E_g - E_{0c}n_c^2 - E_{0v}n_v^2 + G(N'+1/2)^{-2}},$$

$$A_{z\gamma}^{f0}=\frac{4Le^2p_{cv}^{\gamma'}}{\pi^2\hbar\omega_l m_0}\Phi_{N,0}(0)\,\delta_{m,0}\frac{n_c n_v}{(n_c^2-n_v^2)}(1-\delta_{n_c n_v})\left[(-1)^{n_v-n_c}-1\right]B, \tag{20}$$

$$B=\frac{E_{0c}}{\hbar\omega_l-E_g-E_{0\mu}n_v^2+G(N+1/2)^{-2}}+\frac{E_{0v}}{\hbar\omega_l-E_g-E_{0\mu}n_c^2+G(N+1/2)^{-2}},$$

$A_{y\gamma}^{f0}$ получается из $A_{x\gamma}^{f0}$, если в нем заменить $\delta_{m,1}+\delta_{m,-1}$ на $\delta_{m,1}-\delta_{m,-1}$ и умножить на i; $E_{0\mu}=(\pi\hbar)^2/2L^2\mu$.

Из структуры тензора рассеяния для рассматриваемой модели видно, что он сводится к произведению двух тензоров 2-го ранга. Согласно (13) и (20), в $S_{\beta'\gamma'\beta\gamma}$ входит комбинация $(p_{cv}^{\gamma})^* p_{cv}^{\gamma'}$, которая может быть вынесена за знак суммы по f, т. е.

$$S_{\beta'\gamma'\beta\gamma}=\left(p_{cv}^{\gamma}\right)^* p_{cv}^{\gamma'}S_{\beta'\beta}.$$

В выбранной системе координат тензор $S_{\beta'\beta}$ диагонален. Равенство нулю компонент S_{xy}, S_{xz} и S_{yz} обеспечивается символами Кронекера по квантовому числу m. Поскольку рассматриваемая система обладает тетрагональной симметрией (ось z' выделена), то $S_{\beta'\beta}$ содержит две независимые величины.

Если состояния a и f принадлежат дискретному спектру экситона, то диагональные компоненты равны

$$S_{xx}=S_{yy}\equiv\Lambda_1=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2\left(\frac{\omega_s}{\omega_l}\right)\frac{G^2}{m_0^2c^2}\times$$

$$\times\sum_{N,n}\frac{C_N\delta\left[\omega_s-\omega_l+(E_g+E_{0\mu}n^2-G(N+1/2)^{-2})/\hbar\right]}{(\hbar\omega_l-E_g-E_{0\mu}n^2)^2}, \tag{21}$$

$$C_N=\left\{\sum_{N'}R_{N'0}^{N1}\left[(N'+1/2)^{-2}-(N+1/2)^{-2}\right](N'+1/2)^{-3/2}\right\}^2, \tag{22}$$

$$S_{zz}\equiv\Lambda_2=\frac{16}{\pi^5}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2\left(\frac{\omega_s}{\omega_l}\right)\frac{1}{m_0^2c^2}\left(\frac{L}{a_0}\right)^2\sum_{N,\,n_c,\,n_v}(N+1/2)^{-3}\times$$

$$\times(1-\delta_{n_c,\,n_v})\left[1-(-1)^{n_c-n_v}\right]\frac{n_c^2n_v^2}{(n_c^2-n_v^2)^2}B^2\delta\times$$

$$\times\left[\omega_s-\omega_l+(E_g+E_{0c}n_c^2+E_{0v}n_v^2-G(N+1/2)^{-2}/\hbar\right]. \tag{23}$$

Если состояние a относится к непрерывному спектру экситона $a=(k',\,m',\,n_c',\,n_v')$, а состояние f — к дискретному, то для функции Λ_1 получаем

$$\Lambda_1=\frac{1}{4}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2\left(\frac{\omega_s}{\omega_l}\right)\frac{G^2}{m_0^2c^2}\sum_{N,\,n}I^2(\omega_l,\,N,\,n)\times$$

$$\times\delta\left[\omega_s-\omega_l+(E_g+E_{0\mu}n^2-G(N+1/2)^{-2})/\hbar\right], \tag{24}$$

где

$$I(\omega_l,\,N,\,n)=a_0^2\int_0^\infty kdk\,\frac{\left[(\hbar^2k^2/2\mu G)+(N+1/2)^{-2}\right]}{(\hbar\omega_l-E_g-E_{0\mu}n^2-\hbar^2k^2/2\mu+i\delta)}\times$$

$$\times\frac{\exp(\pi/2ka_0)}{\sqrt{\operatorname{ch}(\pi/ka_0)}}R_{k0}^{N1}. \tag{25}$$

В этом случае функция $\Lambda_2=0$, так как $j_z^{fa}=0$. Если промежуточное и конечное состояния принадлежат непрерывному спектру, то

$$\Lambda_2=\frac{16}{\pi^5}\left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2\left(\frac{\omega_s}{\omega_l}\right)\left(\frac{L}{a_0}\right)^2\frac{(\mu/\hbar)}{m_0^2c^2}\sum_{n_c,\,n_v}(1-\delta_{n_c,\,n_v})\times$$

$$\times\left[1-(-1)^{n_c-n_v}\right]\frac{n_v^2n_c^2}{(n_v^2-n_c^2)^2}\frac{\exp(\pi/k_0a_0)}{\operatorname{ch}(\pi/k_0a_0)}\times$$

$$\times\left\{\left(\frac{\hbar\omega_s}{E_{0c}}-(n_v^2-n_c^2)\right)^{-1}+\left(\frac{\hbar\omega_s}{E_{0v}}-(n_c^2-n_v^2)\right)^{-1}\right\}^2, \tag{26}$$

$$k_0 = \sqrt{2\mu/\hbar^2}\,(\hbar\omega_l - \hbar\omega_s - E_g - E_{0c}n_c^2 - E_{0v}n_v^2)^{1/2}. \qquad (27)$$

Поскольку тензор рассеяния разделяется на произведение двух тензоров, формулу (10) удобно представить в виде

$$d^2\sigma/d\omega_s dO = 8S_0\varepsilon_1 \cos\theta_s\,(G_1\Lambda_1 + G_2\Lambda_2)\,W. \qquad (28)$$

Здесь функция Λ_1 описывает частотную зависимость процесса рассеяния, при котором переходы происходят между экситонными состояниями, относящимися к одному и тому же уровню размерного квантования (формулы (21) и (24)). Λ_2 соответствует рассеянию с изменением уровней размерного квантования (см. (23) и (26)). G_1 и G_2 определяют зависимость от углов рассеяния

$$G_1 = |\Sigma_\alpha e_{s\alpha}(g_{\alpha x} + g_{\alpha y})|^2, \quad G_2 = |\Sigma_\alpha e_{s\alpha} g_{\alpha z}|^2. \qquad (29)$$

Множитель

$$W = |\Sigma_\gamma p_{cv}^\gamma f_\gamma e_{l\gamma}|^2$$

зависит от углов падения и в дальнейшем не конкретизируется. Заметим лишь, что если плоскостью падения является плоскость xz, а падающая волна S поляризована ($e_{lx}=e_{lz}=0$, $e_{ly}=1$), то $W=|f_{cv}^y|^2 f_v^3$.

4. Анализ полученных результатов

Анализ частотной зависимости дифференциального сечения рассеяния (см. (21) и (25)) показывает, что в процессе рассеяния света с возбуждением экситонных состояний дискретного спектра, согласно закону сохранения энергии, частота рассеянного света принимает дискретный ряд значений

$$\omega_s(n, N) = \omega_l - \omega_g - \omega_{0\mu}n^2 + (G/\hbar)(N+1/2)^{-2}, \qquad (30)$$

где $n=1, 2, \ldots, N=0, 1, 2, \ldots$ Значит, каждому уровню размерного квантования соответствует серия экситонных линий. Как видно из (15), промежуточное (виртуальное) экситонное состояние должно быть состоянием S-типа ($m=0$). Из (16) и (17) следует, что в процессе рассеяния света конечное экситонное состояние после испускания фотона вторичного излучения есть экситонное состояние p-типа ($m=1$), как это имело место в объемном случае [17]. Следовательно, в спектре рассеянного света линии с частотами $\omega_s(n, N \geqslant 1)$ разрешены, а линия $\omega_s(n, 0)$ запрещена правилами отбора ($R_{N'0}^{01}=0$ при всех N'). Числа C_N в (21) определяют относительную интенсивность линий $\omega_s(n, N)$ при заданном n. Численная оценка ряда C_N, определенного в (22), дает $C_1=11.357$, $C_2=3.133$.

Как видно из (21), когда энергия первичного фотона равна энергии одного из размерно-квантованных уровней, т. е.

$$\hbar\omega_l(n) = E_g + E_{0\mu}n^2, \qquad (31)$$

где $n=1, 2, \ldots$, тогда энергетический знаменатель в (21) обращается в нуль и рассеяние света становится резонансным. При выполнении условия (31) резонансно возрастает интенсивность всех линий $\omega_s(n, N)$ с фиксированным n. Как следует из (24), возбуждению в процессе рассеяния света экситонных состояний дискретного спектра, когда промежуточным состоянием является экситонное состояние непрерывного спектра, в спектре рассеянного света соответствует серия линий (30). В этом случае, если выполняется условие (31), $I(\hbar\omega_l, N, n)$ стремится к пределу

$$I(\hbar\omega_l, N=1, n) \to 0.244 \ln[(\hbar\omega_l - E_g - E_{0\mu}n^2)/G]. \qquad (32)$$

Тогда при выполнении условия (31) логарифмически возрастает интенсивность всех линий $\omega_s(n, 1)$. Если $\hbar\omega_l - E_g - E_{0\mu}n^2 \simeq 10^{-2}G$, то расчет показывает, что относительная интенсивность линий $\omega_s(N=1, n)$, вычисленных по формулам (21) и (24), соответственно равна 56 785 и 0.495, т. е. вклад в эффект от промежуточных состояний непрерывного спектра ничтожно мал.

Как следует из формулы (23), когда процесс рассеяния осуществляется через реальное промежуточное состояние, т. е. между размерно-квантованными уровнями с экситонным состоянием дискретного спектра, частота рассеянного света принимает дискретный ряд значений

$$\omega_s(n_c, n_v, N) = \omega_l - \omega_g - \omega_{0c} n_c^2 - \omega_{0v} n_v^2 + (G/\hbar)(N+1/2)^{-2}, \tag{33}$$

где $N=0,1,2,\ldots, n_{c(v)}=1,2,\ldots$

Если переходы между размерно-квантованными уровнями происходят, когда промежуточное и конечное состояния принадлежат непрерывному спектру, то частота рассеянного света охватывает область

$$0 \leqslant \omega_s(n_c, n_v, N) \leqslant (\hbar\omega_l - E_g - E_{0c} n_c^2 - E_{0v} n_v^2)/\hbar. \tag{34}$$

При $n_v > n_c$ и когда знаменатель первого члена в (26) обращается в нуль, линии с энергией рассеянного света

$$\hbar\omega_s(n_c, n_v) = E_{0c}(n_v^2 - n_c^2), \tag{35}$$

которая равна разности энергий между размерно-квантованными уровнями в зоне проводимости, становятся резонансными. Если $n_c > n_v$, то в случае обращения в нуль второго члена в (26) резонансные линии соответствуют энергии вторичного фронта

$$\hbar\omega_s(n_c, n_v) = E_{0c}(n_c^2 - n_v^2), \tag{36}$$

которая равна разности энергий между размерно-квантованными уровнями в валентной зоне. Такое поведение дифференциального сечения рассеяния имело место в случае невзаимодействующих электронно-дырочных пар [11]. Если $L \simeq a_0$ и $a_0 k_0 \gg \pi$, то (26) совпадает с результатом, полученным в [11]. Заметим, что в резонансных условиях, т. е. когда $\hbar\omega_l \to E_g + E_{0\mu} n_v^2$ и $\hbar\omega_s(n_c, n_v) \to E_{0c}(n_v^2 - n_c^2)$ (или $\hbar\omega_l \to E_g + E_{0\mu} n_c^2$ и $\hbar\omega_s(n^c, n_v) \to E_{0v}(n_c^2 - n_v^2)$), функция Λ_2, определенная в (23), экспоненциально мала по сравнению с Λ_2 из (26). Таким образом, рассеяние с изменением размерно-квантованных чисел более эффективно, если экситонные состояния относятся к непрерывному спектру.

Как видно из (26), угловые зависимости для рассеянного света определяются множителями G_1 и G_2. В случае S-поляризации рассеянного света из (29) и (12) получаем, что

$$G_1 = Y^2(\theta_s), \quad G_2 = 0, \tag{37}$$

т. е. вклад в сечение рассеяния дают переходы между различными экситонными состояниями, относящимися к одному и тому же уровню размерного квантования. В случае же P-поляризации рассеянного света вычисление показывает, что

$$G_1 = \varepsilon_1 \tilde{\varepsilon} \cos^2 2\theta_s X^2(\theta_s), \quad G_2 = \varepsilon_1^2 \cos^2 2\theta_s \sin^2\theta_s X^2(\theta_s), \tag{38}$$

т. е. вклад в рассеяние здесь дают оба типа переходов.

По причине оптической изотропии системы в плоскости xy сечение рассеяния не зависит от угла φ_s. Если рассеяние наблюдать вдоль оси z $(\theta_s=0)$, то, согласно (12),

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_2, \quad X(0) = (\varepsilon_1\varepsilon_2)^{-1/2}(\varepsilon_1+\varepsilon_2)^{-1}, \quad Y(0) = (\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2})^{-1}.$$

Подставляя эти значения в (37) и (38), получим выражения для G_1 и G_2

$$G_1 = (\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2})^{-2}, \quad G_2 = 0 \quad (S\text{-поляризация}), \tag{39а}$$

$$G_1 = (\varepsilon_1^{1/2} + \varepsilon_2^{1/2})^{-2} \varepsilon_1 \varepsilon_2^{-1/2}, \quad G_2 = 0 \quad (P\text{-поляризация}). \tag{39б}$$

Если плоскость рассеяния совпадает с плоскостью падения, то (39а) соответствует параллельным поляризациям падающей и рассеянной волн, а (39б) — перпендикулярным.

Предполагая, что свет падает нормально ($\theta_l=0$), сделаем численные оценки величины полного сечения рассеяния по формуле (28) для гетероструктуры GaAs—$Al_{0.37}Ga_{0.63}As$ в случае S-поляризации рассеянного света. В расчете использованы параметры: $\varepsilon_1=11.4$, $\varepsilon_2=13.1$, $m_c=0.067m_0$, $m_v=0.38m_0$ [9], что соответствует $\hbar\omega_s(1.0)=6.57$ мэВ при $\hbar\omega_l=E_g-E_{0\mu}\simeq G$. Полагая $|p_{cv}|^2=(3m_0^2E_g/2m_c)$ и $E_g=1.5$ эВ [18], получим, что проинтегрированное по углам сечение рассеяния $\sigma S_0^{-1}\simeq 10^{-7}$, что вполне доступно экспериментальному обнаружению.

Список литературы

[1] Андо Т., Фаулер А. Б., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985. 416 с.
[2] Келдыш Л. В. // Письма ЖЭТФ. 1979. Т. 29. № 11. С. 716—719.
[3] Берилл С. И., Покатилов Е. П., Фомин В. М., Погорилко Г. А. // ФТП. 1985. Т. 19. № 3. С. 412—417.
[4] Gossard A. C., Petroff P. M., Wiegmann W., Dingle R., Savage A. // Appl. Phys. Lett. 1976. V. 29. N 6. P. 323- 325.
[5] Vojak B. A., Holonjak N., Laiding W. D., Hess K., Coleman I. I., Dapkus D. D.// Sol. St. Comm. 1980. V. 35. N 6. P. 477—480.
[6] Weisbuch G., Miller R. C., Dingle R., Gossard A. C. // Sol. St. Comm. 1981. V. 37. N 3. P. 219—222.
[7] Арутюнян Г. М., Неркараряп Х. В. // ФТТ. 1981. Т. 23. № 1. С. 225—228.
[8] Коровин Л. И., Эшпулатов Б. Э. // ФТТ. 1985. Т. 27. № 11. С. 3274—3278.
[9] Miller R. C., Klinman D. A., Tsang W. T., Gossard A. C. // Phys. Rev. B. 1981. V. 24. N 2. P. 1134—1136.
[10] Bastard R., Mendez E. E., Chang L. L., Esaki L. // Phys. Rev. B. 1982. V. 26. N 4. P. 1974—1979.
[11] Zaluzny M. // Thin. Sol. Films. 1983. V. 100. N 1. P. 169—174.
[12] Павлов С. Т., Эшпулатов Б. Э. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 2. С. 389—393.
[13] Zucker J. E., Pinczuk A., Chemla D. S., Gossard A. C., Wiegmann W. //Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. N 3. P. 1293—1296.
[14] Zucker J. E., Pinczuk A., Chemla D. S., Gossard A. C., Wiegmann W. // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. N 12. P. 7065—7068.
[15] Zucker J. E., Pinczuk A.. Chemla D. S., Gossard A. C., Wiegmann W. // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. N 13. P. 1280—1283.
[16] Коровин Л. И., Павлов С. Т., Эшпулатов Б. Э. // ФТТ. 1988. Т. 30. № 12. С. 3665—3671.
[17] Гольцев А. В. // ФТТ. 1980. Т. 22. № 11. С. 2360—2363.
[18] Маделунг О. Физика полупроводниковых элементов III и V групп. М., 1976. С. 76.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
7 июня 1989 г.