свидетельствует и тот факт, что МВ не имеет особенности в области аномального рассеяния, так как она не связана с процессами переноса заряда.

Нами проведены исследования однородности образцов с помощью оже-микрозонда ДЖАМЦ-10С при комнатной температуре. Неоднородности состава по сере составляют ~ 60 %. В таких неоднородных системах взаимодействие между диполями обусловливает переход в состояние дипольного стекла и не связано с перестройкой зонного спектра.

Рост парамагнетизма при $T \leqslant 40$ K (рис. 1) можно связать с дипольными примесями (нецентральными атомами серы), которые поляризуют решетку [12] и увеличивают парамагнетизм Ван-Флека. Следует отметить сильную неустойчивость амплитуды и ширины пика α в области аномального рассеяния.

Таким образом, имеющиеся в нашем распоряжении экспериментальные факты свидетельствуют в пользу того, что аномалии α и МВ в $PbTe_{0.95}S_{0.05}$ обязаны диполь-дипольному взаимодействию, возникающему вследствие нецентральности иона серы. При $T \leqslant 40$ K образуется фаза дипольного стекла.

Литература

[1] Harman T., Melngailis J. — In: Appl. Sol. St. Sci. / Ed. by R. Wolfe, N. Jersey. USA, 1974, p. 1.
[2] Lashkarev G. V., Migley D. F., Shevchenko A. O. — Phys. St. Sol. (b), 1974, v. 63, p. 663.
[3] Лашкарев Г. В., Радченко М. В., Орлецкий В. Б., Слынько Е. И., Старик П. И. — ФТП, 1980, т. 14, в. 3, с. 490—495.
[4] Демин В. П., Букреева И. Г., Гаськов А. М., Зломанов В. П., Новоселов А. В. — Изв. АН СССР, Неорг. матер., 1986, т. 22, в. 1, с. 33—35.
[5] Богданов А. А. — В кн.: Тез. докл. VII Всес. конф. по методам получения и анализа высокочистых веществ. Горький, 1985, с. 25.
[6] Абдуллин Х. А., Лебедев А. И., Гаськов А. М., Демин В. Н., Зломанов В. П. — Письма ЖЭТФ, 1984, т. 40, в. 6, с. 229—231.
[7] Абдуллин Х. А., Демин В. Н., Лебедев А. И. — ФТТ, 1986, т. 28, в. 4, с. 1020—1025.
[8] Вугмейстер Б. Е., Глинчук К. Д. — УФН, 1985, т. 146, в. 3, с. 459—493.
[9] Фальковский Л. А., Бродовой А. В., Лашкарев Г. В. — ЖЭТФ, 1981, т. 80, в. 1, с. 334—348.
[10] Багинский В. М., Кикодзе Р. О., Лашкарев Г. В., Радченко М. В. — Препринт ИФ АН УССР, № 16. Киев, 1978. 16 с.
[11] Lashkarev G. V., Baginski V. M., Kikodze R. O., Radchenko M. V. — In: Physics of Semiconductors. Conf. Ser. N 43 / Ed. by B. Wilson. Brislot—London, p. 596—600.
[12] Коренблит И. Я., Шендер Е. Ф. Спиновые стекла. М., 1984. 264 с.

Институт проблем материаловедения
АН УССР
Киев

Получено 5.08.1987
Принято к печати 16.11.1987

ФТП, том 22, вып. 4, 1988

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В СВЕРХРЕШЕТКЕ МНОГОДОЛИННОГО ПОЛУПРОВОДНИКА, ОБРАЗОВАННОЙ КОГЕРЕНТНЫМИ ВОЛНАМИ

Дыкман И. М., Томчук П. М.

В предыдущей работе [1] рассматривался многодолинный полупроводник донорного типа с практически полностью ионизованными при температуре T_0 донорными уровнями. Было показано, что освещение такого полупроводника когерентными лучами с частотой ω, меньшей $\varepsilon_g/\hbar$ (ε_g — ширина запрещенной зоны), но много большей $T_0/\hbar$, не изменяя средней концентрации электронов проводимости (задаваемой равномерно распределенной концентрацией доноров), нагревает их и перераспределяет по объему и между долинами. При таком перераспределении образуются весьма совершенные сверхрешетки электронной концентрации и электронной температуры. Характерной особенностью этих сверхрешеток оказывается различие электронных концентраций и температур в отдельных долинах при общей локальной нейтральности (или в более общем случае — квазинейтральности) полупроводника. Здесь в отличие от однодолинного донорного полупроводника именно квазинейтральность ослабляет влияние кулоновского взаимодействия электронов с закрепленными донорными центрами и не препятствует даже значительным пространственным модуляциям электронных концентраций в отдельных долинах.

Как и в работе [1], ограничимся примером германия, внутри которого распространяются две симметрично ориентированные когерентные волны, электрический вектор **E** которых параллелен кристаллографическому направлению [110]. При таком направлении **E** в полупроводнике Ge образуются сверхрешетки с двумя парами эквивалентных долин. Оси вращения эллипсоидов энергии электронов первой пары параллельны кристаллографическим направлениям $\pm[111]$ и $\pm[\bar{1}\bar{1}1]$. Оси вращения эллипсоидов второй пары долин параллельны $\pm[1\bar{1}1]$ и $\pm[\bar{1}11]$. Поле световых волн $\mathbf{E} \parallel [110]$ сильнее разогревает электроны второй пары долин. Поэтому концентрация электронов окажется большей в более холодных долинах, т. е. в долинах, оси которых параллельны $\pm[111]$ и $\pm[\bar{1}\bar{1}1]$.

Когда $\mathbf{E} \parallel [110]$, волновые векторы k когерентных лучей параллельны плоскости $x+y=0$ при выборе координатных осей вдоль кристаллографических осей Ge четвертого порядка. Примем для конкретизации расчета, что сумма волновых векторов указанных волн направлена параллельно линии пересечения этой плоскости с плоскостью $z=0$. Очевидно, градиент электронной концентрации и электронной температуры в каждой из долин тоже будет направлен вдоль этой линии. Обозначим ее линией η.

Значения концентрации электронов в каждой из долин определяются достаточно сложной зависимостью от координаты η. В работе [1] эта зависимость представлена графически. Здесь мы, однако, для получения аналитических выражений, достаточных для выяснения качественных особенностей, связанных с образованием сверхрешеток указанного типа, аппроксимируем эти зависимости следующим образом:

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{n}{2}\left\{0.75 - \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{4}(1-2\alpha)\cos\beta\eta\right\}, \\ n_2 &= \frac{n}{2}\left\{0.25 + \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{4}(1-2\alpha)\cos\beta\eta\right\}, \end{aligned} \tag{1}$$

где n_1 — концентрация электронов в каждой из первой пары долин (т. е. долин $\pm[111]$, $\pm[\bar{1}\bar{1}1]$), n_2 — концентрация электронов во второй паре.

Аппроксимация (1) точно соответствует нейтральности полупроводника в каждой точке его объема $\left[n = \sum_{i=1}^{4} n_i(\eta)\right.$ — концентрации ионизованных донорных центров$\left.\right]$ и точной периодичности сверхрешеток, поскольку параметр β задается волновыми векторами когерентных волн.[1] Параметр α зависит от амплитуд этих волн. В каждом конкретном случае он может быть выбран так, чтобы погрешности n_1, n_2 в среднем не превышали 10 %.

Рассмотрим теперь, как сверхрешетки (1) влияют, например, на характер распространения электромагнитных волн, поляризация **E** и частота Ω которых в общем случае отличаются от $\mathcal{E}$, ω. Итак, рассмотрим возможные зависимости от координат амплитуды электромагнитной волны

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0(x, y, z)\, e^{-i\Omega t}, \tag{2}$$

распространяющейся в полупроводнике со сверхрешеткой (1). Эта волна в каждой из долин (s) вызовет электрический ток, плотность которого $\mathbf{j}^{(s)}$

---

[1] Так, если в координатной системе (x, y, z) волновые векторы когерентных волн **E** равны $(k_x, -k_x, k_z)$ и $(k_x, -k_x, -k_z)$, то $\beta = 2^{3/2}k_z$.

в направлениях, параллельном ($j_{\parallel}^{(s)}$) и перпендикулярном ($j_{\perp}^{(s)}$) оси эллипсоида энергии, равна

$$j_{\parallel}^{(s)} = \frac{ie^2 n^{(s)}}{m_{\parallel}\Omega}\left(1 - \frac{i\nu_{\parallel}}{\Omega}\right), \quad j_{\perp}^{(s)} = \frac{ie^2 n^{(s)}}{m_{\perp}\Omega}\left(1 - \frac{i\nu_{\perp}}{\Omega}\right). \tag{3}$$

Здесь $\nu_{\parallel}$, $\nu_{\perp}$ — усредненные частоты столкновений электронов. При актуальных здесь электронных концентрациях $n = 10^{15} \div 10^{16}$ см$^{-3}$ и температурах образцов $T \approx 77$ К (или больше) они определяются в основном лишь взаимодействием электронов проводимости с фононами (главным образом акустическими). В германии $\nu_{\parallel, \perp} \sim 10^{11} \div 10^{12}$ с$^{-1}$ намного меньше рассматриваемых частот $\Omega \geqslant 10^{14}$ с$^{-1}$. Поэтому при реально встречающихся толщинах полупроводника столкновения электронов практически не скажутся на рассматриваемых далее явлениях, и в последующих формулах выражения $\nu_{\parallel}$, $\nu_{\perp}$ будут опущены.[2]

Если просуммировать токи (3) по всем четырем долинам Ge и выразить компоненты тока $\mathbf{j}$ и поля $\mathscr{E}$ в координатной системе x, y, z, связанной с осями симметрии кристалла 4-го порядка, то получим

$$\begin{gathered}
j_x = \frac{ie^2}{3\Omega}\left\{\left(\frac{2}{m_{\perp}} + \frac{1}{m_{\parallel}}\right) n\mathscr{E}_x - 2(n_1 - n_2)\left(\frac{1}{m_{\perp}} - \frac{1}{m_{\parallel}}\right)\mathscr{E}_y\right\}, \\
j_y = \frac{ie^2}{3\Omega}\left\{\left(\frac{2}{m_{\perp}} + \frac{1}{m_{\parallel}}\right) n\mathscr{E}_y - 2(n_1 - n_2)\left(\frac{1}{m_{\perp}} - \frac{1}{m_{\parallel}}\right)\mathscr{E}_x\right\}, \\
j_z = \frac{ie^2}{3\Omega} n\left(\frac{2}{m_{\perp}} + \frac{1}{m_{\parallel}}\right)\mathscr{E}_z.
\end{gathered} \tag{4}$$

Структура сверхрешетки, как видно, явным образом отражается на значениях j_x, j_y и совершенно не сказывается на компоненте j_z. В данном случае это связано с выбором направления поляризации векторов $\mathbf{E}$ когерентных волн. При выборе $\mathbf{E} \parallel [011]$, например, сверхрешетка уже не сказалась бы на значении компоненты j_x.

Подставим выражения (4) в уравнение Максвелла

$$\nabla(\nabla\mathscr{E}) - \frac{\varkappa}{c^2}\frac{\partial^2\mathscr{E}}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}. \tag{5}$$

Целесообразно решать его в более удобной здесь системе ξ, η, z

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{2}}(x + y), \quad \eta = -\frac{1}{\sqrt{2}}(x - y); \quad \mathscr{E}_{\xi} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathscr{E}_x + \mathscr{E}_y), \quad \mathscr{E}_{\eta} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\mathscr{E}_x - \mathscr{E}_y). \tag{6}$$

Формулы (1) и (4)—(6) приводят к следующей системе уравнений:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial^2\mathscr{E}_{\eta}}{\partial\xi\partial\eta} + \frac{\partial^2\mathscr{E}_z}{\partial\xi\partial z} - \frac{\partial^2\mathscr{E}_{\xi}}{\partial\eta^2} - \frac{\partial^2\mathscr{E}_{\xi}}{\partial z^2} + \frac{\varkappa}{c^2}\frac{\partial^2\mathscr{E}_{\xi}}{\partial t^2} + \frac{\varkappa\omega_p^2}{c^2} \times \\
\times\left\{1 - \frac{(1 - 2\alpha)(m_{\parallel} - m_{\perp})}{2(2m_{\parallel} + m_{\perp})}(1 + \cos\beta\eta)\right\}\mathscr{E}_{\xi} = 0, \\
\frac{\partial^2\mathscr{E}_{\xi}}{\partial\xi\partial\eta} + \frac{\partial^2\mathscr{E}_z}{\partial\eta\partial z} - \frac{\partial^2\mathscr{E}_{\eta}}{\partial\xi^2} - \frac{\partial^2\mathscr{E}_{\eta}}{\partial z^2} + \frac{\varkappa}{c^2}\frac{\partial^2\mathscr{E}_{\eta}}{\partial t^2} + \frac{\varkappa\omega_p^2}{c^2} \times \\
\times\left\{1 + \frac{(1 - 2\alpha)(m_{\parallel} - m_{\perp})}{2(2m_{\parallel} + m_{\perp})}(1 + \cos\beta\eta)\right\}\mathscr{E}_{\eta} = 0, \\
\frac{\partial^2\mathscr{E}_{\xi}}{\partial\xi\partial z} + \frac{\partial^2\mathscr{E}_{\eta}}{\partial\eta\partial z} - \frac{\partial^2\mathscr{E}_z}{\partial\xi^2} - \frac{\partial^2\mathscr{E}_z}{\partial\eta^2} + \frac{\varkappa}{c^2}\left(\frac{\partial^2\mathscr{E}_z}{\partial t^2} + \omega_p^2\mathscr{E}_z\right) = 0.
\end{gathered} \tag{7}$$

---

[2] Так, например, для оценки влияния носителей на поглощение света воспользуемся известной формулой коэффициента поглощения $K = (4\pi n e^2 / 3m^2 c\Omega^2 \sqrt{\varkappa})\nu(\hbar\Omega)$ [$\varkappa$ — диэлектрическая постоянная, $\nu(\hbar\Omega)$ — значение частоты столкновений при энергии электронов $\varepsilon = \hbar\Omega$]. При $n = 10^{16}$ см$^{-3}$, $\varkappa = 16$, $\Omega = 10^{14}$ с$^{-1}$ $m = 10^{-28}$ г, $K \approx 1$ см$^{-1}$. Отсюда видно, что поглощением света на электронах практически всегда можно пренебречь.

Мы ввели здесь плазменную частоту ω_p:

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n}{3\varkappa m_\perp}\left(2 + \frac{m_\perp}{m_\parallel}\right). \tag{8}$$

Из возможных решений системы (7) прежде всего можно выделить

$$\mathscr{E}_\xi = \mathscr{E}_\eta = 0, \quad \mathscr{E}_z = C \exp\left[-i\left(\Omega t - k_1 \xi - k_2 \eta\right)\right]; \quad k_1^2 + k_2^2 = k^2 = \frac{\varkappa}{c^2}\left(\Omega^2 - \omega_p^2\right). \tag{9}$$

Решение (9), как видим, описывает обычную электромагнитную волну, распространяющуюся вдоль направления, параллельного плоскости $z=0$. Единственным условием для реализации такой волны является известное условие $\Omega > \omega_p$. Сверхрешетка (1), следовательно, не влияет на электромагнитную волну с поляризацией z.

В дальнейшем нас будет интересовать решение системы (7), в котором проявляется влияние сверхрешетки. Таким решением является, например,

$$\mathscr{E}_\eta = \mathscr{E}_z = 0, \quad \mathscr{E}_\xi = e^{-i(\Omega t - k_1 z)} f(\eta), \tag{10}$$

где функция $f(\eta)$ определяется уравнением

$$\frac{d^2 f}{d\eta_1^2} + (a + 2q \cos 2\eta_1)\, f(\eta_1) = 0, \tag{11}$$

записанном в стандартном виде уравнения Маттье, для чего введены обозначения

$$a = \frac{4\varkappa}{c^2\beta^2}\left\{\Omega^2 - \frac{c^2 k_1^2}{\varkappa} - \omega_p^2\left[1 - \frac{(1-2\alpha)(m_\parallel - m_\perp)}{2(2m_\parallel + m_\perp)}\right]\right\}, \tag{12}$$

$$q = \frac{\varkappa\omega_p^2}{c^2\beta^2}\,\frac{(1-2\alpha)(m_\parallel - m_\perp)}{2m_\parallel + m_\perp}, \quad \eta_1 = \frac{1}{2}\beta\eta. \tag{13}$$

Параметр q в актуальных случаях часто оказывается малым, и поэтому можно воспользоваться приближенным решением уравнения (11)

$$f(\eta_1) \cong C e^{i\sqrt{a}\,\eta_1}, \quad \mathscr{E}_\xi \cong C \exp\left[-i\left(\Omega t - k_1 z - k_2 \eta\right)\right], \quad k_2 = \frac{\beta}{2}\sqrt{a}, \tag{14}$$

описывающим [вместе с (10)] плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся в полупроводнике в положительных направлениях η, z.

При необходимости решение (14) можно далее уточнить методом последовательных приближений, и в таком виде оно будет оправдано во всем диапазоне частот Ω и значений параметра a, кроме некоторых его характеристических значений. Одним из них при $q \ll 1$ является, как известно, значение $a \approx 1$. В этом случае [3] нулевое приближение уравнения (11), как это делается в теории дифракции рентгеновских лучей [2, 3], должно быть изменено. В работе [4] показано, что при $a \approx 1$ достаточно хорошим нулевым приближением уравнения (11) вместо (14) является двухволновая функция

$$f(\eta_1) \cong \left(A e^{i\eta_1} + B e^{-i\eta_1}\right) e^{i\delta\eta_1}, \tag{15}$$

где

$$\delta = \sqrt{\Delta^2 - q^2/4}, \tag{16}$$

а $\Delta = \sqrt{a} - 1$ характеризует отклонение параметра a от единицы и вместе с тем отклонение составляющей волнового вектора k_2 от своего резонансного значения $^1/_2\,\beta$.

В непосредственной близости k_2 к $^1/_2\beta$, когда при $a \approx 1$ будет иметь место неравенство $\Delta^2 < q^2/4$, параметр δ станет мнимым. Функция $f(\eta)$ окажется за-

---

[3] Так, при вышепринятой для оценки частоте 10^{14} с$^{-1}$ и параметре сверхрешетки $\beta = 2.6 \cdot 10^4$ см$^{-1}$ значение $a \approx 1$ достигается, например, при $c^2 k_1^2 = \Omega^2/2$. Стоит заметить, что предложенный в [1] способ получения сверхрешетки позволяет легко изменять величину β. Тем самым можно варьировать величинами Ω и k_1, сохраняя соотношение $a \approx 1$.

тухающей [4] с глубиной проникновения η, и можно показать (см., например, [4]), что внешняя, падающая из вакуума волна на поверхность $\eta=0$ и отраженная от нее

$$\mathscr{E}_\xi = \mathscr{E}_0 e^{-i(\Omega t - k_1 z)} \left[e^{ik'\eta} + R_0 e^{-ik'\eta}\right] \tag{17}$$

практически не проникнут в полупроводник ($|R_0|^2 \cong 1$), коль скоро составляющие волновых векторов k_1, k' волны (17) настолько приблизят $k_2 = \{\varkappa(k_1^2 + k'^2) - k_1^2\}^{1/2}$ к своему резонансному значению, что параметр δ станет мнимым. Естественно, по мере изменения Ω, k_1, k' и удаления k_2 от $\beta/2$ коэффициент отражения $|R_0|^2$ примет значение, известное для однородного германия.

Перейдем теперь к общему решению уравнения (11). Известно [5, 6], что периодические и незатухающие в пространстве решения этого уравнения могут иметь место только при характеристических значениях параметра a. Сверхрешетка (1) выделяет, таким образом, при фиксированных значениях β и концентрации электронов n спектр $r=1, 2, 3\ldots$ наборов Ω, k_1, при которых возможны периодические решения уравнения (11). Эти решения задают два типа электромагнитных волн:

$$\begin{aligned} \mathscr{E}_\xi^{(r)} &= C^{(r)} e^{-i(\Omega t - k_1 z)} \left[\cos r\eta_1 + \Phi^{(r)}(q, \eta)\right], \\ \mathscr{E}_\xi^{(r)} &= C^{(r)} e^{-i(\Omega t - k_1 z)} \left[\sin r\eta_1 + \Psi^{(r)}(q, \eta)\right], \end{aligned} \tag{18}$$

где $\Phi^{(r)}(q, \eta)$ и $\Psi^{(r)}(q, \eta)$ — разложенные по степеням q полиномы [5, 6], периодические по η_1 (с периодом π при четных z и 2π при нечетных).

Константа $C^{(r)}$ в (18) определяется источником излучения. Если таким источником является волна (17), то из условий сшивания (17) и (18) можно получить $|R_0|^2 \approx 1$. Это означает, что волна (17) полностью отразится, как только Ω, k_1 при данных β и n приведут к одному из характеристических значений $a^{(r)}$. Существенно здесь отмеченное выше обстоятельство, что можно легко изменять β. Поэтому появляется возможность и соответственно изменить частоту Ω, не меняя $a^{(r)}$.

Как указывалось, на практике наиболее актуальны значения параметра $q \ll 1$. При таких q величины $a^{(r)}$ близки к r^2 (квадрату целых чисел [5]). В германии при $n=10^{15} \div 10^{16}$ см$^{-3}$ и $\beta \approx 10^4$ см$^{-1}$ изменения $a^{(r)}$ получаются слабо зависящими от k_1 (а значит, от угла падения пробной волны). Они в основном определяются частотой Ω. Поэтому изменения Ω в 2, 3... раза будут приблизительно соответствовать таким же изменениям $a^{(r)}$ ($r=2, 3\ldots$). Отсюда появляется возможность получения набора частот зондирующих волн (17) для запирания их в нужный момент или модуляции с помощью сверхрешетки (1), образованной когерентными лучами. Важно еще, что такая сверхерештка практически безынерционна и может при необходимости легко включаться и выключаться.

Литература

[1] Дыкман И. М., Томчук П. М. — ФТП, 1987, т. 21, в. 9, с. 1612—1618.
[2] Batterman B. W., Cole H. — Rev. Mod. Phys., 1964, v. 36, N 3, p. 681—717.
[3] Беляев В. А., Дмитренко В. Д. — ФТТ, 1973, т. 15, в. 9, с. 2324—2331.
[4] Dykman I. M., Tomchuk P. M. — Phys. St. Sol. (b), 1978, v. 86, N 2, p. 773—780.
[5] Уиттекер Э. Т., Ватсон Дж. Н. Курс современного анализа, ч. 2. М., 1963. 515 с.
[6] Абрамович М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М., 1979. 830 с.

Институт физики АН УССР
Киев

Получено 12.09.1987
Принято к печати 25.11.1987

---

[4] Согласно (16), мнимое значение $\delta \leqslant q/2$. Отсюда при $a \approx 1$ самое сильное затухание волны (14), согласно (15), будет определяться $\exp(-q\eta_1/2) = \exp(-\beta q\eta/4)$. Следовательно, волна затухнет на глубине $4/\beta q$. В наших (приведенных ранее) численных оценках $\sim(3 \div 5)\cdot 10^{-1}$ см.

[5] В частности, когда $a \approx 1$ при взятых ранее оценочных значениях Ω, k_1, β, величина k_2-составляющей вектора $\mathbf{k}$ волны (14) оказывается близкой к $\beta/2$.