

ЧАСТОТНАЯ ДИСПЕРСИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ НЕУПОРЯДОЧЕННОГО ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО ПОЛУПРОВОДНИКА В СИЛЬНОМ ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Винников А. Я., Мешков А. М., Титков А. С.

Теоретически и экспериментально рассмотрена частотная дисперсия электропроводности неупорядоченного поликристаллического полупроводника в сильном электрическом поле. Показано, что в низкочастотной области увеличение амплитуды поля сопровождается уменьшением степени неоднородности полупроводника. Эффект заключается в выравнивании высот межкристаллических потенциальных барьеров, лежащих в окрестности некоторой резонансной высоты. Экспериментально это проявляется в нелинейных полевых зависимостях обеих компонент комплексной проводимости, в частности в характерной линейной зависимости от поля тангенса угла диэлектрических потерь в некотором диапазоне частот. Установлен критерий применимости линейного приближения. Получено удовлетворительное согласие развитой теории с экспериментом, проведенным на поликристаллической окиси цинка.

Как было показано в работах [1-4], сильное поле изменяет распределение высот межкристаллических барьеров в неупорядоченном поликристаллическом полупроводнике. В полях, удовлетворяющих неравенству

$$eEa\Delta^{\nu}/2T \gg 1, \quad (1)$$

уровень протекания случайного потенциала понижается, что приводит к нелинейной зависимости электропроводности от поля

$$\sigma(E) = \sigma_0 \exp [eEa\Delta^{\nu}/2T]^{1/(1+\nu)}, \quad (2)$$

где σ_0 — омическая электропроводность, E — постоянное электрическое поле, e — заряд электрона, a — средний размер кристаллита, T — температура, Δ — дисперсия случайного потенциала в единицах T , ν — критический индекс корреляционного радиуса. Формула (2) напоминает закон Пула—Френкеля, но с коэффициентом в показателе экспоненты, зависящим от степени разупорядоченности полупроводника.

В настоящей работе мы рассмотрим вопрос о том, как изменяется физическая картина нелинейной электропроводности поликристалла в случае переменных во времени сильных электрических полей. Мы покажем, что общая идея об уменьшении степени неоднородности неупорядоченного полупроводника в сильном электрическом поле может быть обобщена на случай переменных полей [5]. Теоретическое рассмотрение вопроса мы проведем в рамках одномерной модели поликристалла, использованной нами в работе [4] для анализа частотной дисперсии электропроводности поликристалла в слабых электрических полях. Представим поликристалл в виде цепочки последовательно соединенных барьерных сопротивлений $R_i = R_0 \exp(-\xi_i) \operatorname{sh}(eV_i/2T)$, каждое из которых шунтировано параллельной барьерной емкостью C_0 (ξ_i — высота барьера в единицах T , R_0 — сопротивление объемной части микрокристалла, V_i — падение напряжения на i -м барьере). Высоты барьеров будем считать независимыми случайными величинами, равномерно распределенными в интервале $0 < \xi < \Delta$, где $\Delta \gg 1$.

Для того чтобы вычислить ток, протекающий по такой цепочке, когда к ней приложено напряжение $v = v_0 \sin(\omega t)$, необходимо линеаризовать задачу. С этой

целью мы рассмотрим временную зависимость напряжения на барьере $u_{\xi}(t) = eV(t)/2T$, которая определяется нелинейным уравнением

$$\dot{u}_{\xi} + \Gamma(\xi) \operatorname{sh}(u_{\xi}) = j(t), \quad (3)$$

где $j(t) = eI(t)/2TC_0$, $\Gamma(\xi) = \Gamma_m \exp(-\xi)$ — частота релаксации неравновесного заряда в омическом режиме, $\Gamma_m = (R_0 C_0)^{-1}$. Заменим оператор в левой части уравнения (3) линейным

$$\dot{u}_{\xi} + \gamma(\xi) u_{\xi} = j(t) \quad (4)$$

таким образом, чтобы квадрат невязки левых частей уравнений (3), (4) удовлетворял условию «оптимальности» [6],

$$\frac{d}{d\gamma(\xi)} \int_{t_1}^{t_2} [\Gamma(\xi) \operatorname{sh}(u_{\xi}) - \gamma(\xi) u_{\xi}]^2 dt = 0, \quad (5)$$

из которого можно получить [уравнение для зависящей от поля эффективной частоты релаксации

$$\gamma(\xi) = \Gamma(\xi) \frac{\int_{t_1}^{t_2} u_{\xi} \operatorname{sh}(u_{\xi}) dt}{\int_{t_1}^{t_2} u_{\xi}^2 dt}. \quad (6)$$

Для того чтобы завершить решение задачи, остается вычислить функцию $u_{\xi}(t)$ для линеаризованной цепочки, сопротивление которой описывается простой формулой

$$z(\omega) = z'(\omega) + iz''(\omega) = \int_0^{\Delta} \frac{d\xi}{\gamma(\xi) + i\omega}. \quad (7)$$

Если выбрать интервал усреднения $t_2 - t_1 = 2\pi/\omega$, то после несложных преобразований уравнения (6), (7) приводятся к виду

$$\frac{\gamma(\xi)}{\Gamma(\xi)} = \frac{2}{V_0} |z| \sqrt{\gamma^2(\xi) + \omega^2} I_1 \left[\frac{V_0}{|z| \sqrt{\gamma^2(\xi) + \omega^2}} \right], \quad (8)$$

$$z(\omega) = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega}{\gamma(\Delta)} \right) - \frac{i}{2\omega} \ln \left(1 + \frac{\omega^2}{\gamma^2(\Delta)} \right) + \frac{1}{\omega \left(1 + \frac{\omega^2}{\gamma^2(\Delta)} \right)} \int_0^1 \left[\sqrt{1 + \frac{\gamma^2(\Delta)}{\omega^2} - y^2} - iy \right] y \frac{d}{dy} [\ln I_1(\alpha y) - \ln y] dy. \quad (9)$$

Здесь

$$\frac{\gamma(\Delta)}{\Gamma_0} = \frac{2}{\alpha} I_1(\alpha), \quad (10)$$

$$\alpha = \frac{V_0}{|z| \sqrt{\gamma^2(\Delta) + \omega^2}}. \quad (11)$$

Здесь $V_0 = \frac{\lambda}{N} \frac{ev_0}{2T}$ — среднее падение напряжения на ключевом барьере в постоянном поле, $\gamma(\Delta)$ — эффективная частота релаксации ключевого барьера, α — параметр нелинейности, имеющий смысл среднего падения напряжения в переменном поле на «резонансных» барьерах, $I_1(x)$ — модифицированная функция Бесселя, $\Gamma_c = \Gamma(\Delta)$.

Исследование уравнений (8)–(11) показывает, что с ростом электрического поля частотный интервал распадается на три участка, границы которых зависят от величины электрического поля. В самой низкочастотной области $\omega \tau_c \ll \ll \exp \sqrt{V_0}$ ($\tau_c = \Gamma_c^{-1}$), сопротивление одномерного поликристалла не зависит от частоты, а его полевая зависимость определяется формулой Шкловского

$$\operatorname{Re} z = \Gamma_c^{-1} \exp[-\sqrt{eEa\Delta/T}]. \quad (12)$$

В высокочастотном интервале, нижняя граница которого определяется условием

$$\alpha = \epsilon E a \Delta / 2T \ln(\omega \tau_c) \ll 1, \quad (13)$$

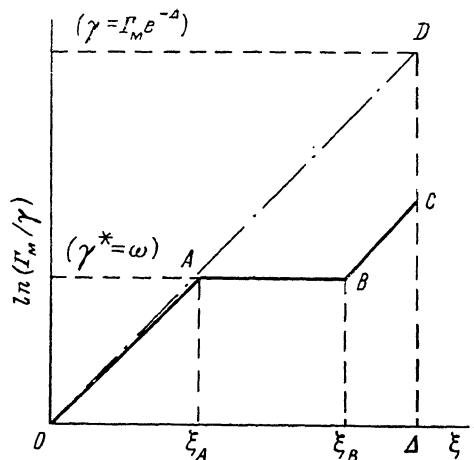
сопротивление описывается формулами линейной теории. И, наконец, в достаточно сильных электрических полях возникает область промежуточных частот $\exp V_0 \gg \omega \tau_c \gg \exp \sqrt{V_0}$, в которой сопротивление описывается простой приближенной формулой

$$z(\omega) = \frac{1}{\omega} \left[\frac{\pi}{2} + \frac{2V_0}{3 \ln(\omega \tau_c)} - i \left(\ln(\omega \tau_c) - \frac{4V_0}{3 \ln(\omega \tau_c)} \right) \right], \quad (14)$$

предсказывающей нетривиальную линейную полевую зависимость тангенса угла диэлектрических потерь:

$$\operatorname{tg} \delta = 2\epsilon E a \Delta / 3T \ln^2(\omega \tau_c). \quad (15)$$

Для того чтобы понять физику явлений, приводящих к зависимости (15), полезно рассмотреть рис. 1, на котором схематически представлена зависимость



эффективной высоты барьера $\ln(\Gamma_n/\gamma)$ во внешнем поле от его невозмущенной высоты ξ . Ломаная $OABC$ отличается от точного решения уравнения (8) отсутствием закруглений вблизи точек A и B (для правильности качественной интерпретации результатов эти детали оказываются несущественными). С точки зрения зависимости эффективной высоты барьера от амплитуды внешнего поля все барьеры можно разбить на три группы. К первой группе относятся барьеры,

Рис. 1.

высоты которых ниже некоторой характерной высоты $\xi < \xi_A$, определяемой условием «резонанса» $\Gamma(\xi_A) = \omega$. Частоты релаксации этих барьеров экспоненциально велики по сравнению с частотой внешнего поля, и, следовательно, текущий через них ток практически не отстает по фазе от напряжения, т. е. является чисто активным. Вследствие экспоненциальной малости величин сопротивлений этих барьеров падения напряжения на них пренебрежимо малы по сравнению с напряжением, падающим на барьерах с высотой ξ_A . Именно это обстоятельство мы учитываем, проводя участок графика OA вдоль биссектрисы OD . Очевидно, что вклад этих барьеров в действительную и мнимую части сопротивления можно игнорировать.

Ко второй группе относятся барьеры $\xi_A < \xi < \xi_B$, высоты которых уменьшаются под влиянием сильного переменного поля таким образом, что они практически не выходят из резонанса $\gamma^* = \omega$. Активный и реактивный токи, текущие через эти барьеры, сравнимы по величине, и, так как реальная часть сопротивления поликристалла определяется именно этими барьерами, для нее можно написать оценку

$$\operatorname{Re} z(\omega) \sim \gamma^{*-1} (\xi_A - \xi_B) \sim \omega^{-1} \alpha, \quad (16)$$

где $\alpha \sim (\xi_B - \xi_A)$ — величина, пропорциональная числу таких «резонансных» барьеров.

Ток, текущий через барьеры с высотами в интервале $\xi_B < \xi < \Delta$, полностью шунтируется барьерной емкостью, в связи с чем падающее на барьере этой (третьей) группы напряжение перестает зависеть от его высоты. Величина этого напряжения тоже определяется параметром α (рис. 1), который, таким образом, совпадает по смыслу с параметром нелинейности, введенным в формулу (11).

Последовательно соединенные емкости этих барьеров определяют реактивное сопротивление поликристалла

$$\operatorname{Im} z(\omega) \sim \frac{1}{\omega} [\ln(\omega\tau_c) - \alpha]. \quad (17)$$

Параметр α можно вычислить, воспользовавшись тем очевидным обстоятельством, что площадь трапеции $ABCD$ равна падению напряжения на поликристалле длиной $L = a\Delta$:

$$1/2 \ln^2(\omega\tau_c) - 1/2 [\ln(\omega\tau_c) - \alpha]^2 = V_0,$$

где $V_0 = eEa\Delta/2T$. Отсюда в области достаточно высоких частот $V_0/\ln^2(\omega\tau_c) \ll 1$ для параметра нелинейности можно получить простую формулу

$$\alpha \sim V_0/\ln(\omega\tau_c) \sim eEa\Delta/2T \ln(\omega\tau_c), \quad (18)$$

которая полностью совпадает с точным результатом исследования уравнений (8)–(11). Полевая зависимость $\operatorname{tg} \delta$ получается из (16), (17).

Замечательно, что полученный нами параметр нелинейности является обобщением для случая переменных полей параметра нелинейности (1), введенного Шкловским. Это обстоятельство не является случайным, а связано с тем, что нарисованная нами картина нелинейной электропроводности в переменном поле переходит при $\omega \rightarrow 0$ в картину нелинейной перколяционной электропроводности [1]. Рассмотрим этот переход подробно.

В области высоких частот $\alpha \ll 1$, трапеция $ABCD$ «прижимается» к диагонали OD , изменения высот барьеров под влиянием переменного поля пренебрежимо малы и частотная дисперсия электропроводности хорошо описывается линейной теорией [4]. С уменьшением частоты параметр α становится больше единицы. В диапазоне частот, определяемом неравенствами $\exp V_0 \gg \omega\tau_c \gg \exp \sqrt{V_0}$, трапеция $ABCD$ занимает существенную часть рисунка, но при этом ее боковая сторона удовлетворяет условию $\xi_B - \xi_A < \Delta - \xi_B$. В этом диапазоне должна проявляться характерная полевая зависимость тангенса угла диэлектрических потерь (15), которая является наиболее важным результатом нашей теории. При дальнейшем увеличении параметра нелинейности трапеция $ABCD$ вырождается в треугольник и распределение высот барьеров полностью соответствует картине, характерной для статического случая.

Таким образом, мы видим, что сильное переменное электрическое поле изменяет функцию распределения высот межкристаллических барьеров, увеличивая число резонансных барьеров, определяющих поглощение на данной частоте. Этот эффект полностью аналогичен возрастанию числа ключевых барьеров в постоянном электрическом поле. Возникает вопрос, насколько существенно изменятся нарисованная нами физическая картина при переходе от одномерной цепочки к трехмерному образцу? Поскольку ответ на этот вопрос потребовал от нас развития довольно сложного математического аппарата, мы откладываем изложение теории для двух- и трехмерного поликристалла до следующей статьи и перейдем к сравнению предсказаний нашей теории с результатами эксперимента, проведенного на поликристаллической окиси цинка, которая неоднократно использовалась нами в качестве модельного объекта для изучения перколяционной электропроводности в постоянном и переменном электрическом полях.

Наиболее важным моментом теории, подлежащим экспериментальной проверке, является частотная зависимость параметра нелинейности. С этой точки зрения необходимо изучить область частот, содержащую переход от нелинейной статической к линейной высокочастотной электропроводности. Варьирование этого частотного диапазона осуществлялось в нашем случае экспериментально путем подсветки поликристалла в области его фундаментального поглощения. Как было показано ранее [2–4], освещение приводит к понижению уровня протекания случайного потенциала полупроводника и к соответствующему возрастанию граничной частоты Γ_c . Измерения частотной дисперсии действительной части электропроводности (рис. 2, а), тангенса угла диэлектрических потерь (рис. 2, б) и их полевых зависимостей (рис. 2, в, г) были проведены ком-

пенсационным методом [7] и Q -мет. ией. В соответствии с предсказаниями теории темновые и световые зависимости имеют три характерных участка: низкочастотный, где дисперсия $\text{Re } \sigma(\omega)$ отсутствует, а $\text{tg } \delta$ сильно возрастает с уменьшением ω ; высокочастотный, где проявляется характерная для неупорядоченного полупроводника частотная зависимость $\text{Re } \sigma \sim \omega^s (s=0.7)$ [4], а $\text{tg } \delta$ слабо зависит от частоты; промежуточный. На темновых характеристиках частотной дисперсии электропроводности в рассматриваемом диапазоне частот можно наблюдать лишь высокочастотный участок характеристики, тогда как два других лежат в инфранизкой области частот, которая выходит за пределы применяемых нами измерительных методик.

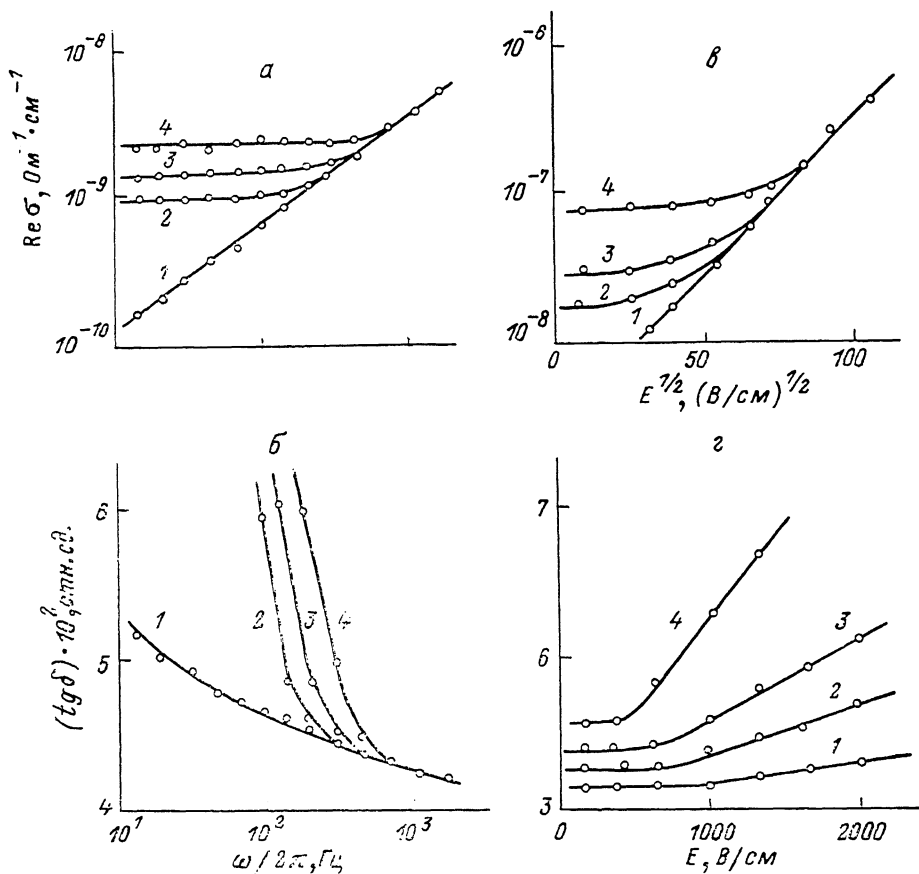


Рис. 2. Частотные (а, б) и полевые (в, г) зависимости $\text{Re } \sigma$ и $\text{tg } \delta$ полукристаллической окиси цинка.

а, б — темновые (1) и световые (2—4) характеристики; $E \cdot 10^{-3}$, В/см: 1, 3 — 1, 2 — 0.1, 4 — 2.5; $\lambda=337$ нм, освещенность $4 \cdot 10^{-7}$ Вт/см². в, г — световые характеристики; $\lambda=337$ нм, освещенность 10^{-6} Вт/см².

Анализ полевых характеристик $\text{Re } \sigma(E, \omega)$, представленных в пол-френкелевских координатах, показывает, что существует корреляция между частотой электрического поля, при которой наступает нелинейность, и его амплитудой, а именно чем больше частота электрического поля, тем при больших напряжениях наступает нелинейность. Наиболее убедительным доказательством справедливости нашей модели является полевая зависимость $\text{tg } \delta(E)$, представленная на рис. 2, г. Эта зависимость носит линейный характер в полном соответствии с формулой (15), причем величина угла наклона увеличивается с уменьшением частоты: $\text{tg } \delta/E = 3 \cdot 10^{-6}$, $3.3 \cdot 10^{-6}$, $5.4 \cdot 10^{-6}$ и $2.5 \cdot 10^{-5}$ см/В для $\omega/2\pi = 800$, 500, 300 и 200 Гц (рис. 2, г, кривые 1—4). На рис. 3 приведена зависимость этого угла от уровня протекания системы, которая также соответствует формуле (15). Так, наблюдается резкое возрастание функции $\text{tg } \delta/E$ при некотором значении аргумента, зависящем от ω , которое может быть найдено из формулы (15): при

$\omega/2\pi = 1.2 \cdot 10^5$ Гц $\lg(\sigma_m/\sigma) = 1.7$ (соответствующая этому значению асимптота изображена на рис. 3). Непосредственная оценка основных величин и параметров нашей теории, полученная для окиси цинка по данным $a = 2 \cdot 10^{-5}$ см, $T = 0.027$ эВ, $\sigma_m = 10^2$ Ом $^{-1}$.см $^{-1}$ (удельная проводимость монокристалла), показала, что теория и эксперимент для этого объекта согласуются и количественно.

В заключение оценим погрешность метода решения одномерной задачи. Если взять в качестве критерия точности отношение средней по периоду невязки левых частей уравнений (3) и (4) к среднему квадрату тока, то для максимального отклонения получаются следующие результаты. В области слабой нелиней-

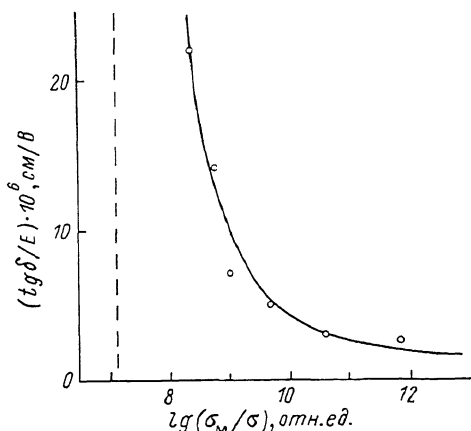


Рис. 3. Зависимость $\lg \delta/E$ от $\lg(\sigma_m/\sigma)$ поликристаллической окиси цинка при различных освещенностях.

σ_m — электропроводность монокристалла; $\lambda = 442$ нм, $\omega/2\pi = 1.2 \cdot 10^5$ Гц.

ности $\alpha \ll 1$, $\langle \varepsilon^2 \rangle \sim (1/570)(\Gamma_0^2 \alpha^4 / \omega^2)$; в области сильной нелинейности, ограниченной интервалом частот $1 \ll \alpha \ll \ln(\omega\tau_c)$, $\langle \varepsilon^2 \rangle \ll 1$, а в области частот, близкой к статическому пределу, погрешность велика, но имеет порядок $\langle \varepsilon^2 \rangle \sim \sim \sqrt{\alpha} > 1$. Последний результат означает, что используемый нами метод линеаризации позволяет получить только оценку полевой зависимости главного члена логарифма электропроводности, что полностью подтверждается сравнением с точным решением.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность Б. И. Шкловскому за обсуждение результатов работы.

Л и т е р а т у р а

- [1] Шкловский Б. И. Перколяционная электропроводность в сильных электрических полях. — ФТП, 1979, т. 13, в. 1, с. 93—97.
- [2] Винников А. Я., Мешков А. М., Савушкин В. Н. Экспериментальное обнаружение перколяционной электропроводности в сильных электрических полях. — ФТТ, 1980, т. 22, в. 10, с. 2989—2995.
- [3] Винников А. Я., Мешков А. М., Савушкин В. Н. Теория нелинейной перколяционной электропроводности неупорядоченной полупроводниковой системы с межкристаллическими барьерами. — ФТТ, 1982, т. 24, в. 5, с. 1352—1359.
- [4] Винников А. Я., Мешкова А. М. Электропроводность неупорядоченного поликристаллического полупроводника в переменном электрическом поле. — ФТТ, 1985, т. 27, в. 7, с. 1929—1937.
- [5] Винников А. Я., Мешков А. М., Титков А. С. Нелинейная перколяционная проводимость неупорядоченного поликристаллического полупроводника в переменном электрическом поле. — Письма ЖТФ, 1986, т. 12, в. 7, с. 427—431.
- [6] Блакьер О. Анализ нелинейных систем. М., 1969. 400 с.
- [7] Мешков А. М., Савушкин В. Н., Акимов И. А. Измерение внутреннего фотоэффекта в фотографических материалах мостом переменного тока. — ЖНПФик, 1981, т. 26, в. 6, с. 440—442.

Получена 12.08.1986
Принята к печати 20.07.1987