

ПУЛЬСИРУЮЩИЕ АВТОСОЛИТОНЫ В РАЗОГРЕТОЙ В ПРОЦЕССЕ ОЖЕ-РЕКОМБИНАЦИИ ЭЛЕКТРОННО-ДЫРОЧНОЙ ПЛАЗМЕ

Гафийчук В. В., Гашпар В. Э., Кернер Б. С., Осипов В. В.

На основе численного моделирования установлено, что в вырожденной неравновесной электронно-дырочной плазме (ЭДП) можно возбудить статический, бегущий и пульсирующий автосолитоны (АС). Прослежена кинетика формирования АС, образующихся в ЭДП в результате ее кратковременного локального разогрева импульсом излучения, поглощающимся на свободных носителях. Выявлены области существования различных типов АС.

Основное внимание уделено изучению пульсирующих АС. Установлено, что при параметрах ЭДП, характерных для полупроводников типа PbTe или PbSnTe, в слабопрогретой плазме АС представляет собой область пониженной концентрации и высокой температуры носителей (размером порядка длины их остывания).

В пульсирующем АС значение этих параметров периодически меняется во времени; характер этих колебаний близок к квазигармоническому, а частота по порядку величины совпадает с частотой критической флуктуации, нарастание которой приводит к неустойчивости статического АС. Прослежена кинетика взаимодействия двух АС.

Показано, что в однородно колеблющейся ЭДП можно возбудить пульсирующие АС размером порядка диффузионной длины носителей, стенки которых совершают спиназные или антифазные периодические колебания. В сильно прогретой устойчивой ЭДП можно возбудить АС в виде области повышенной концентрации и низкой температуры носителей.

1. *Введение.* В некоторых однородных устойчивых неравновесных системах можно кратковременным локальным возмущением возбудить собственное локализованное состояние — статический, пульсирующий или бегущий автосолитон (АС) [1, 2]. Свойства статических АС, реализующихся в прогретой электромагнитным излучением или электрическим полем невырожденной электронно-дырочной плазме (ЭДП), изучены в [3, 4], а в [5, 6] из анализа их устойчивости выяснены условия возникновения пульсирующих АС. Пульсирующие АС были изучены лишь при численном исследовании некоторой аксиоматической модели [7, 8]. Реальной физической системой, в которой могут выполняться условия образования пульсирующих АС, является прогретая в процессе оже-рекомбинации вырожденная ЭДП, теория статических и бегущих АС в которой развита в [6]. Данная работа посвящена численному исследованию неоднородных состояний в такой ЭДП.

Рассмотрим вырожденную ЭДП, концентрации электронов и дырок в которой совпадают ($n=p$), а их основные параметры не очень сильно отличаются друг от друга. При больших концентрациях носителей ЭДП можно считать квазинейтральной, а для ее описания использовать гидродинамическое приближение, согласно которому распределения концентрации носителей n и их эффективной температуры T определяются уравнениями [9]

$$\partial n / \partial t = (1/e) \operatorname{div} \mathbf{j}_e + G - R, \quad \partial n \bar{\varepsilon} / \partial t = -\operatorname{div} \mathbf{j}_e + W - P, \quad (1)$$

где плотности тока электронов и потока энергии носителей равны:

$$\mathbf{j}_e = eD \nabla n + \frac{\pi^2}{3} n \mu \frac{T}{F^*} \nabla T, \quad \mathbf{j}_e = -\chi \nabla T - 2F \mathbf{j}_s / e, \quad (2)$$

G, R — скорости генерации и рекомбинации носителей;

$$F = (F_e + F_h)/2, \quad F^* = \frac{1}{2} F_e F_h (F_e + F_h)^{-1},$$

F_e, F_h — квазиуровни Ферми электронов и дырок; W, P — плотности мощности, поступающей к электронно-дырочной системе, и мощности, отводимой от системы в решетку; $D = 2F\mu/3e$ — коэффициент амбиполярной диффузии; $\mu = 2\mu_e\mu_h(\mu_e + \mu_h)^{-1}$; μ_e, μ_h — подвижности электронов и дырок; $\kappa = \kappa_e + \kappa_h = (2\pi^2 n T \mu_e/3e)\zeta$; $\zeta = [\zeta_e + (m_e^* \tau_h/m_h^* \tau_e)\zeta_h]/2$; $\kappa_{e,h} = (\pi^2 n T \mu_{e,h}/3e)\zeta_{e,h}$ — теплопроводности электронов и дырок соответственно; $\bar{\epsilon}$ — средняя энергия электронов и дырок; величины $\zeta_e = \zeta_h = 1$ в случае энергетического контроля, т. е. при выполнении $\bar{\tau}_{e,h} \ll \bar{\tau}_{ee} < \tau_e$ и $\zeta_{e,h} \sim \bar{\tau}_{ee}/\bar{\tau}_{e,h}$ [но $\bar{\tau}_{ee}/\bar{\tau}_{eh} > (T/F)^2$] в случае импульсного контроля ($\bar{\tau}_{ee} \ll \bar{\tau}_{e,h} \ll \tau_e$); $\bar{\tau}_{e,h}$ — характерные времена релаксации импульса электронов и дырок; $\tau_e = 2n(T - T_e)[P(n, T)]^{-1}$; T_l — температура решетки.

При достаточно высоких концентрациях неравновесных носителей скорость рекомбинации R определяется оже-процессами. Возникающие при оже-рекомбинации носители с энергией порядка ширины запрещенной зоны полупроводника E_g вследствие электрон-электронных соударений разогревают ЭДП [10, 11]. Мощность, разогревающая носители, $W = bE_g R$, причем $b \sim 1$, когда $\tau_{ee}(E_g) < \tau_e(E_g)$. Скорость оже-рекомбинации $R(n, T)$ является, как правило, возрастающей функцией T . Так, в РbТе при $\epsilon_i = m_i^* E_g/4m_i^* \geq F \gg T$ (m_i^*, m_i^* — поперечное и продольное значения эффективной массы электрона, τ_r — время рекомбинации), согласно [12, 13],

$$R(n, T) = n/\tau_r = 4 \cdot 10^{19} (T/4.2 \text{ K})^5 \exp[2(F - \epsilon_i)/T]. \quad (3)$$

В вырожденной ЭДП отводимая от горячих носителей в решетку плотность мощности [9]

$$P(n, T) = \frac{n(T^3 - T_l^3)}{(2sp_0)^2 \tau_{eA}(n)} + \frac{n\hbar\omega_0}{\tau_{e0}(n)} \varphi(n) (e^{-\hbar\omega_0/T} - e^{-\hbar\omega_0/T_l}),$$

где

$$\varphi(n) = \frac{1}{2} \ln \frac{\hbar\omega_0 + 2F + 2\sqrt{F(\hbar\omega_0 + F)}}{\hbar\omega_0 + 2F - 2\sqrt{F(\hbar\omega_0 + F)}}$$

— слабая функция концентрации носителей; τ_{eA}, τ_{e0} — времена релаксации энергии при взаимодействии носителей с поляризационными акустическими и оптическими фононами, $\hbar\omega_0$ — энергия оптических фононов, s — скорость звука, p_0 — граничный импульс Ферми.

Численные расчеты проводились для температуры решетки $T_l = 4.2 \text{ K}$ и характерных для РbТе параметров $\epsilon_i = 60 \text{ K}$, $\hbar\omega_0 = 142 \text{ K}$ и т. д.

Однородное состояние ЭДП ($n = n_h$ и $T = T_h$) определяется уравнениями

$$G = R(n, T), \quad bE_g R(n, T) = P(n, T). \quad (4)$$

Из численного анализа (4) совместно с (3) следует, что температура монотонно возрастает с ростом G , а зависимость $n(G)$ является N -образной (см. рис. 1, а в [6]). На кривой $n(G)$ в точке максимума $n = n_0 = 2.5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $T = T_0 = 1.13 T_l$, $G_0 = 7.4 \cdot 10^{20} \text{ 1/см}^3 \cdot \text{с}$, а в точке минимума $n = n'_0 = 0.846 n_0$, $T = T'_0 = 1.76 T_0$, $G'_0 = 27 G_0$. Из исследования устойчивости однородного состояния следует, что в разогретой ЭДП при $G_0 < G < G'_0$ спонтанно возникают автоколебания [10, 14]. Однородное состояние «холодной» ($G < G_0$) и «горячей» ($G > G'_0$) ЭДП устойчиво, однако в такой плазме можно возбудить уединенное состояние — АС различного типа [6].

Подставляя в (1), (2) выражения (3), (4) и пренебрегая малыми членами, обусловленными термотоком и потоком электронного тока, для одномерного случая получим

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta^{1/2} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + G - \Theta^5 \eta^3 \exp \left[\frac{20\eta^{2/3} - 25}{\Theta} + 5 \right], \quad (5)$$

$$\alpha \eta^{1/2} \Theta \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta^{2/3} \Theta \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right) + 0.3 \eta^3 \Theta^5 \exp \left[\frac{20\eta^{2/3} - 25}{\Theta} + 5 \right] -$$

$$-\Theta^3 + 0.7 + B\varphi(\eta) \left[\exp\left(-\frac{30}{\Theta}\right) - \exp\left(-\frac{30}{\sqrt[3]{0.7}}\right) \right], \quad (6)$$

где $\Theta = T/T_0$, $\eta = n/n_0$; $l = (\chi^0 \tau_\varepsilon^0 / 2n_0)^{1/2}$, $L = (D^0 \tau_r^0)^{1/2}$ — характерная длина релаксации энергии и биполярная диффузионная длина носителей соответственно; время измеряется в единицах τ_r^0 , длина — в L , а G — в G_0 (верхний индекс ноль — в L , а G — в G_0 (верхний индекс ноль) — в G_0 (верхний индекс ноль) — в G_0 (верхний индекс ноль) — в G_0 (верхний индекс ноль)). В (5), (6)

$$\varepsilon^2 = \frac{l^2}{L^2} = \frac{2}{3} \alpha \varepsilon^0(n, T) < \alpha = \frac{\pi T_0 \tau_\varepsilon^0}{2F^* \tau_r^0} \ll 1, \quad (7)$$

а также принято, что носители рассеивают свой импульс на акустических фононах, а энергию — на полярных акустических и оптических фононах [9],

$$\tau_\varepsilon^0 = \tau_{\varepsilon A}(n_k) \left(\frac{2sp_0}{T_0} \right)^2,$$

$$B = \frac{\tau_{\varepsilon A}}{\tau_\varepsilon(n_k)} \left(\frac{2sp_0}{T_0} \right)^2 \frac{\hbar \omega_0}{T_0} \approx 8 \cdot 10^7.$$

Нетривиальность ситуации состоит в том, что в ЭДП, как видно из (7), значения α и $\varepsilon \ll 1$. Иными словами, с точки зрения общей теории АС [1, 2] рассматриваемая ЭДП относится к КЭ-системам, в которых можно возбудить статические, пульсирующие и бегущие АС. Область существования этих АС определяется нелинейностями системы, и в первую очередь отношением α/ε [1, 2].

2. *Горячие статические и пульсирующие автосолитоны.* В устойчивой слабо-

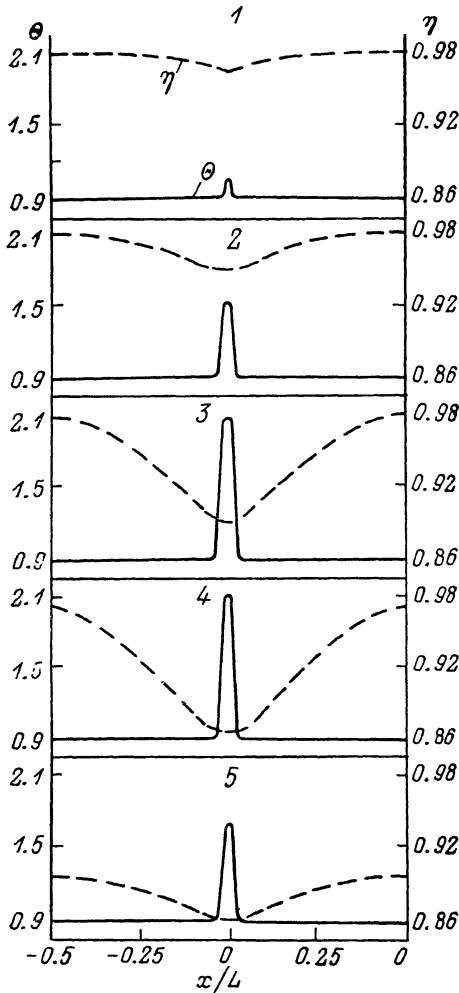


Рис. 1. Кинетика формирования статического АС (пространственные изменения температуры $\Theta = T/T_0$ и концентрации носителей $\eta = n/n_0$ в различные моменты времени).

Результаты численного исследования уравнений (5), (6) при $\alpha = 0.08$, $G = 0.35$, $\varepsilon^2 = 10^{-4}$ и параметрах возбуждающего импульса (8): $\tau_0 = 0.8$, $\tau_n = 0.7$, $\tau_1 = 0.3$; 1 — 0.19, 2 — 0.222, 3 — 0.227, 4 — 0.24, 5 — 0.69.

разогретой однородной ЭДП ($G < G_0 = 1$) горячий статический (рис. 1) и пульсирующий АС (рис. 2) можно возбудить кратковременным локальным дополнительным разогревом ЭДП, например излучением, поглощающимся свободными носителями. Такой разогрев в численном эксперименте моделировался добавлением в правую часть уравнения (6) слагаемого

$$\Delta W = \gamma(t) \eta \exp(-x^2/d^2),$$

где

$$\gamma(t) = K J_\Phi \tau_r^0 = \gamma_0 \begin{cases} t/\tau_1, & 0 < t < \tau_1, \\ (\tau_n - t)/(\tau_n - \tau_1), & \tau_1 < t < \tau_n, \\ 0, & t > \tau_n \end{cases} \quad (8)$$

d , τ_n — размер области и длительность импульса излучения, J_Φ — интенсивность излучения, K — коэффициент поглощения излучения носителями.

Для численных исследований уравнений (5), (6) была использована программа, аналогичная изложенной в [15]. Использовалась разностная аппроксимация дифференциальных уравнений, а все узлы сетки выбирались на после-

дующем временном слое (невная схема) [16], временная производная аппроксимировалась методом формул дифференцирования назад (ФДН), изложенным в [17]. Линеаризация разностных уравнений производилась методом Ньютона, а линеаризованная система решалась методом прогонки.

Статический АС удавалось возбудить при $\alpha, \epsilon \ll 1$ импульсом достаточно больших амплитуды и длительности (рис. 1). Существование статического АС (рис. 1) в устойчивой ЭДП связано с тем, что диффузионная длина носителей

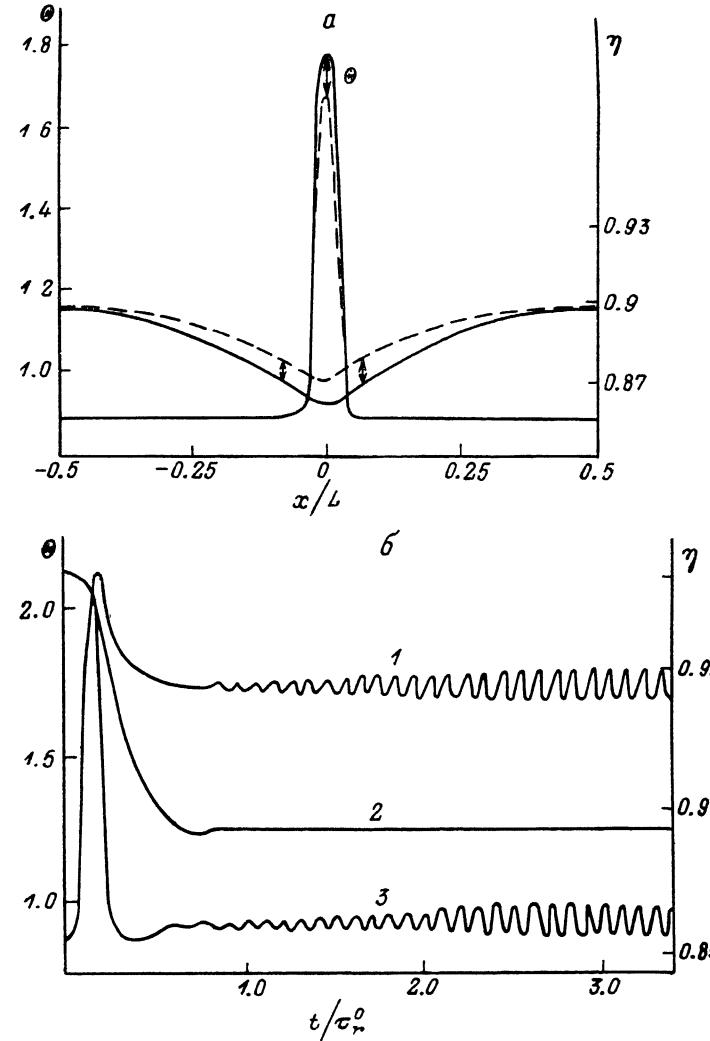
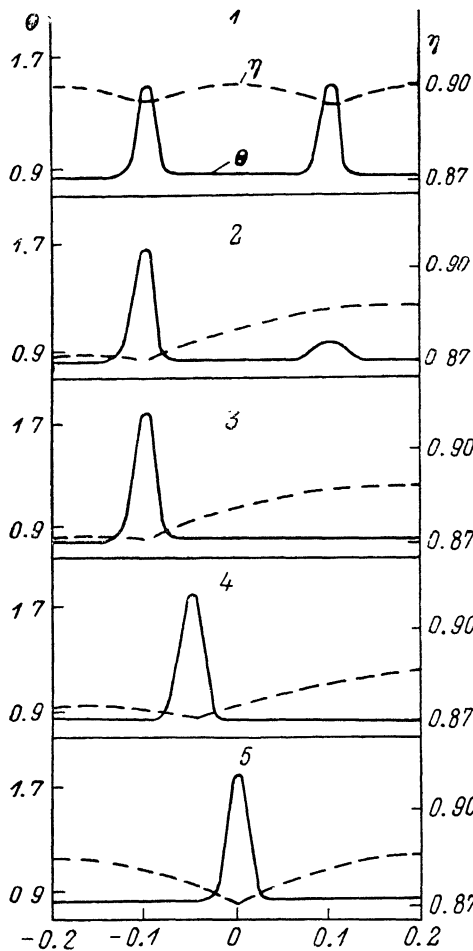


Рис. 2. Стационарно пульсирующий горячий АС (стрелками показан размах пульсаций) (а) и кинетика его формирования (б); зависимости температуры $\theta(t)$ (1) и концентрации носителей $\gamma(t)$ в центре АС (точка $x=0$) (3) и в точке $x=0.5L$ (2).

$$\alpha=0.05, G=0.35, \epsilon^2=10^{-4}, \gamma_0=0.8, \tau_n=0.7, \tau_1=0.3.$$

$L \gg l$ — длины релаксации их энергии, а R резко возрастает с увеличением T . В центральной области АС (области высокой температуры, рис. 1) происходит сильная рекомбинация носителей. Тем не менее концентрация носителей в центральной области АС с размером, много меньшим L (рис. 1), понижается в значительно меньшей степени, чем увеличивается R , благодаря сильному диффузионному притоку носителей из периферийной области АС в его центральную область. Поступающие в центральную область АС за счет диффузии с периферии носители интенсивно рекомбинируют в нем, рождая в процессе оже-рекомбинации носители с высокой энергией порядка E_g , которые, в свою очередь, поддерживают в центральной области АС высокую температуру.

При малых длительностях импульса ($\tau_i \approx \tau_e$) носители разогреваются, а их концентрация в центре области высокой температуры за счет увеличения скорости рекомбинации сильно уменьшается, поэтому после выключения такого кратковременного импульса АС не формируется. В случае же достаточно длительного импульса ($\tau_i \approx \tau_r$) концентрация носителей в области высокой температуры успевает возрасти за счет их диффузионного притока из соседних областей. В результате после включения такого достаточно длительного импульса происходит формирование АС (рис. 1). Отсюда вытекает, что размер области локализации возбуждающего импульса не должен во много раз превосходить диффузионную длину L . С другой стороны, размер этой области должен быть больше длины остывания горячих носителей l [6]. Амплитуда импульса, возбуждающего статический АС, оказывается ограниченной не только снизу, но и сверху. При очень большой амплитуде импульса образующееся после выключения импульса состояние далеко от формы стационарного АС. Поэтому после выключения импульса это состояние «разваливается» столь быстро, что формирования АС не происходит. Иными словами, возбуждающий импульс очень большой амплитуды приводит к образованию начального состояния, далекого от области притяжения состояния в виде статического АС.



Численные исследования показали, что при $\epsilon = 10^{-2}$ статический АС существует в диапазоне $0.35 \leq G \leq 1$. Было установлено, что чем больше G , тем при меньших значениях α его можно возбудить: при $G=1$ статический АС

удавалось возбудить даже при $\alpha = \epsilon^2 = 10^{-4}$, а при $G=0.35$ — только при $\alpha \geq 0.05$. Эти результаты согласуются с выводами общей теории АС [1, 2].

Пульсирующие горячие АС в холодной устойчивой ЭДП, варьируя α , удалось возбуждать в диапазоне $0.35 < G < 0.5$. При этом было выяснено, что все отмеченные выше особенности формирования статического АС (рис. 1) относятся и к кинетике образования пульсирующего АС (рис. 2, б). Физику возникновения пульсирующего АС можно пояснить следующим образом.

Опасные флуктуации температуры локализованы в центральной области узкого горячего АС, а их нарастание подавляется соответствующим уменьшением концентрации носителей [6]. В рассматриваемой ЭДП $\tau_r \gg \tau_e$ ($\alpha \ll 1$), т. е. для флуктуаций температуры, меняющихся с частотой $\omega = \omega_c$ ($1/\tau_r < \omega_c \ll 1/\tau_e$), инерционность изменения температуры не сказывается, а благодаря большой инерционности концентрация слабее отслеживает нарастающие флуктуации температуры. Поэтому при α , меньших некоторого критического значения α_c , такие критические флуктуации оказываются нарастающими. Поскольку эти флуктуации локализованы в центральной области узкого АС

Рис. 3. Кинетика взаимодействия двух близко расположенных АС.
 $G=0.9$, $\epsilon^2=10^{-4}$ и $\alpha=1$. t : 1 — 0, 2 — 2.75, 3 — 3.75, 4 — 180, 5 — 1800.

удавалось возбудить даже при $\alpha = \epsilon^2 = 10^{-4}$, а при $G=0.35$ — только при $\alpha \geq 0.05$. Эти результаты согласуются с выводами общей теории АС [1, 2].

Пульсирующие горячие АС в холодной устойчивой ЭДП, варьируя α , удалось возбуждать в диапазоне $0.35 < G < 0.5$. При этом было выяснено, что все отмеченные выше особенности формирования статического АС (рис. 1) относятся и к кинетике образования пульсирующего АС (рис. 2, б). Физику возникновения пульсирующего АС можно пояснить следующим образом.

Опасные флуктуации температуры локализованы в центральной области узкого горячего АС, а их нарастание подавляется соответствующим уменьшением концентрации носителей [6]. В рассматриваемой ЭДП $\tau_r \gg \tau_e$ ($\alpha \ll 1$), т. е. для флуктуаций температуры, меняющихся с частотой $\omega = \omega_c$ ($1/\tau_r < \omega_c \ll 1/\tau_e$), инерционность изменения температуры не сказывается, а благодаря большой инерционности концентрация слабее отслеживает нарастающие флуктуации температуры. Поэтому при α , меньших некоторого критического значения α_c , такие критические флуктуации оказываются нарастающими. Поскольку эти флуктуации локализованы в центральной области узкого АС

(рис. 1), то образуется пульсирующий по амплитуде узкий горячий АС (рис. 2, а).

Пульсирующий АС в ЭДП с $\varepsilon=10^{-2}$ возбуждался при $G=0.35$, когда $\alpha \ll \ll 0.05$, и при $G=0.5$, когда $\alpha \approx 6 \cdot 10^{-4}$. При этом колебания амплитуды АС квазигармонические (рис. 2, б), а их частоты составляли $\omega=10 (\tau_p^0)^{-1}$ при $G=0.35$ и $\omega=30 (\tau_p^0)^{-1}$ при $G=0.5$.

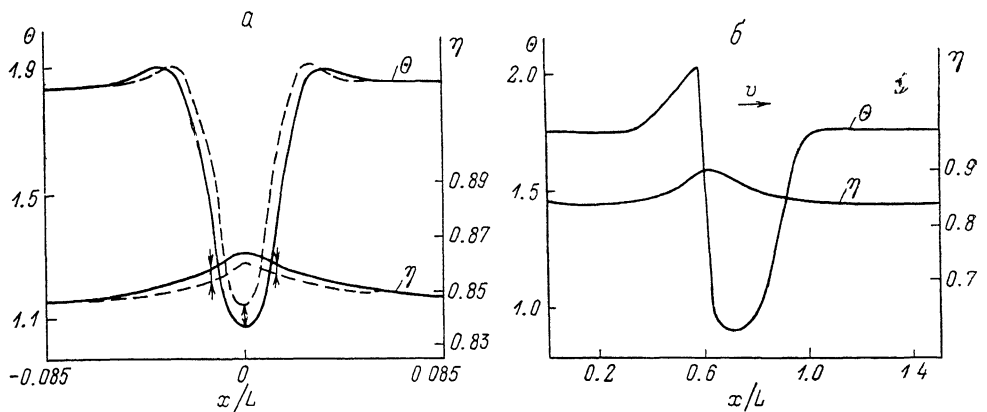


Рис. 4. Пульсирующий (а) и бегущий (б) холодные АС.

$\varepsilon^2 \cdot 10^4$: а — 1, б — 16; $\alpha \cdot 10^8$: а — 0.39, б — 0.5; G: а — 37, б — 27.7.

Удалось также установить, что при некоторых заданных значениях α , $\varepsilon \ll 1$ имеется диапазон значений G , в котором существуют как устойчивый статический, так и стационарно пульсирующий АС. При этих значениях α , ε и G пульсирующий АС возбуждается, если в качестве начального условия взять сфермированный на конечную величину статический АС.

В рассматриваемой системе удавалось возбудить два и более статических АС. При этом было установлено, что в соответствии с общей теорией АС [1⁻⁴] существует минимально возможное расстояние между АС (порядка величины L), при котором они (при данном G) еще устойчивы. При возбуждении АС на меньшем расстоянии они оказывались неустойчивыми относительно эффекта перекачки [3, 4]: амплитуда одного АС во времени уменьшалась, а другого — увеличивалась. В результате один из АС исчезал, а другой увеличивался по

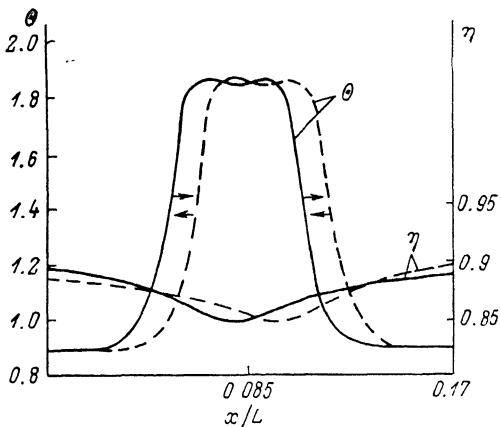


Рис. 5. Качающаяся широкая страта.

$\alpha=6.2 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon^2=10^{-4}$, $G=14.4$.

амплитуде или размеру (рис. 3). Численные исследования показали, что аналогичный эффект перекачки реализуется и для пульсирующих АС. Когда пульсирующие АС возбуждались двумя дополнительными импульсами на достаточно большом расстоянии друг от друга (L_p), они оказывались устойчивыми. При этом, если расстояние между ними $L_p \gg L$, точнее, когда между АС значение η близко к η_h , а θ — к θ_h , пульсации АС происходят практически независимо друг от друга. При меньших расстояниях между АС их колебания становились все более синхронными; когда же L_p выбиралось меньше некоторого критического значения, один из АС исчезал в результате эффекта перекачки.

3. *Холодные пульсирующие автосолитоны.* В горячей ЭДП при $G > G_0'$ удавалось, варьируя значения α и $\varepsilon \ll 1$, возбуждать статические, а также пуль-

сирующие и бегущие холодные АС (рис. 4). Для их возбуждения в правую часть уравнения (5) добавлялось слагаемое, которое моделировало кратковременное локальное уменьшение скорости генерации носителей в образце. Частота пульсирующего АС (рис. 4, а) составляла $\omega \approx 92 (\tau_p^0)^{-1}$, а скорость бегущего (рис. 4, б) равна $v = 163.7 L/\tau_p$.

4. Структуры в неустойчивой ЭДП. Как уже отмечалось в п. 1, при $G_0 = 1 < G < G'_0 = 27$, $\alpha \ll 1$ однородное состояние ЭДП неустойчиво, и в ней спонтанно возникают однородные релаксационные колебания [10]. Вместе с тем в [6, 18] было показано, что при $\alpha, \epsilon \ll 1$ в системе, совершающей однородные колебания, можно возбудить устойчивые статические или пульсирующие структуры, заполняющие весь образец. Этот вывод был подтвержден численными исследованиями ряда аксиоматических моделей активных сред с диффузией, в которых было показано, что в этом случае статические структуры образуются в результате «самодостройки» [19]. При исследованиях рассматриваемой ЭДП было выяснено, что в ней при не слишком малых значениях α в результате самодостройки также образуются статические структуры в виде периодических страт. При меньших значениях α в ЭДП удается возбудить пульсирующие страты, перемещение стенок которых во время колебаний происходит в фазе или в противофазе. Иными словами, возникают пульсирующие или качающиеся страты (рис. 5). Частота качания страты, изображенной на рис. 5, составляла $\omega = 60.6 (\tau_p^0)^{-1}$.

Л и т е р а т у р а

- [1] Kerner B. S., Osipov V. V. Selforganization by Irreversible Nonlinear Processes, Ser. 33, 1986, p. 118—128.
- [2] Кернер Б. С., Осипов В. В. — Микроэлектрон., 1985, т. 14, в. 5, с. 389—407.
- [3] Кернер Б. С., Осипов В. В. — ЖЭТФ, 1978, т. 74, в. 3, с. 1675—1696.
- [4] Кернер Б. С., Осипов В. В. — ФТП, 1979, т. 13, в. 4, с. 721—734.
- [5] Кернер Б. С., Осипов В. В. — ЖЭТФ, 1982, т. 83, в. 6, с. 2201—2213.
- [6] Кернер Б. С., Осипов В. В. — ЖЭТФ, 1985, т. 89, в. 2, с. 589—607.
- [7] Гафийчук В. В., Кернер Б. С., Лазурчак И. И., Осипов В. В. — Микроэлектрон., 1986, т. 15, в. 2, с. 180—192.
- [8] Осипов В. В., Лазурчак И. И., Кернер Б. С., Гафийчук В. В. — Микроэлектрон., 1987, т. 16, в. 1, с. 23—31.
- [9] Басс Ф. Г., Гуревич Ю. Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М., 1985. 400 с.
- [10] Дегтяренко Н. Н., Елесин В. Ф., Фурманов В. А. — ФТП, 1973, т. 7, в. 10, с. 1716—1721.
- [11] Лубашевский И. А., Рыжий В. И., Сурис Р. А. — Письма ЖТФ, 1982, т. 8, в. 1, с. 36—38.
- [12] Emtage P. R. — J. Appl. Phys., 1976, v. 47, p. 2565—2568.
- [13] Лубашевский И. А., Рыжий В. И., Мизерина Н. Ю. — ФТП, 1983, т. 17, в. 9, с. 1631—1634.
- [14] Лубашевский И. А., Мизерина Н. Ю. — ФТП, 1984, т. 18, в. 2, с. 238—243.
- [15] Николаева В. А., Рыжий В. И., Четверушкин Б. Н. — ДАН СССР, 1986, т. 288, в. 6, с. 1342—1346.
- [16] Самарский А. А. Теория разностных схем. М., 1983. 616 с.
- [17] Петренко А. И., Власов А. И., Тимченко А. П. Табличные методы моделирования электронных схем на ЭЦВМ. Киев, 1977. 192 с.
- [18] Кернер Б. С., Осипов В. В. — ЖЭТФ, 1980, т. 84, в. 6, с. 2219—2238.
- [19] Балкарей Ю. И., Евтихов М. Г., Елинсон М. И. — Микроэлектрон., 1983, т. 12, в. 2, с. 171—175.