

ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ РЕЛАКСАЦИЯ ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ПЬЕЗОАКУСТИЧЕСКОМ РАССЕЯНИИ

Карпус В.

Получены аналитические выражения скорости энергетических потерь двумерных электронов при пьезоакустическом рассеянии в условиях, когда средняя кинетическая энергия электронов гораздо меньше энергии размерного квантования ($k_B T$, $\epsilon_F \ll W$). Рассмотрена энергетическая релаксация вырожденного двумерного газа носителей в условиях, когда $\epsilon_F \ll W$. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для двумерного канала (001) GaAs.

Пьезоакустическое (PA) электрон-фононное взаимодействие доминирует над деформационным при достаточно низких температурах. Импульсная релаксация носителей заряда при низких температурах обычно определяется упругим рассеянием на несовершенствах структуры. Поэтому исследование энергетической релаксации часто является единственной возможностью экспериментального изучения PA -рассеяния. Полученные в последнее время экспериментальные данные [1, 2] о скорости энергетических потерь двумерных электронов в арсениде галлия, по-видимому, являются первыми «чистыми» наблюдениями PA -рассеяния в полупроводниках $A^{III}B^V$.

Целью настоящей работы является рассмотрение энергетической релаксации двумерных ($2D$) электронов, обусловленной PA -рассеянием. В условиях, когда средняя кинетическая энергия носителей гораздо меньше энергии размерного квантования ($k_B T$, $\epsilon_E \ll W$), получены аналитические выражения релаксационных характеристик для $2D$ -газов Ферми и Больцмана. Отдельные выражения, соответствующие частным случаям в рассматриваемом интервале температур, были получены ранее в работах [3-5]. Заключительная часть статьи посвящена описанию температурной зависимости мощности энергетических потерь вырожденного $2D$ -газа носителей в условиях, когда энергия Ферми порядка W . Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Напомним основные закономерности кинематики двумерных электронов при рассеянии на акустических фононах [6]. Электроны, находясь на основном уровне размерного квантования, движутся в «коридоре» квантового колодца. Отражаясь от стенок «коридора», они испускают (поглощают) фононы, волновой вектор которых определяется шириной квантовой ямы или температурой: $q_{\perp} \sim \min \{2\pi/d, k_B T/\hbar s_{\lambda}\}$. Здесь q_{\perp} — проекция волнового вектора фонона поперек колодца, s_{λ} — скорость звука. Этим фононам соответствуют энергии

$$\hbar s_{\lambda} q_{\perp} \sim \min \{ \sqrt{8ms_{\lambda}^2 W}, k_B T \}, \quad (1a)$$

где $W \equiv \pi^2 \hbar^2 / 2md^2$ — по порядку величины энергия размерного квантования. Волновой вектор фононов, испускаемых (поглощаемых) вдоль колодца, ограничивается волновым вектором электрона k или температурой: $q_{\parallel} \sim \min \{2k, k_B T/\hbar s_{\lambda}\}$. Этим фононам соответствуют энергии

$$\hbar s_{\lambda} q_{\parallel} \sim \min \{ \sqrt{8ms_{\lambda}^2 \epsilon}, k_B T \}, \quad (1b)$$

где $\varepsilon = \hbar^2 k^2 / 2m$. Как видно из оценок (1), существуют три области температур:¹ малоуглового рассеяния ($k_B T \ll \sqrt{8ms_\lambda^2 \varepsilon_F}$), частичной неупругости ($\sqrt{8ms_\lambda^2 \varepsilon} \ll k_B T \ll \sqrt{8ms_\lambda^2 W}$) и высоких температур ($k_B T \gg \sqrt{8ms_\lambda^2 W}$), в которых возможны три различных режима кинетики. На рис. 1 схематически изображены области изменения компонент волновых векторов характерных фононов, вовлеченных во взаимодействие с $2D$ -электронами в соответствующих областях.

Которая из проекций \mathbf{q} окажется существенной для релаксации той или иной физической характеристики $2D$ -электронов, определяется зависимостью вероятности перехода и самой характеристики от \mathbf{q} . Так, в случае деформационного (DA) взаимодействия вероятность перехода прямо пропорциональна q

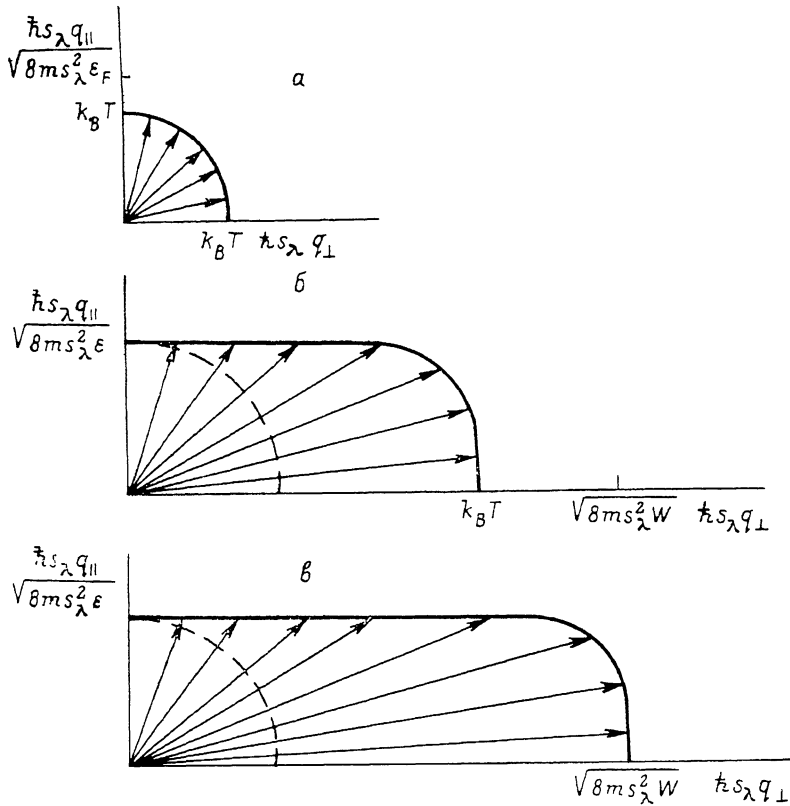


Рис. 1. Области изменения компонент волновых векторов акустических фононов, участвующих во взаимодействии с двумерными электронами в областях малоуглового рассеяния (а), частичной неупругости (б), высоких температур (в).

и скорость потерь импульса и энергии определяется наибольшей проекцией, т. е. q_\perp [6]. В случае PA -взаимодействия вероятность перехода обратно пропорциональна q и релаксация импульса определяется наименьшей проекцией, т. е. q_\parallel [7]. Однако для энергетической релаксации более эффективными являются переходы с испусканием большего фонона ($\Delta \varepsilon = \pm \hbar s_\lambda q$), что компенсирует уменьшение вероятности PA -перехода с ростом q . Поэтому если PA -взаимодействие с фононами поперек коллодца не запрещено симметрией кристалла, то именно эти фононы определяют энергетическую релаксацию. Такая ситуация, например, реализуется, когда двумерный газ электронов образован около поверхности (111) кристаллов класса T_d . Однако для наиболее «популярного» $2D$ -канала (001) указанный запрет имеет место, и в результате энергетическая релаксация за счет PA -взаимодействия определяется испусканием (поглощением) фононов, для которых $q_\perp \sim q_\parallel$ (области, выделенные штрихами на рис. 1, б, в).

¹ Предполагается, что $k_B T, \varepsilon_F \ll W$; $k_B T, \varepsilon_F \gg 2ms_\lambda^2$.

Вероятность перехода $2D$ -электрона в единицу времени из состояния k в состояние k' при PA -взаимодействии можно получить из обычного «трехмерного» выражения

$$w_{k \rightarrow k'}^{\lambda, \mathbf{q}} = \frac{\pi (eH)^2}{L^3 \rho s_T q} \left(N_q + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \delta_{k', k \mp \mathbf{q}} \delta(\epsilon_k - \epsilon_{k'} \mp \hbar s_T q) A^\lambda \quad (2a)$$

заменой

$$\delta_{k', k \mp \mathbf{q}} \rightarrow Z \left(\frac{q_{\perp} d}{2\pi} \right) \delta_{k', k \mp \mathbf{q}_{\parallel}}, \quad Z \left(\frac{q_{\perp} d}{2\pi} \right) \equiv \left| \int dz e^{-iq_{\perp} z} \varphi_0^2(z) \right|^2. \quad (2б)$$

Здесь H — компонента пьезоэлектрического тензора, который связывает напряженность электрического поля с тензором деформаций ($H = h_{14}$ для кристаллов класса T_d в обычных обозначениях), L^3 — нормировочный объем, ρ — плотность вещества, N_q — функция распределения фононов, верхний знак соответствует испусканию, нижний — поглощению фонона, индекс λ указывает моду колебаний, s_T — скорость поперечного звука, $s_{\parallel} = s$ — продольного, $\varphi_0(z)$ — волновая функция основного состояния размерного квантования.

Безразмерные множители A^λ зависят от направления распространения PA -волны относительно кристаллографических осей кристалла.² Обычно эта зависимость приводит лишь к множителям порядка единицы для усредненных релаксационных характеристик, поэтому удобна модель « PA -изотропии», где полагается, что $A^T = 1$, $A^L = 0$. Однако, применяя эту модель для описания энергетической релаксации $2D$ -электронов, следует проявлять осторожность. Действительно, в рамках этой модели релаксация энергии $2D$ -электронов в области $k_B T \gg \sqrt{8ms_T^2 \epsilon}$ определяется испусканием фононов поперек колодца, тогда как для $2D$ -канала (001) в кристаллах T_d множители A^λ

$$A_{av}^T = 4 \frac{q_{\perp}^2 q_{\parallel}^2}{q^6} + \frac{1}{2} \frac{q_{\parallel}^6}{q^6}, \quad A_{av}^L = \frac{9}{2} \frac{s_T}{s} \frac{q_{\perp}^2 q_{\parallel}^4}{q^6} \quad (3a)$$

при $q_{\perp} \gg q_{\parallel}$ содержат дополнительную малость и их замена единицей недопустима. С другой стороны, для $2D$ -канала (111) в кристаллах T_d , где

$$A_{av}^T = \frac{2}{3} \frac{q_{\parallel}^6}{q^6} - 2 \frac{q_{\perp}^2 q_{\parallel}^4}{q^6} + \frac{16}{3} \frac{q_{\perp}^4 q_{\parallel}^2}{q^6}, \quad A_{av}^L = \frac{s_T}{s} \left[\frac{4}{3} \frac{q_{\parallel}^6}{q^6} + \frac{1}{3} \frac{q_{\parallel}^6}{q^6} - 4 \frac{q_{\perp}^2 q_{\parallel}^4}{q^6} + 3 \frac{q_{\perp}^4 q_{\parallel}^2}{q^6} \right], \quad (3б)$$

модель PA -изотропии правильно предсказывает температурные и концентрационные зависимости релаксационных характеристик.

По формулам (3) определены усредненные по направлениям \mathbf{q}_{\parallel} множители A^λ .³ Можно показать, что вычисление релаксационных характеристик с использованием A_{av}^λ вместо A^λ в формулах (2) приводит к правильным выражениям для усредненной по направлениям квазимпульса электрона скорости энергетических потерь пробной частицы Q и к правильному выражению мощности энергетических потерь $\langle Q \rangle$ (в приближении электронной температуры) — основной экспериментально исследуемой релаксационной характеристики.

Далее в этой работе приводятся выражения для Q и $\langle Q \rangle$ в модели PA -изотропии и в каналах (001), (111) в кристаллах класса T_d в вышеуказанных областях температур. Для сравнения приведены релаксационные характеристики $3D$ -электронов в модели PA -изотропии, а также для кристаллов T_d , которые соответствуют результатам Когана [8]. Выводы формул вынесены в *Приложение*. Для сокращения записи окончательных выражений введено обратное время

$$1/\tau_0 \equiv (\epsilon H)^2 m / 2\pi \rho \hbar^2 s_T.$$

1. Область малоуглового рассеяния ($k_B T \ll \sqrt{8ms_T^2 \epsilon_F}$). В этой области электрон в элементарном акте взаимодействия обменивается с решеткой энергией

² В общем случае A^λ также зависят от отношения компонент пьезоэлектрического тензора к компоненте H .

³ Соответствующие множители для случая $3D$ (усредненные по направлениям \mathbf{q}) в кристаллах класса T_d равны $A_{av}^T = 16/35$, $A_{av}^L = 12/35 s_T/s$.

порядка $k_B T$ и мало меняет свой импульс (так как $\Delta k \sim q \ll 2k_F$, согласно определению области). Волновой вектор фононов, испускаемых (поглощаемых) двумерными электронами как вдоль, так и поперек квантового колодца, определяется температурой, поэтому $q_{\parallel} \sim q_{\perp} \sim q$ (ср. рис. 1, а), и релаксационные характеристики $3D$ - и $2D$ -носителей заряда различаются лишь числовыми множителями:

$$Q = a \frac{1}{\tau_0} \frac{(k_B T)^2}{\sqrt{2ms_F^2 \varepsilon_F}} F_1^- \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{k_B T} \right), \quad \langle Q \rangle = p^z(3) a \frac{2ms_T^2}{\tau_0} \left(\frac{k_B T}{\sqrt{2ms_T^2 \varepsilon_F}} \right)^3 \left(\frac{T_e^2}{T^2} - 1 \right), \quad (4)$$

где F_1^- — безразмерная функция энергии пробной частицы, которая меняет знак при $\varepsilon = \varepsilon_F$ [см. ее определение в (П. 7)], $p=3$ и $p=2$ для случаев $3D$ и $2D$ соответственно, $\zeta(n)$ — дзета-функция Римана.

В модели PA -изотропии $a=1/2$ как в случае $3D$ -, так и в случае $2D$ -электронов. В кристаллах T_d коэффициент a равен

$$\frac{1}{4} \frac{32}{35} \left[1 + \frac{3}{4} \left(\frac{s_T}{s_{\parallel}} \right)^2 \right], \quad \frac{1}{4} \frac{13}{16} \left[1 + \frac{9}{13} \left(\frac{s_T}{s} \right)^2 \right], \quad \frac{1}{4} \frac{5}{6} \left[1 + \frac{11}{10} \left(\frac{s_T}{s} \right)^2 \right]$$

для $3D$ -электронов, для $2D$ -электронов — около поверхностей (001) и (111) соответственно.

Формулы (4) соответствуют результатам [8] для случая $3D$ и [5] для случая $2D$.

2. *Область частичной неупругости* ($\sqrt{8ms^2 \varepsilon_F} \ll k_B T \ll \sqrt{8ms^2 W}$). В этом случае характерная энергия фононов, испускаемых (поглощаемых) поперек колодца, порядка $k_B T$ (неупругие переходы) и гораздо больше той же для фононов вдоль колодца (квазиупругие переходы) (рис. 1, б). Если PA -рассеяние на фононах, распространяющихся поперек колодца, не запрещено симметрией, то именно взаимодействием с этими акустическими колебаниями и определяется энергетическая релаксация $2D$ -электронов. При этом релаксационные характеристики $2D$ -газа Ферми можно представить в виде

$$Q = a \frac{k_B T}{\tau_0} F_0^- \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{k_B T} \right), \quad \langle Q \rangle = \zeta(2) a \frac{1}{\tau_0} \frac{(k_B T)^2}{\varepsilon_F} \left(\frac{T_e^2}{T^2} - 1 \right), \quad (5a)$$

где F_0^- определено выражением (П. 7). Для невырожденного газа Больцмана эту функцию следует заменить на

$$F_0^- \rightarrow \frac{\varepsilon}{k_B T} - \int_{\varepsilon/k_B T}^{\infty} dy \frac{1}{e^y - 1} = \ln \left[\exp \left(\frac{\varepsilon}{k_B T} \right) - 1 \right], \quad (5б)$$

а для мощности энергетических потерь имеет место выражение

$$\langle Q \rangle = a \frac{k_B T}{\tau_0} \left[\frac{T_e}{T} - \int_0^{\infty} \frac{1 - |\exp(-\frac{T}{T_e} y)|}{|e^y - 1|} dy \right], \quad (5в)$$

которое в случаях сильного и слабого разогрева «выходит» на асимптотики: $\langle Q \rangle = ak_B T_e / \tau_0$, $\langle Q \rangle = \zeta(2) ak_B (T_e - T) / \tau_0$. Коэффициент $a=1$ в формулах (5) в модели PA -изотропии и $a=4/3s_T/s$ для $2D$ -канала (111) [ср. (3б) при $q_{\perp} \gg q_{\parallel}$].

В $2D$ -канале (001) PA -взаимодействие с фононами, распространяющимися строго перпендикулярно колодцу, запрещено симметрией [ср. (3а)]. Поэтому релаксация в этой системе определяется квазиупругими переходами $q_{\perp} \sim q_{\parallel}$ (область выделена штрихами на рис. 1, б) и релаксационные характеристики с точностью до числовых множителей повторяют обычные выражения для случая $3D$:

$$Q = a \frac{\sqrt{2ms_T^2 \varepsilon_F}}{\tau_0} \operatorname{th} \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{2k_B T}, \quad \langle Q \rangle = \frac{p}{2} a \frac{k_B T}{\tau_0} \sqrt{\frac{2ms_T^2}{\varepsilon_F}} \left(\frac{T_e}{T} - 1 \right), \quad (6a)$$

$$Q = a \frac{\sqrt{2ms_T^2 \varepsilon}}{\tau_0} \left(1 - \frac{k_B T}{(4-p)\varepsilon} \right), \quad \langle Q \rangle = b \frac{\sqrt{2ms_T^2 k_B T_e}}{\tau_0} \left(1 - \frac{T}{T_e} \right), \quad (6б)$$

где $p=2$, $b=\sqrt{\pi}a/2$, $a=9/2$ (для $3D$ -электронов: $p=3$, $b=2a/\sqrt{\pi}$; $a=1$ в модели PA -изотропии, $a=4/5$ для кристаллов T_d). Формулы (6а) относятся к газу Ферми, (6б) — к газу Больцмана.

3. Область высоких температур ($k_B T \gg \sqrt{8ms_T^2 W}$). Энергетическая релаксация $2D$ -электронов в модели PA -изотропии и в канале (111), как и в предыдущем случае, определяется испусканием (поглощением) фононов поперек колодца. Релаксационные характеристики имеют вид

$$Q = a I_0 \frac{\sqrt{2ms_T^2 W}}{\tau_0} \operatorname{th} \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{2k_B T}, \quad \langle Q \rangle = a I_0 \frac{\sqrt{2ms_T^2 W}}{\tau_0} \frac{k_B T}{\varepsilon_F} \left(\frac{T_e}{T} - 1 \right), \quad (7a)$$

$$Q = \frac{4}{3} a \frac{\sqrt{2ms_T^2 W}}{\tau_0} \left[\int_0^{\varepsilon} dx Z(x) - \tilde{T} \int_{\varepsilon}^{\infty} dx \frac{1}{x} Z(x) \right], \quad \langle Q \rangle = a I_0 \frac{\sqrt{2ms_T^2 W}}{\tau_0} \left(1 - \frac{T}{T_e} \right). \quad (7б)$$

Формулы (7а) относятся к $2D$ -газу Ферми, (7б) — к газу Больцмана. В модели PA -изотропии $a=3/2$, а для канала (111) $a=2$. Коэффициент I_0 определяется профилем квантового колодца

$$I_0 \equiv \frac{4}{3} \int_0^{\infty} dx Z(x).$$

Для прямоугольной, бесконечно глубокой ямы $I_0=1$ (при этом d — ширина ямы), для инверсионного слоя $I_0=3/8$ (при этом $d = \int_0^{\infty} dz z \varphi_0^2(z)$, $\varphi_0(z)$ — вариационная функция Говарда). В первом из выражений (7б) энергия и температура

измеряются в единицах $\sqrt{8ms_T^2 W}$ [в единицах $\sqrt{8ms^2 W}$ для канала (111)]: $\varepsilon \equiv \varepsilon/\sqrt{8ms_T^2 W}$, $\tilde{T} \equiv k_B T/\sqrt{8ms_T^2 W}$.

Для $2D$ -газа Больцмана скорость энергетических потерь пробной частицы меняет свой знак не при тепловой энергии $\varepsilon \sim k_B T$, а при гораздо меньшей (как и в случае DA -взаимодействия [6]). Поэтому в основной области тепловых электронов Q определяется спонтанным испусканием фононов по формуле

$$Q = a I_0 \frac{\sqrt{2ms_T^2 W}}{\tau_0},$$

которая была получена ранее в работе [4].

В рассматриваемой области характерная потеря энергии $2D$ -электрона $\sqrt{8ms_T^2 W}$ гораздо меньше $k_B T$, переходы квазиупругие. С другой стороны, она гораздо больше соответствующей потери $\sqrt{8ms_x^2 \varepsilon}$ для $3D$ -газа, что приводит к более быстрой энергетической релаксации $2D$ -электронов по сравнению со случаем $3D$ [ср. формулы (7) и (6)].

В двумерном канале (001) релаксация энергии, как и в области частичной неупругости, определяется взаимодействием с фононами, для которых $q_{\perp} \sim q_1$, и приведенные ранее выражения (6) остаются в силе.

4. Область сильного экранирования. Следуя работе [7], будем предполагать, что средняя кинетическая энергия электронов гораздо больше характерной энергии кулоновского взаимодействия: $\varepsilon_F \gg \varepsilon_B$, где ε_B — эффективная энергия Бора. Тогда сильное экранирование имеет место при условиях $k_B T \ll \sqrt{8ms_T^2 \varepsilon_B}$ и $k_B T \ll \sqrt{8ms_T^2 \sqrt{\varepsilon_F \varepsilon_B} / \pi}$ для $2D$ - и $3D$ -электронов соответственно [7], т. е. в низкотемпературной части области малоуглового рассеяния. При этом релаксационные характеристики можно представить в виде

$$Q = a \frac{\sqrt{2ms_F^2 \varepsilon_F}}{\tau_0} \frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_B} \left(\frac{k_B T}{\sqrt{2ms_F^2 \varepsilon_F}} \right)^{2p} F_{2p-1} \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{k_B T} \right), \quad (8a)$$

$$\langle Q \rangle = \frac{p}{2} \zeta(2p+1) (2p)! a \frac{2ms_F^2}{\tau_0} \frac{\varepsilon_F}{\varepsilon_B} \left(\frac{k_B T}{\sqrt{2ms_F^2 \varepsilon_F}} \right)^{2p+1} \left(\frac{T_e^{2p+1}}{T^{2p+1}} - 1 \right), \quad (8б)$$

где для случая $3D$ $p=3$, $a = 1/2 (\pi/4)^2$ в модели PA -изотропии, $a = 1/4 (\pi/4)^2 \times \frac{32}{35} \left[1 + \frac{3}{4} (s_T/s)^6 \right]$ в кристаллах класса T_d ; для случая $2D$ $p=2$, коэффициент a равен

$$\frac{1}{16}, \frac{1}{32} \frac{59}{64} \left[1 + \frac{45}{59} \left(\frac{s_T}{s} \right)^4 \right], \frac{1}{32} \frac{11}{12} \left[1 + \frac{8}{11} \left(\frac{s_T}{s} \right)^4 \right]$$

в модели PA -изотропии, в каналах (001) и (111) соответственно.

Выражение $\langle Q \rangle$ для $2D$ -канала (001) было получено ранее в работе Прайса [3]. Оно отличается от приведенного выше выражения (8б) множителем $\zeta(5)/2$ (по-видимому, это результат опечатки в [3]).

5. *Энергетическая релаксация электронов в двумерном канале (001) GaAs.* В этой наиболее популярной $2D$ -системе обычно исследуется вырожденный газ носителей заряда в условиях, когда он почти полностью «заливает» первую подзону размерного квантования, т. е. при $\varepsilon_F \ll W$.

В области $k_B T \ll \sqrt{8ms_F^2 \varepsilon_F}$ мощность энергетических потерь за счет PA -рассеяния определяется выражением (4), которое перепишем в виде

$$\langle Q \rangle = b_1 Q_1 \left(\frac{k_B T}{\sqrt{2ms_F^2 \varepsilon_F}} \right)^3 \left(\frac{T_e^3}{T^3} - 1 \right), \quad Q_1 \equiv \frac{2ms_F^2}{\tau_0}, \quad b_1 \equiv \frac{\zeta(3)}{2} \frac{13}{16} \left[1 + \frac{9}{13} \left(\frac{s_T}{s} \right)^2 \right]. \quad (9a)$$

В случае DA -рассеяния соответствующее выражение имеет вид [6]

$$\langle Q \rangle = b_2 Q_2 \left(\frac{k_B T}{2ms^2} \right)^2 \left(\frac{k_B T}{\sqrt{2ms^2 \varepsilon_F}} \right)^3 \left(\frac{T_e^5}{T^5} - 1 \right), \quad Q_2 \equiv \frac{2ms^2}{l_0/s}, \quad b_2 = 12 \zeta(5), \quad (9б)$$

где $l_0 \equiv \pi \hbar^4 \rho / 2m^3 E_1^2$, E_1 — константа деформационного взаимодействия.

Если ε_F порядка W , то в области $k_B T \gg \sqrt{8ms_F^2 \varepsilon_F}$ пользоваться формулами (6a) и соответствующими формулами для DA -рассеяния [6] нельзя, так как они получены в предположении $\varepsilon_F \ll W$. Однако в случае DA -взаимодействия вырожденного газа Ферми можно получить выражение для $\langle Q \rangle$ при произвольном соотношении между ε_F и W в условиях, когда $k_B T \gg \sqrt{8ms_F^2 \varepsilon_F}$, $\sqrt{8ms_F^2 W}$,

$$\langle Q \rangle = b_4 Q_2 \frac{k_B T \sqrt{\varepsilon_F}}{(2ms^2)^{1/2}} \left(\frac{T_e}{T} - 1 \right), \quad b_4 = 2I_2 \left(\frac{W}{\varepsilon_F} \right)^{3/2} + 3l_0 \sqrt{\frac{W}{\varepsilon_F}}, \quad I_2 \equiv 4 \int_0^\infty dx x^2 Z(x). \quad (10a)$$

В случае PA -взаимодействия соответствующее выражение можно представить в виде

$$\langle Q \rangle = b_3 Q_1 \frac{k_B T}{\sqrt{2ms_F^2 \varepsilon_F}} \left(\frac{T_e}{T} - 1 \right), \quad b_3 = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dx Z \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_F}{W}} x \right) \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} \frac{y^4 + 8y^2 x^2}{(y^2 + x^2)^2}. \quad (10б)$$

Зависимость $b_3 (\sqrt{\varepsilon_F/W})$ приведена на рис. 2. При ее вычислении использована вариационная функция Говарда для основного состояния размерного квантования. В этом приближении $I_0 = 3/8$, $I_2 = 3^3 \cdot 2^{-5} \pi^{-2}$, а ширина локализации электрона связана с концентрацией электронов известным [9] соотношением

$$d = \left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 \frac{a_B}{\pi N^*} \right]^{1/3}, \quad N^* = N_{depl} + \frac{11}{32} n, \quad a_B = \frac{\hbar^2 \varepsilon}{e^2 m},$$

κ — статическая диэлектрическая проницаемость. Полагая $N_{depl} = 0$, можно связать W с энергией Ферми соотношением $W = \pi^2 (11/36)^{2/3} \varepsilon_F (\varepsilon_B/\varepsilon_F)^{1/3}$. Поэтому

функцию $b_3(\sqrt{\varepsilon_F/W})$ можно представить как $b_3(n)$; она приведена на вставке к рис. 2.⁴

Зависимости (9), (10) $\langle Q \rangle$ от электронной температуры в условиях сильного разогрева показаны штрихами на рис. 3. Полная мощность энергетических потерь в области малоуглового рассеяния определяется РА-взаимодействием из-за более слабой характерной зависимости $\langle Q \rangle^{PA} \sim T_e^3$ по сравнению

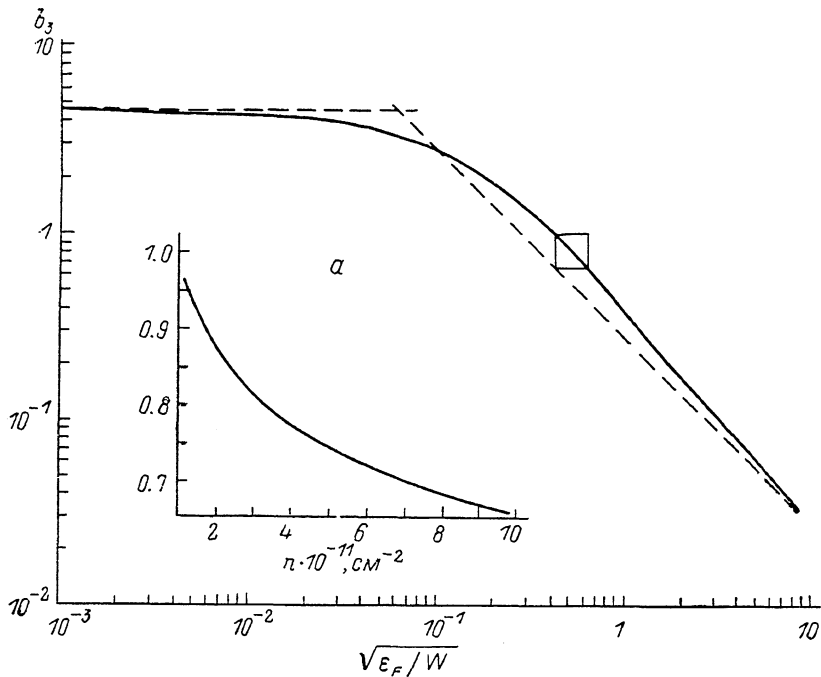


Рис. 2. Зависимость коэффициента b_3 от $\sqrt{\varepsilon_F/W}$ и концентрации двумерных электронов (а).

Штриховые линии — асимптотические выражения $b_3 = 9/2$ и $b_3 = 3/4I_0 \sqrt{W/\varepsilon_F}$.

с $\langle Q \rangle^{DA} \sim T_e^5$. Поэтому для оценок полной мощности $\langle Q \rangle$ в переходной области можно пользоваться интерполяционной формулой

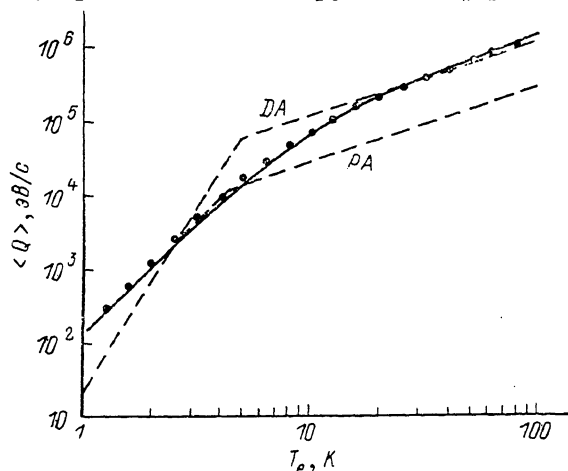
$$\langle Q \rangle = \frac{b_1 Q_1 \tilde{T}_e^3}{1 + A \tilde{T}_e^2}, \quad \tilde{T}_e \equiv \frac{k_B^* T_e}{\sqrt{2m s_T^2 \varepsilon_F}}, \quad A \equiv b_1 Q_1 \left[b_4 Q_2 \frac{s_T}{s_1} \frac{\varepsilon_F}{2m s^2} + b_3 Q_1 \right]^{-1}, \quad (11)$$

которая при увеличении температуры «переводит» выражение (9а) в выражение для суммарной мощности $\langle Q \rangle = \langle Q \rangle^{DA} + \langle Q \rangle^{PA}$, соответствующее сумме (10а) и (10б). Выражение (11) с погрешностью до 25 % согласуется с результатами машинного вычисления (точки на рис. 3) полной мощности $\langle Q \rangle$ по формуле (П. 4) Приложения для РА-взаимодействия и по соответствующей формуле для DA-взаимодействия.

На рис. 4 представлены экспериментальные [1, 10-12] зависимости $\langle Q \rangle$ от T_e для 2D-канала (001) GaAs. Как установлено в [12], в области $T_e \geq 50$ К энергетическая релаксация определяется взаимодействием с оптическими фононами [штриховая линия на рис. 4 соответствует характерной зависимости $\langle Q \rangle \sim \exp(-\hbar \omega_0/k_B T_e)$, $\hbar \omega_0 = 36.8$ мэВ]. При меньших температурах энергетическая релаксация в рассматриваемой системе определяется взаимодействием с акустическими фононами и формула (11) (сплошные кривые) удовлетворительно описывает экспериментальные данные (резкое отклонение экспериментальных данных от теоретических кривых при уменьшении T_e связано с нарушением условия сильного разогрева: $T_e \gg T$). Как видно из рис. 3, 4, в области

⁴ Используются следующие значения параметров для GaAs: $m = 0.07 m_e$, $\chi = 12.8$, $\rho = 5.31$ г/см³, $h_{14} = 1.2 \cdot 10^7$ В/см, $E_1 = 7$ эВ, $s_T = 0.59$ с, $s = 5.14 \cdot 10^5$ см/с.

$T_e \ll 10$ К имеет место приближенная теоретическая зависимость $\langle Q \rangle \sim T_e^3$, которая определяется PA -рассеянием и «симулирует» DA -рассеяние. При дальнейшем уменьшении температуры ($T_e \ll 2$ К) перераспределение носителей заряда, сопровождающее акустическую волну, приводит к экранированию электрон-фононного взаимодействия. При этом PA -рассеяние, которое приводит к зависимости $\langle Q \rangle^{PA} \sim T_e^5$ (штрихпунктирные прямые на рис. 4), уже с «уверенностью» доминирует над деформационным ($\langle Q \rangle^{DA} \sim T_e^3$). Характерная



зависимость мощности энергетических потерь $\langle Q \rangle = C(T_e^5 - T_e^3)$ в области температур $T_e < 1$ К наблюдалась в работе [2] при пропускании тока вдоль пятидесяти $2D$ -каналов (001) GaAs. Если предположить, что ток

Рис. 3. Зависимость мощности энергетических потерь двумерных электронов (001) GaAs (в расчете на один электрон при $n = 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$) от электронной температуры в условиях сильного разогрева.

Штриховые линии — предельные выражения (9), (10), сплошная — интерполяционная формула (11), точки — результаты машинного вычисления.

в исследованных образцах равномерно распределялся по всем $2D$ -каналам, то, согласно [2], $C \approx 2 \text{ эВ/с} \cdot \text{К}^5$ (при $n = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$). Хотя это значение коэффициента отличается от теоретического (ср. рис. 4), наблюдаемая характерная зависимость $\langle Q \rangle \sim T_e^5$ является подтверждением предположения [1], что энергетическая релаксация $2D$ -электронов в GaAs при достаточно низких температурах определяется пьезоакустическим рассеянием.

Автор выражает благодарность В. И. Перелю за обсуждение результатов.

Приложение

Вычисление релаксационных характеристик. Скорость энергетических потерь пробной частицы определяется следующим выражением [13]:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} = - \sum_{\mathbf{k}'} (\varepsilon_{\mathbf{k}'} - \varepsilon_{\mathbf{k}}) W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'} \frac{1 - f(\varepsilon_{\mathbf{k}'})}{1 - f(\varepsilon_{\mathbf{k}})}, \quad W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'} = \sum_{\mathbf{q}, \lambda} (W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'}^{\text{исп } \mathbf{q}} + W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'}^{\text{полг } \mathbf{q}}), \quad (\text{II. 1})$$

где f — равновесная функция распределения.

Выражение для мощности энергетических потерь в расчете на один электрон в приближении электронной температуры имеет вид

$$\langle Q \rangle = - \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} (\varepsilon_{\mathbf{k}'} - \varepsilon_{\mathbf{k}}) W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'} f_{T_e}(\varepsilon_{\mathbf{k}}) [1 - f_{T_e}(\varepsilon_{\mathbf{k}'})], \quad (\text{II. 2})$$

где N — полное число носителей заряда, f_{T_e} — функция распределения Ферми с электронной температурой. Используя определенную симметрию вероятностей перехода (2) относительно индексов \mathbf{k} и \mathbf{k}' для поглощения и испускания фонона, последнее выражение можно преобразовать к виду

$$\langle Q \rangle = \frac{1}{n} \int_0^\infty d\varepsilon g \sum_{\mathbf{k}', \mathbf{q}, \lambda} \hbar s_{\lambda} q W_{\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'}^{\text{исп } \mathbf{q}} \frac{A_{\mathbf{a}r}^{\lambda}}{A^{\lambda}} f_{T_e}(\varepsilon) \times \\ \times [1 - f_{T_e}(\varepsilon - \hbar s_{\lambda} q)] \left[1 - \exp\left(-\frac{\hbar s_{\lambda} q}{k_B T_e} - \frac{\hbar s_{\lambda} q}{k_B T}\right) \right], \quad (\text{II. 3})$$

где n — концентрация электронов, g — плотность состояний.

1. Газ Ферми. Проводя в (П. 1), (П. 3) суммирование по k' , пренебрегая энергией фонона в законе сохранения энергии и проинтегрировав по углам между k и q , (между k и q в случае $3D$), получим следующие выражения

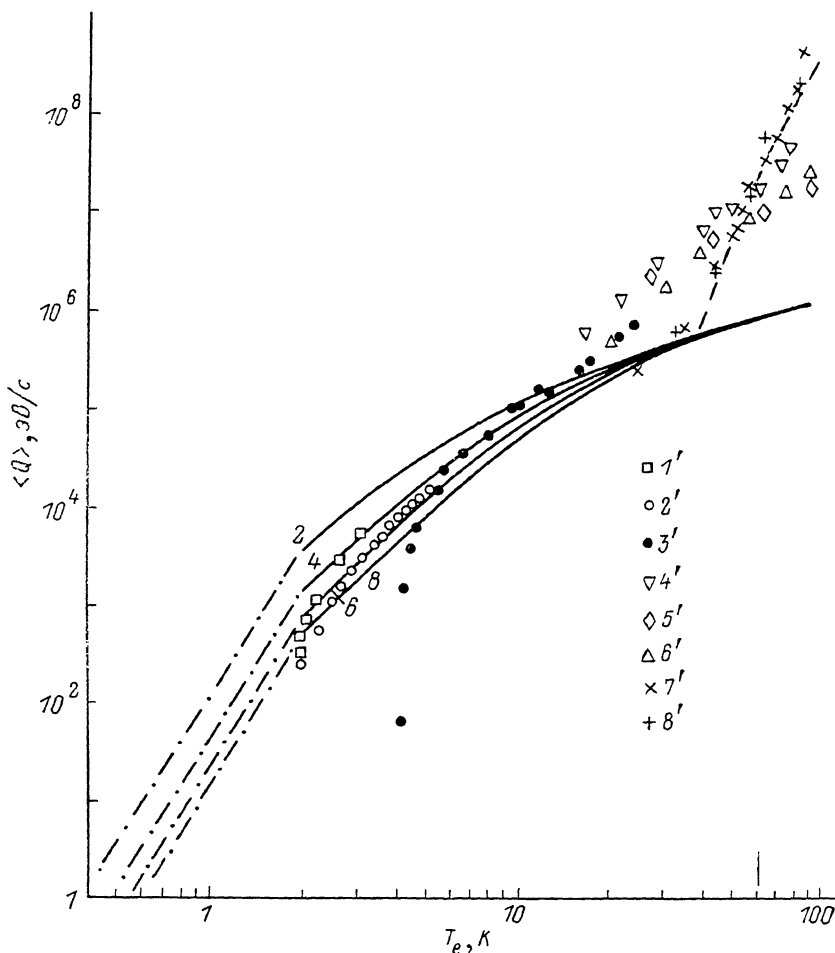


Рис. 4. Зависимость мощности энергетических потерь двумерных электронов (001) GaAs от электронной температуры.

Точки — экспериментальные данные. $T, \text{К}$: 1' — 1.86, 2' — 1.86, 3' — 6' — 4.2, 7' — 8' — $2 \cdot n \cdot 10^{-11} \text{ см}^{-3}$: 1' — 7.8, 2' — 6.75, 3' — 2.1 — 8.1, 4' — 8.7, 5' — 3.8, 6' — 2.4, 7' — 7, 8' — 3.9. Данные работ: 1', 2' — [1], 3' — [10], 4' — 6' — [11], 7', 8' — [12]. Сплошные кривые проведены по интерполяционной формуле (11). Их номера соответствуют концентрациям 2D-электронов в ед. 10^{11} см^{-2} . Штрихпунктир — $\langle Q \rangle$ в условиях сильного экранирования (86). Теоретические кривые соответствуют условиям сильного разогрева.

для $\langle Q \rangle$ и для усредненной по направлениям k скорости энергетических потерь пробной частицы Q :

$$\langle Q \rangle = \frac{p}{2} \sum_{\lambda} \frac{2ms_{\lambda}^2}{\tau_0} \frac{1}{k_F^3} \int_0^{q_{\max}} dq q^2 \left[\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar s_{\lambda} q}{k_B T_e}\right) - 1} - \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar s_{\lambda} q}{k_B T}\right) - 1} \right] \Phi^{\lambda}, \quad (\text{П. 4})$$

$$Q = \sum_{\lambda} \frac{\sqrt{2ms_{\lambda}^2 \varepsilon_F}}{\tau_0} \frac{1}{k_F^2} \int_0^{q_{\max}} dq q \varphi \Phi^{\lambda}, \quad \varphi_{-} \equiv (1 + N_q) \frac{1 - f(\varepsilon - \hbar s_{\lambda} q)}{1 - f(\varepsilon)} - N_q \frac{1 - f(\varepsilon + \hbar s_{\lambda} q)}{1 - f(\varepsilon)}, \quad (\text{П. 5})$$

где в случае $3D$ $p=3$, $q_{\max}=2k_F$, $\Phi^{\lambda}=1/2 A_{av}^{\lambda}$, а в случае $2D$ $p=2$, $q_{\max}=\infty$,

$$\Phi^{\lambda} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_{\max}} d\varphi \frac{Z \left(\frac{qd}{2\pi} \cos \varphi \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{q}{2k_F} \right)^2 \sin^2 \varphi}} A_{av}^{\lambda}. \quad (\text{П. 6})$$

Здесь φ — полярный угол в плоскости $(q_{\perp}, q_{\parallel})$, $\varphi_{\max} = \pi/2$ при $q < 2k_F$, $\varphi_{\max} = \arcsin(2k_F/q)$ при $q > 2k_F$.

а) В области малоуглового рассеяния радикал в (П. 6) можно заменить на единицу, так как $q/2k_F \sim k_B T / \sqrt{8ms^2 \epsilon_F} \ll 1$. Тогда функции Φ^{λ} являются лишь множителями (поскольку $Z \simeq 1$), и для Q получаем формулу (4), где

$$F_n^-(x) = \int_0^{\infty} dy y^n \varphi_-, \quad y \equiv \frac{\hbar s_{\lambda} q}{k_B T}, \quad x \equiv \frac{\epsilon - \epsilon_F}{k_B T}, \quad (\text{П. 7})$$

а используя то, что

$$\int_0^{\infty} dy y^n (\epsilon y - 1)^{-1} = \Gamma(n+1) \zeta(n+1),$$

— формулу (4) для $\langle Q \rangle$.

б) В области частичной неупругости Z в (П. 6) можно по-прежнему заменить на 1. Если доминируют неупругие переходы, то $q/2k_F \sim k_B T / \sqrt{8ms^2 \epsilon_F} \gg 1$ и интеграл (П. 6) определяется малыми значениями φ , где $\sin \varphi \simeq \varphi$.

В результате $\Phi = ak_F/q$ и дальнейшее интегрирование по формулам (П. 4)_x (П. 5) приводит к выражениям (5а). Если доминируют квазиупругие переходы, то, используя асимптотику φ_- , при малых $\hbar s_{\lambda} q \ll k_B T$ получим

$$\varphi_- \simeq \text{th}(x/2) \quad (\text{П. 8})$$

и соответствующую асимптотику для функции распределения фононов в (П. 5)_x (П. 6), а также, изменив порядок интегрирования в (П. 4)—(П. 6), получим формулы (6а).

в) В области высоких температур переходы квазиупругие, поэтому имеет место выражение (П. 8) для φ_- . Если доминирует PA -взаимодействие с фононами, распространяющимися поперек колодца, то, полагая в формуле (П. 6) $\sin \varphi \simeq \varphi$, $\cos \varphi \simeq 1$ и проведя интегрирование, получим $\Phi = a(k_F/q) Z(qd/2\pi)$. Дальнейшее интегрирование по формулам (П. 4), (П. 5) приводит к выражениям (7а).

г) В области сильного экранирования подынтегральные выражения в (П. 4)—(П. 6) следует умножить на $(q^{\lambda}, \sin \varphi)^2$ для $2D$ - и на $(q^{\lambda_s})^4$ для $3D$ -электронов, где λ_s — соответствующие длины экранирования Томаса—Ферми (см. подробнее [7]):

$$\lambda_s = \frac{a_B}{2} = \frac{\hbar |}{2\sqrt{2m\epsilon_B}}, \quad \lambda_s^2 = \frac{\pi \hbar^2}{8m\sqrt{\epsilon_x \epsilon_B}}. \quad (\text{П. 9})$$

Используя те же приближения, что и при вычислении Q и $\langle Q \rangle$ в области малоуглового рассеяния, получим формулы (8).

2. Г а з Б о л ь ц м а н а. В выражении (П. 1) в этом случае можно положить $f=0$. Если доминирует взаимодействие с фононами, для которых $q_{\perp} \gg q_{\parallel}$ (т. е. множители A_{av}^{λ} при $q_{\perp} \gg q_{\parallel}$ не содержат малости), то, просуммировав в (П. 1) по k' , последующее интегрирование по d^3q можно провести по следующей схеме: используя неравенство $q_{\perp} \gg q_{\parallel}$, в подынтегральном выражении q за-

менить на q_{\perp} , «убрать» δ -функции интегрированием по q_{\parallel} и проинтегрировать по углам между q_{\parallel} и k . В результате получим

$$Q = \sum_{\lambda} \frac{\hbar s_{\lambda}}{v_0} \left[\int_0^{\varepsilon/\hbar s_{\lambda}} dq_{\perp} Z\left(\frac{p_{\perp} d}{2\pi}\right) - \int_{\varepsilon/\hbar s_{\lambda}}^{\infty} dq_{\perp} Z\left(\frac{q_{\perp} d}{2\pi}\right) N_{q_{\perp}} \right] A_{\hat{g}_v}^{\lambda}. \quad (\text{П. 10})$$

(В эту формулу входят асимптотические выражения для A_{av}^{λ} при $q_{\perp} \gg q_{\parallel}$). Мощность энергетических потерь газа Больцмана равна усредненной с функцией f_{T_e} скорости энергетических потерь пробной частицы (П. 10) [ср. (П. 2)].

В области частичной неупругости функцию Z в (П. 10) можно заменить на 1. В результате получим выражения (5б), (5в). В области высоких температур, используя асимптотическое выражение $N_{q_{\perp}} \simeq k_B T / \hbar s_{\lambda} q_{\perp}$, получим формулы (7б).

Л и т е р а т у р а

- [1] Блюмина М. Г., Денисов А. Г., Полянская Т. А., Савельев И. Г., Сеничкин А. П., Шмарцев Ю. В. Энергетическая релаксация двумерных электронов на гетерогранице AlGaAs/GaAs. — Письма ЖЭТФ, 1986, т. 44, в. 5, с. 257—260.
- [2] Wennberg A. K. M., Ytterboe S. N., Gould C. M., Bozler H. M., Klem J., Morkos H. — Phys. Rev. B, 1986, v. 34, N 6, p. 4409—4411.
- [3] Price P. J. — J. Appl. Phys., 1982, v. 53, N 10, p. 6863—6866.
- [4] Есипов С. Э., Левинсон И. Б. Электронная температура в двумерном газе. Потери энергии на оптических фононах. — ЖЭТФ, 1986, т. 90, в. 1, с. 330—345.
- [5] Xie Y. H., People R., Bean J. C., Wecht K. W. — Appl. Phys. Lett., 1986, v. 49, N 5, p. 283—285.
- [6] Карпус В. Энергетическая и импульсная релаксация двумерных носителей заряда при взаимодействии с деформационными акустическими фононами. — ФТП, 1986, т. 20, в. 1, с. 12—19.
- [7] Карпус В. О подвижности двумерных носителей заряда при пьезоакустическом рассеянии. — ФТП, 1987, т. 21, в. 11, с. 1949—1956.
- [8] Коган Ш. М. К теории горячих электронов в полупроводниках. — ФТТ, 1962, т. 4, в. 9, с. 2474—2484.
- [9] Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985. 415 с.
- [10] Sakaki H., Hirakawa K., Yoshino J., Svensson S. P., Sekiguchi Y., Hotta T., Nishii S. — Surf. Sci., 1984, v. 142, N 1/3, p. 306—313; Hirakawa K., Sakaki H. — Appl. Phys. Lett., 1986, v. 49, N 14, p. 889—891.
- [11] Höpfel R. A., Weimann G. — Appl. Phys. Lett., 1985, v. 46, N 3, p. 291—293.
- [12] Shah J., Pinczuk A., Störmer H. L., Gossard A. C., Wiegmann W. — Appl. Phys. Lett., 1983, v. 42, N 1, p. 55—57; Shah J., Pinczuk A., Gossard A. C., Wiegmann W. — Phys. Rev. Lett., 1985, v. 54, N 18, p. 2045—2048.
- [13] Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М., 1984. 350 с.

Институт физики полупроводников
АН ЛитССР
Вильнюс

Получена 5.06.1987
Принята к печати 21.07.1987