1988 PHYSICS AND TECHNICS OF SEMICONDUCTORS vol. 22, N 9

# КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

## ДИСПЕРСИЯ КОСЫХ МЕДЛЕННЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ МАГНИТОПЛАЗМЕННЫХ ВОЛН

**Кистович Ю. В.**

Медленные поверхностные магнитоплазменные волны (ПМВ) наблюдались экспериментально в замагниченном InSb при комнатной температуре в широком диапазоне частот [1-4]. Наиболее удачное теоретическое описание этих волн сделано в работах [5, 6]. В них получена дисперсия косых медленных ПМВ в предположении $|\varepsilon_v/\varepsilon_{zz}| \ll 1$, где $\varepsilon_{zz}$ — диэлектрическая проницаемость полупроводника в направлении внешнего магнитного поля, $\varepsilon_v$ — проницаемость Фойгта. В работе [7] получена дисперсия медленных ПМВ, распространяющихся вдоль магнитного поля, при этом никакие дополнительные предположения, кроме медленности волн, не делались.

Далее показано, что можно получить дисперсию косых медленных ПМВ, пользуясь только медленностью этих волн, и существенно дополнить тем самым результаты работ [5-7].

Пусть полупроводник занимает полупространство $x < 0$ декартовой системы координат $(x, y, z)$ и граничит при $x=0$ с диэлектриком, имеющим диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_0$. Внешнее магнитное поле направлено вдоль оси $z$, так что полупроводник имеет следующие ненулевые компоненты тензора диэлектрической проницаемости: $\varepsilon_{xx}=\varepsilon_{yy}\neq\varepsilon_{zz}$, $\varepsilon_{xy}=-\varepsilon_{yx}$.

Поле ПМВ можно записать в виде (общий множитель $e^{-i\omega t}$ опущен)

$$E_z=\left(Ae^{i\varkappa_1 x}+Be^{i\varkappa_2 x}\right)e^{i(k_y y+k_z z)}, \quad x<0,$$

$$E_z=Ce^{-kx}e^{i(k_y y+k_z z)},$$

$$H_z=De^{-kx}e^{i(k_y y+k_z z)}, \quad x>0, \tag{1}$$

где $k=\sqrt{k_y^2+k_z^2}$. При записи полей при $x>0$ использовалась медленность ПМВ: $|k|^2 \gg \varepsilon_0 k_0^2$, где $k_0=\omega/c$, $\omega$ — частота волны, $c$ — скорость света в вакууме. Волновые числа $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $k_y$ и $k_z$ связаны соотношениями

$$\varkappa_1^2+\varkappa_2^2+2k_y^2=(\varepsilon_{zz}+\varepsilon_v)\,k_0^2, \tag{2}$$

$$(\varkappa_1^2+k_y^2)(\varkappa_2^2+k_y^2)=\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}}f(k_z^2), \tag{3}$$

где $f(k_z^2)=k_z^4-2\varepsilon_{xx}k_0^2k_z^2+\varepsilon_{xx}\varepsilon_v k_0^4$, $\varepsilon_v=\varepsilon\varepsilon_{xx}+\varepsilon_{xy}^2/\varepsilon_{xx}$. Заметим, что уравнение $f(k_z^2)=0$ имеет решения $k_z^2=(\varepsilon_{xx}\pm i\varepsilon_{xy})\,k_0^2$.

Непрерывность тангенциальных компонент электромагнитного поля при $x=0$ дает с учетом медленности волн еще одно уравнение

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xy}k_yk_z^2\,[ik(\varkappa_1+\varkappa_2)+k_y^2+\varkappa_1\varkappa_2]-\varepsilon_{xx}k_z^2(\varkappa_1+\varkappa_2)(k_y^2+\varkappa_1\varkappa_2)-i\varepsilon_{zz}kf(k_z^2)=\\=\varepsilon_{xx}k_y^2(\varepsilon_v k_0^2-k_z^2)(\varkappa_1+\varkappa_2)-i\varepsilon_{xx}k(\varepsilon_v k_0^2-k_z^2)(k_y^2-\varkappa_1\varkappa_2)-\varepsilon_{xy}k_yk_z^2(\varepsilon_{zz}k_0^2+k_z^2).\end{aligned} \tag{4}$$

Решение системы уравнений (2)—(4) при $k_y=0$ найдено в [7]:

$$k^2=\frac{\varepsilon_{xx}\varepsilon_v k_0^2}{\varepsilon_{xx}\pm 2\varepsilon_{xy}\dfrac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{zz}-\varepsilon_v}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_v}{\varepsilon_{zz}}}}. \tag{5}$$

Эта же система решена в [5, 6] при произвольном $k_y$, но в предположении $|\varepsilon_{zz}|\gg|\varepsilon_v|$:

$$k^2=\frac{\varepsilon_{xx}\varepsilon_v k_0^2}{\cos^2\theta\,[\varepsilon_{xx}(1+\sin^2\theta)-2i\varepsilon_{xy}\sin\theta]}, \tag{6}$$

где $\theta$ — угол между вектором $\mathbf{k}=(k_y,\ k_z)$ и направлением внешнего магнитного поля. На самом деле можно решить указанную систему без этого (довольно сильного) предположения. Нет никакой возможности проследить здесь подробно процесс решения из-за крайней громоздкости получающихся промежуточных результатов. Поэтому здесь будут изложены основные идеи, приводящие к решению, и дан окончательный результат.

Нетрудно убедиться в том, что решения $k_0^2=(\varepsilon_{xx}\pm i\varepsilon_{xy})\,k_0^2$ удовлетворяют системе уравнений. Однако подстановка этих решений непосредственно в уравнения Максвелла показывает, что нет поверхностной волны с такой дисперсией. Это обстоятельство позволяет получить еще одно уравнение, которое облегчает решение исходной системы.

Возводя уравнение (4) в квадрат и сокращая на $f(k_z^2)$, получим

$$\begin{gathered}\varepsilon_{xx}\{(\varkappa_1+\varkappa_2)^2[\varepsilon_{zz}k_z^4-\varepsilon_v k_y^2(k^2+k_y^2)]+\varepsilon_{zz}(\varepsilon_v k_0^2-k_z^2)^2k^2\}+4\varepsilon_{xy}\varepsilon_{zz}k^2k_yk_z^2(\varkappa_1+\varkappa_2)-\\ -(\varepsilon_{zz}-\varepsilon_v)(\varepsilon_{zz}-\varepsilon_{xx})k_y^2k_z^4-\varepsilon_{zz}^2k^2f(k_z^2)+2ik\{\varepsilon_{xx}(\varkappa_1+\varkappa_2)[\varepsilon_v k_y^2(k_y^2-\varkappa_1\varkappa_2)+\\ +\varepsilon_{zz}k_z^2(k_y^2+\varkappa_1\varkappa_2)]-2\varepsilon_{xy}\varepsilon_{zz}k_yk_z^2(k^2-\varkappa_1\varkappa_2)\}=0.\end{gathered} \tag{7}$$

Из уравнений (4) и (7) можно получить

$$k(\varkappa_1+\varkappa_2)=\frac{a\varkappa_1\varkappa_2+b}{\Delta}, \tag{8}$$

где $a$ и $\Delta$ — полиномы первой степени относительно $k^2$, а $b$ — полином второй степени. Подставляя (8) в (7) и используя (2) и (3), найдем

$$\varkappa_1\varkappa_2=P_2/P_1, \tag{9}$$

где $P_1$ и $P_2$ — полиномы соответственно первой и второй степеней относительно $k^2$. Подставляя (9) в (3), получим уравнение четвертой степени относительно $k^2$

$$(\lambda_1\rho^2+\mu_1\rho+\nu_1)(\lambda_2\rho^2+\mu_2\rho+\nu_2)=0. \tag{10}$$

Здесь

$$\begin{gathered}\lambda_1=(1-\delta^2)(1-\beta\delta^2)\{\beta[4-\beta(3-7\delta^2)-\beta^2\delta^2(1-\delta^2)]-\alpha[4-4\beta(1-\delta^2)+\beta^2(1+3\delta^2)-\\ -\beta^3\delta^2(1-\delta^2)]-4i\gamma\delta\beta[2-\beta(1-\delta^2)]\},\\ \mu_1=-2\beta(1-\beta)(1-\delta^2)[\beta(1-\alpha)(1+2\delta^2-\beta\delta^2)-2i\gamma\delta(2-\beta)],\\ \nu_1=\beta^2(1-\beta)^2(1-\alpha),\qquad \lambda_2=(1-\delta^2)^2[1-4\delta^4-\beta\delta^2+4\alpha\delta^4+4i\gamma\delta^3],\\ \mu_2=(1-\delta^2)\{(1-\alpha)[2(1+\delta^2)(1-2\delta^2)-\beta\delta^2(1-5\delta^2)]+2i\gamma\delta^3(1-\beta)\},\\ \nu_2=-(1-\alpha)(1-\beta)(1-2\delta^2)(1-2\delta^2+\beta\delta^4)\end{gathered}$$

и введены обозначения

$$\rho=\frac{k^2}{\varepsilon_{zz}k_0^2},\quad \alpha=1-\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{zz}},\quad \beta=1-\frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_{zz}},\quad \gamma=\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{zz}},\quad \delta=\sin\theta,\quad k_y=k\sin\theta,\quad k_z=k\cos\theta.$$

Легко убедиться в том, что при $\varepsilon_{zz}=\varepsilon_v$ $(\beta=0)$ система уравнений (2)—(4) имеет решение $k^2=0$. Это позволяет сделать вывод, что дисперсия медленных ПМВ описывается уравнением $\lambda_1\rho^2+\mu_1\rho+\nu_1=0$. Решая это уравнение, находим

$$\rho=\frac{\beta(1-\beta)(1-\alpha)}{(1-\delta^2)[\beta(1-\alpha)(1+2\delta^2-\beta\delta^2)-2i\gamma\delta(2-\beta)]+2\xi A}, \tag{11}$$

где $\xi=\pm1$ и $A=i\sqrt{(1-\beta)(1-\delta^2)}\,[\beta(1-\alpha)\delta^3+i\gamma(1-2\delta^2)]$.

Используя (11), можно получить из (8) и (9) выражения для $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$, определяющие фактически область существования медленных ПМВ ($\operatorname{Im} \varkappa_1 < 0$, $\operatorname{Im} \varkappa_2 < 0$):

$$\varkappa_1 + \varkappa_2 + \xi k \frac{\sqrt{(1-\beta)(1-\delta^2)}\,[\beta(1-\alpha)\delta + i\gamma]}{(1-\alpha)(1-\beta)}, \tag{12}$$

$$\varkappa_1 \varkappa_2 = -k^2 \frac{(1-\alpha)(1-\beta)\beta\delta^2(1-2\delta^2) - 4i\gamma\delta(1-\delta^2)(1-\beta) + \xi A(2-\beta)}{\beta(1-\beta)(1-\alpha)}. \tag{13}$$

Возвращаясь к прежним обозначениям, запишем дисперсионное уравнение медленных ПМВ

$$\frac{\varepsilon_{xx}\varepsilon_v k_0^2}{k^2\cos\theta} = \cos\theta\left[\varepsilon_{xx}\left(1 + \frac{\varepsilon_{zz}+\varepsilon_v}{\varepsilon_{zz}}\sin^2\theta\right) - 2i\varepsilon_{xy}\frac{\varepsilon_{zz}+\varepsilon_v}{\varepsilon_{zz}-\varepsilon_v}\sin\theta\right] - $$
$$- 2\xi\sqrt{\frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_{zz}}}\left[\varepsilon_{xy}\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{zz}-\varepsilon_v}\cos 2\theta - i\varepsilon_{xx}\sin^3\theta\right]. \tag{14}$$

При непосредственной подстановке можно убедиться в том, что выражения (12)—(14) действительно являются решениями уравнений (2)—(4). При $\theta=0$ (14) переходит в (5), а при $|\varepsilon_{zz}| \gg |\varepsilon_v|$ — в (6).

Полученные соотношения могут служить основой для более полного анализа результатов экспериментов по медленным ПМВ.

### Литература


[1] Байбаков В. И., Дацко В. Н. — Письма ЖЭТФ, 1972, т. 15, в. 4, с. 195—198.
[2] Байбаков В. И., Дацко В. Н. — ФТТ, 1984, т. 26, в. 1, с. 297—299.
[3] Байбаков В. И., Кистович Ю. В. — Радиотехн. и электрон., 1983, т. 28, в. 3, с. 544—547.
[4] Руйбис Г., Толутис Р. — ФТП, 1982, т. 16, в. 7, с. 1316—1318.
[5] Ханкина С. И., Яковенко В. М. — ФТП, 1979, т. 13, в. 9, с. 1795—1798.
[6] Beletski N. N., Yakovenko V. M. — Sol. St. Commun., 1980, v. 34, N 10, p. 837—841.
[7] Давыдов А. Б., Захаров В. А. — ФТТ, 1975, т. 17, в. 1, с. 201—207.



Институт физико-технических и
радиотехнических измерений
Менделеево



Получено 26.05.1987
Принято к печати 2.02.1988


---


*ФТП, том 22, вып. 9, 1988*


# БЕСКОНТАКТНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ И ПОДВИЖНОСТИ СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ


**Сидорин В. В.**


Методы исследования свойств полупроводников по спектрам поглощения и отражения света и ИК эллипсометрия не позволяют измерять подвижность свободных носителей заряда, требуют большого количества априорной информации для измерения их концентрации [1, 2]. Эти недостатки преодолены в предложенном методе, являющемся оптическим аналогом методов, основанных на эффекте Холла в полупроводниках. Его сущность заключается в измерении параметров электромагнитного излучения, возбуждаемого свободными носителями заряда в полупроводнике при воздействии на него постоянным магнитным полем и внешним возбуждающим электромагнитным излучением. Коэффициент Холла, концентрация и подвижность носителей заряда определяются по соотношению значений параметров постоянного магнитного поля, возбуждающего и возбужденного излучений. Полупроводник рассматривается как изотропная плазма твердого тела с концентрацией свободных носителей