

ТЕОРИЯ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ПЕРЕНОСА ГОРЯЧИХ НОСИТЕЛЕЙ В БИПОЛЯРНОМ ГЕТЕРОТРАНЗИСТОРЕ С ТОНКОЙ БАЗОЙ

Константинов О. В., Мезрин О. А.

Теоретически изучена релаксация энергии и импульса горячих электронов при испускании оптических фононов. Энергии горячих электронов в базе транзистора образуют совокупность нескольких эквидистантных «уровней». Для функций распределения электронов на этих уровнях получена система кинетических уравнений, позволяющая рассчитать коэффициент усиления транзистора по току с учетом двух механизмов прохождения базы — баллистического транспорта и диффузионного выноса остывших носителей. Показано, что наблюдаемые высокие значения коэффициента усиления объясняются лишь при учете обоих механизмов, причем главная роль принадлежит диффузионному выносу. Показано, что очень важен разрыв в валентной зоне на гетерогранице эмиттер—база. Только при 40%-м разрыве можно теоретически наблюдать высокие значения коэффициента усиления, при 15%-м разрыве теоретическое значение было бы на порядок меньше экспериментального ввиду большого тока инжекции дырок из базы в эмиттер.

1. *Введение.* В последние годы в нескольких работах [1-3] сообщалось об очень высоких значениях коэффициента усиления (до $5 \cdot 10^4$) биполярных гетеротранзисторов с субмикронной базой на основе AlGaAs—GaAs. В литературе существуют две различные точки зрения на причину этого эффекта. Первая — это большая вероятность диффузионного выноса холодных носителей из тонкой базы [1-3]. Однако для реализации этого механизма требуется предположить невероятное большое значение диффузионной длины неравновесных электронов в *p*-базе (порядка 15 мкм). Это совершенно неразумно для концентрации $p \sim 10^{17} \div 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Вторая точка зрения связана с баллистическим транспортом горячих носителей [4-6]. Проведенный далее анализ показал, что ни одна из этих крайних точек зрения не может объяснить большие значения коэффициента усиления. Они объясняются лишь совокупностью обоих механизмов. К примеру, баллистический механизм дает коэффициент усиления 40 (для толщины базы 0.1 мкм), а диффузионный множитель — 10^3 , так что итоговый коэффициент усиления, равный их произведению, будет $4 \cdot 10^4$.

Цель настоящей работы состоит в развитии аналитической теории баллистического переноса. Попытка построения ее была сделана в [4], однако там были некорректно сформулированы граничные условия и рассматривалось рассеяние электронов только на неполярных оптических фононах. Аналитические методы обладают существенным преимуществом перед моделированием по методу Монте-Карло [7, 8], поскольку получение достоверных результатов для коэффициента усиления $5 \cdot 10^4$ требует набора статистики с очень большим числом «пробных» электронов (порядка 10^9).

2. *Обсуждение основных результатов.* Зонная диаграмма рассматриваемой структуры изображена на рис. 1. Электроны выходят с тепловой скоростью из широкозонного эмиттера *n*-типа, когда к эмиттерному переходу прикладывается прямое смещение. После этого они ускоряются в узкой области гетероперехода до энергии $E = \Delta E_c$, где ΔE_c — разрыв в зоне проводимости. Эта энергия (≈ 0.2 эВ) значительно больше тепловой, и поэтому электроны в базе вблизи эмиттера летят к коллектору почти монохроматическим потоком (с малой угловой расходимостью) почти перпендикулярно базе. Основной механизм

релаксации электронов по импульсу — это испускание или поглощение оптических фононов, которые в полупроводниках $A^{III}B^V$ будут полярными фононами. Релаксация электронов по энергии обусловлена оптическими фононами вплоть до концентрации дырок в базе $2 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$. При большей концентрации дырок становятся эффективными два других механизма потерь энергии — испускание плазмонов горячим электроном [9] и кулоновские столкновения, сопровождающиеся перебросом дырки из тяжелой подзоны в легкую [10]. Первый из этих механизмов примерно в 2 раза эффективнее, чем второй. При такой потере энергии быстрый электрон почти не меняет направления своего импульса.

Величина коэффициента усиления транзистора критическим образом зависит от процессов рекомбинации электронов в базе. Рекомбинация горячего электрона маловероятна, поскольку отсутствуют дырки с большим значением квазимпульса. Опыты по исследованию «горячей» люминесценции показывают [11], что доля рекомбинации горячих электронов составляет не более 10^{-5} от рекомбинации остывших. Поэтому непременным условием рекомбинации является предварительное остывание, связанное с излучением довольно большого числа фононов или плазмонов.

Остывающие электроны образуют моноэнергетические группы, поскольку дисперсия как фононов, так и плазмонов невелика. На этом факте и основан предложенный в настоящей работе метод решения кинетического уравнения Больцмана. Мы рассмотрим этот метод

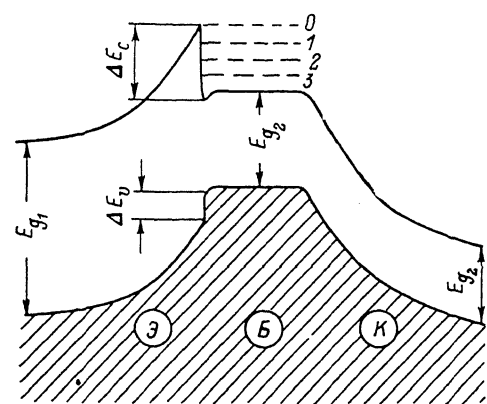


Рис. 1. Энергетическая диаграмма $n-p-n$ -гетеротранзистора.

Штриховыми прямыми показаны энергии электронов, испустивших оптические фононы. E_{g1} и E_{g2} — ширина запрещенной зоны в эмиттере и базе.

на примере потери энергии на оптических фононах. Энергии моноэнергетических групп электронов $E_n = E - n\hbar\Omega$ ($\hbar\Omega$ — энергия фонона, n — целое число) изображены на рис. 1 штриховыми линиями. Такие энергетические группы или уровни хорошо наблюдаются по спектрам горячей люминесценции [11]. Заполнение каждого энергетического уровня электронами мы описываем своей функцией распределения $f_n(\theta, x)$, зависящей от угла θ между направлением квазимпульса и нормалью к гетерогранице, а также от координаты x по нормали. В этой схеме можно избежать общепринятого разложения функции распределения в ряд по полиномам Лежандра, которое оказывается очень плохо сходящимся для пучка с малой угловой расходимостью. Для транзисторов с толщиной базы, меньшей длины свободного пробега горячего электрона, функции f_n убывают с ростом номера n . Это связано с тем, что вероятность $p_{n-1, n}$ -перехода с уровня $n-1$ на уровень n бывает меньше, чем вероятность $1-p_{n-1, n}$ -ухода в коллектор. По этой же причине можно пренебречь переходами электронов с нижнего энергетического уровня на верхний, сопровождающимися поглощением фононов. В итоге для функций f_n в случае полярных оптических фононов получается рекуррентное интегральное соотношение, связывающее последующую функцию с предыдущей. Функция же самого верхнего уровня $f_0(\theta, x)$ легко находится из решения соответствующего кинетического уравнения с граничным условием инжекции на эмиттерном переходе. На рис. 2 построены угловые зависимости функций $f_n(\theta)$, которые представляют собой усредненные по толщине базы функции $f_n(\theta, x)$. Они получены в результате упомянутого выше решения системы рекуррентных интегральных соотношений (46). Функция $f_0(\theta)$ представляет собой бесконечно острый пик при $\theta=0$. Функция $f_1(\theta)$ также сильно вытянута вперед, однако у нее появились боковые «крылья» при $\theta=\pi/2$. Они обусловлены накоплением носителей, летящих вдоль базы. У всех последующих функций эти крылья доминируют. Общим

свойством функций $f_n(\theta)$ является весьма малая доля электронов, летящих в обратном направлении (к эмиттеру).

Коэффициент усиления по току K для транзистора в схеме с общим эмиттером дается выражением

$$K = \frac{j_e - j_R}{j_R + j_h} = \frac{1 - p_R}{p_R + j_h/j_e}, \quad p_R = \frac{j_R}{j_e} = p_c p_D. \quad (1)$$

Здесь j_e — ток электронов из эмиттера, j_R — ток рекомбинации электронов в базе, j_h — ток инжекции дырок из базы в эмиттер. В формуле (1) пренебрега-

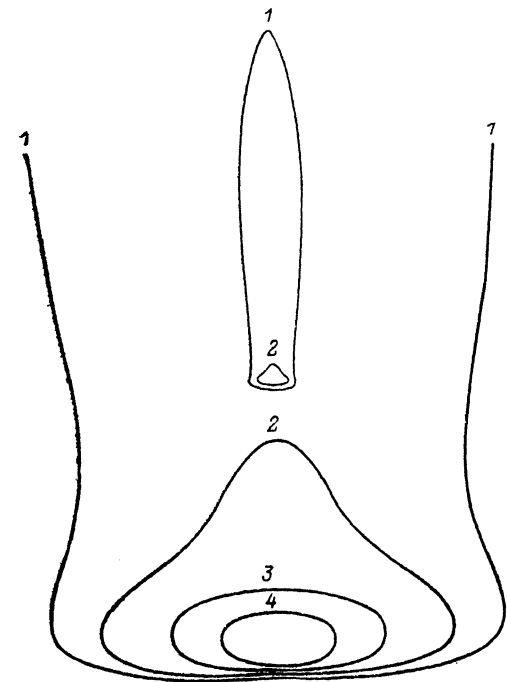


Рис. 2. Угловые зависимости функций распределения моноэнергетических групп электронов $f_n(\theta)$.

Функция f_0 описывает инжектированный поток электронов; функции f_1, f_2, \dots соответствуют испусканию одного, двух и т. д. оптических фононов; им соответствуют угловые зависимости 1—4.

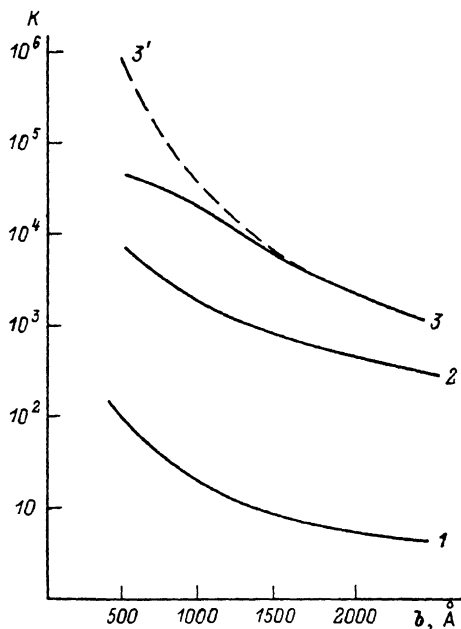


Рис. 3. Коэффициенты усиления по току для гетеротранзистора AlGaAs—GaAs в схеме с общей базой как функция толщины базы.

Разрывы зон $\Delta E_c = 0.2$ эВ, $\Delta E_v = 0.13$ эВ, концентрация дырок в базе $p = 10^{17}$ см $^{-3}$. 1 — баллистический коэффициент усиления, рассчитанный согласно (3); 2 — диффузионный коэффициент усиления, рассчитанный согласно (2); диффузионная длина остывших электронов $L_D = 2.5$ мкм; 3 — полный коэффициент усиления, штриховой кривой 3' показана величина этого коэффициента без учета инжекции дырок в эмиттер.

ется током дырок из обратно смещенного коллекторного перехода в базу. Величина p_R есть вероятность рекомбинации инжектируемого электрона в базе. Она равна произведению вероятности p_c охлаждения горячего электрона в базе, умноженной на вероятность p_D рекомбинации остывшего электрона в базе. В формуле (1)

$$p_c = \prod_{n=0}^{n_{\max}} p_{n-1, n}, \quad p_D = \frac{1}{3} \left(\frac{b}{L_D} \right)^2, \quad \frac{j_h}{j_e} \approx \frac{v_D}{v_R} e^{-\Delta E_D/kT}. \quad (2)$$

В вероятность p_D входит диффузионная длина L_D . Эта вероятность в 1.5 раза меньше обычно используемой для диффузионных транзисторов; различие обусловлено тем, что электроны генерируются однородно по базе. Последняя из формул (2) для дырочного тока j_h получена в нашей работе [12], в нее входит диффузионная скорость дырок в эмиттере $v_D = D_h/L_h$. Она имеет порядок величины $v_D \sim 10^4 \div 10^5$ см/с. Скорость $v_R \approx v_T/4 \approx 10^7$ см/с, где v_T — тепловая

скорости электрона в эмиттере. Величина ΔE_n — разрыв в валентной зоне. Эта величина весьма существенна и при использованных параметрах ($\Delta E_n = 0.13$ эВ) ограничивает коэффициент усиления K значением порядка $5 \cdot 10^4$. Такой предел получается при отношении $\Delta E_n / \Delta E_c = 0.6/0.4$, которое стало общепринятым для GaAlAs с недавних пор. Если бы мы взяли распространенное ранее отношение $\Delta E_n / \Delta E_c = 0.85/0.15$, то верхний предел коэффициента усиления ограничивался бы значением порядка $K = 2.5 \cdot 10^3$. Таким образом, простые оценки коэффициента усиления подтверждают принятое ныне значение отношения $\Delta E_n / \Delta E_c$. Если ток рекомбинации электронов в базе j_n больше тока инжекции дырок j_p , то коэффициент усиления (1) можно представить в виде произведения

$$K = p_n^{-1} = K_c K_D, \quad K_c = p_c^{-1}, \quad K_D = p_D^{-1}, \quad (3)$$

где K_c — баллистический коэффициент усиления, K_D — диффузионный. Коэффициент усиления как функция толщины базы построен на рис. 3. Там же приведены диффузионный и баллистический коэффициенты усиления. Видно, что главным сомножителем в полном коэффициенте усиления является диффузионный множитель, который описывает вынос холодных носителей из тонкой базы. Баллистический коэффициент усиления для разумных толщин базы не превышает нескольких десятков. Это говорит о том, что баллистический пролет сквозь базу оказывается трудно реализуемым режимом. Заметим, что использование диффузионной теории описания выноса остывших носителей из базы является довольно грубым приближением, поскольку длина свободного пробега этих носителей сравнима с толщиной базы. Более корректное описание этой стадии будет проведено в другом месте. Предложенный в настоящей работе метод решения кинетического уравнения может быть применен и к материалам с неполярными оптическими фононами (например, для кремния), для которых рассматривались различные варианты широкозонных эмиттеров. В этом случае предложенная теория сводится к очень простым соотношениям (40).

3. *Влияния испускания плазмонов и электрон-дырочного рассеяния.* Сила динамического трения быстрого электрона, когда его энергия много больше энергии плазмона, дается формулой [9, 10]

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{плэз}} = \frac{2\pi\Lambda_p e^4 p}{\epsilon_0^2 E}, \quad \left(\frac{dE}{dx}\right)_{h,l} = \frac{m_c}{m_l} \frac{\pi\Lambda_c e^4 p}{\epsilon_0^2 E}, \quad (4)$$

где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость, p — концентрация дырок в базе, m_c и m_l — эффективные массы электрона и легкой дырки. Первая формула описывает потери энергии электрона на плазмонах, вторая — за счет перебросов тяжелых дырок в легкие:

$$\Lambda_p = \frac{1}{2} \ln\left(1 + \frac{E}{kT}\right), \quad \Lambda_c = \ln\left(\frac{k}{k_h}\right), \quad (5)$$

где k — волновой вектор, соответствующий энергии E , k_h — волновой вектор тяжелой дырки с тепловой энергией.

Оба механизма одинаково зависят от энергии электрона и концентрации дырок и дают рассеяние с малым изменением угла. Среднюю потерю энергии легко оценить по формуле (4). При толщине базы $b = 0.1$ мкм (для $p = 10^{17}$ см $^{-3}$) электрон успевает потерять в ней всего лишь примерно 13 эВ, что составляет около трети энергии оптического фонона. По этой причине мы в данной работе этими процессами пренебрегаем, ограничиваясь концентрацией дырок в базе не больше $2 \cdot 10^{17}$ см $^{-3}$.

4. *Кинетическое уравнение для электронов при рассеянии на оптических фононах.* Выпишем хорошо известное кинетическое уравнение для случая фононов без дисперсии и в отсутствие электрического поля в базе транзистора

$$v_{k\mu} \frac{\partial}{\partial x} f(\epsilon_k, \mu, x) = S(f), \quad \mu = \cos \theta, \quad (6)$$

где $f(\epsilon_k, \mu, x)$ — функция распределения, зависящая от координаты в направлении, перпендикулярном базе, полярного угла θ (или же от μ) между волно-

вым вектором электрона \mathbf{k} и осью x , энергии и скорости электрона $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ и $v_{\mathbf{k}}$. Интеграл столкновений будет

$$S(f) = (2\pi)^{-3} \left[\int d\mathbf{k}' W_{\mathbf{k}', \mathbf{k}} f(\varepsilon_{\mathbf{k}'}, \mu') - f(\varepsilon_{\mathbf{k}}, \mu) \int d\mathbf{k}' W_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \right]. \quad (7)$$

Величина $W_{\mathbf{k}', \mathbf{k}}$ пропорциональна вероятности рассеяния из состояния \mathbf{k}' в состояние \mathbf{k} :

$$W_{\mathbf{k}', \mathbf{k}} = \omega(\mathbf{k} - \mathbf{k}') [N_{\Omega} \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'} - \varepsilon_{\mathbf{k}} + \hbar\Omega) + (1 + N_{\Omega}) \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'} - \varepsilon_{\mathbf{k}} - \hbar\Omega)]. \quad (8)$$

Функция рассеяния $\omega(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$ для неполярных оптических фононов пропорциональна квадрату энергии деформационного взаимодействия D_0 , $\omega = \pi D_0^2 / \rho \Omega$, где ρ — плотность кристалла, Ω — частота фонона, $D_0 \sim (5 \div 9) \cdot 10^8$ эВ/см. В случае полярных оптических фононов

$$\omega(\mathbf{k} - \mathbf{k}') = \frac{4\pi^2 e^* \Omega}{(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 + \alpha^2}, \quad e^* = e(\varepsilon_{\infty}^{-1} - \varepsilon_0^{-1}), \quad (9)$$

где α — обратный дебаевский радиус экранирования дырками в базе, e^* — эффективный заряд. Для арсенида галлия $e^* = 0.0131e$. Рассмотрим далее преобразование кинетического уравнения в методе моноэнергетических групп. Если функция распределения горячих электронов, инжектируемых в базу, имеет дисперсию по энергии, меньшую, чем энергия оптического фонона, то как инжектируемые электроны, так и электроны, испустившие оптические фононы, будут образовывать моноэнергетические группы. Энергетическое расстояние между группами равно энергии фонона $\hbar\Omega$. Тогда функцию распределения электронов можно представить в следующей форме ($E_n = E - n\hbar\Omega$):

$$f(\varepsilon_{\mathbf{k}}, \mu, x) = \sum_n \rho_n^{-1} f_n(\mu, x) \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}} - E_n), \quad (10)$$

где E — энергия инжектируемых электронов, n — число испущенных фононов, ρ_n — плотность состояний на n -м уровне с энергией E_n :

$$\rho_n = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k}' \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'} - E_n) = \frac{k_n^2}{\pi^2 \hbar v_n} = \frac{m_e}{\pi^2 \hbar^2} k_n. \quad (11)$$

Последнее равенство справедливо лишь для изотропной квадратичной зоны с эффективной массой m_e . Функции $f_n(\mu, x)$ являются нормированными на концентрацию $n(x)$ функциями распределения:

$$n(x) = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} f(\mathbf{k}, x) = \sum_n \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f_n(\mu, x) d\mu. \quad (12)$$

Для функции $f_n(\mu, x)$ можно получить систему уравнений, если подставить (10) в кинетическое уравнение (6):

$$\sum_n \rho_n^{-1} \left[v_n \mu \frac{\partial}{\partial x} f_n + v_n f_n \right] = J = \sum_n J_n, \quad (13)$$

где v_n — частота столкновений, J — приходный член,

$$v_n = (2\pi)^{-3} \int d\mathbf{k}' W_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}, \quad J_n = \frac{(2\pi)^{-3}}{\rho_n} \int d\mathbf{k}' W_{\mathbf{k}', \mathbf{k}} f_n(\mu') \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'} - E_n). \quad (14)$$

Подставляя $W_{\mathbf{k}', \mathbf{k}}$ согласно (8), в (14), получим

$$J_n = \frac{(2\pi)^{-3}}{\rho_n} \left[\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}} - E_{n-1}) (1 + N_{\Omega}) \int d\mathbf{k}' \omega(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'} - E_n) f_n(\mu') + \right. \\ \left. + \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}} - E_{n-1}) N_{\Omega} \int d\mathbf{k}' \omega(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta(\varepsilon_{\mathbf{k}'} - E_n) f_n(\mu') \right]. \quad (15)$$

При этом использовались равенства типа $\delta(\epsilon_{k'} - E_n) \delta(\epsilon_k - \epsilon_k - \hbar\Omega) \equiv \delta(\epsilon_k - E_{n+1}) \delta(\epsilon_{k'} - E_n)$. Тогда кинетическое уравнение (13) распадается на систему уравнений для функций f_n :

$$v_n \mu \frac{\partial}{\partial x} f_n(\mu, x) + v_n f_n(\mu, x) = g_n, \quad g_n = g_n^{(e)} + g_n^{(a)}. \quad (16)$$

Функции генерации g_n на μ -й уровень получаются из (15):

$$g_n^{(e)} = \rho_n (1 + N_\Omega) \frac{1}{4} \int_{-1}^1 d\mu' \omega_{n, n-1}(\mu, \mu') f_{n-1}(\mu'),$$

$$g_n^{(a)} = \rho_n N_\Omega \frac{1}{4} \int_{-1}^1 d\mu' \omega_{n, n+1}(\mu, \mu') f_{n+1}(\mu'). \quad (17)$$

Здесь

$$\omega_{n, n-1}(\mu, \mu') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi' \omega(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \quad \text{при } k = k_n, \quad k' = k_{n-1}. \quad (18)$$

Частота столкновений v_n , определенная согласно (14), будет

$$v_n = \rho_{n+1} (1 + N_\Omega) \frac{1}{4} \int_{-1}^1 d\mu' \omega_{n, n+1}(\mu, \mu') + \rho_n N_\Omega \frac{1}{4} \int_{-1}^1 d\mu' \omega_{n, n-1}(\mu, \mu'). \quad (19)$$

Соотношения (17) и система дифференциальных уравнений (16) образуют замкнутую систему уравнений, описывающую процесс остывания горячих электронов.

5. *Решение системы уравнений моноэнергетических групп.* Можно написать формальное решение каждого дифференциального уравнения системы (16), считая функцию генерации g_n известной. Для этого следует задать граничное условие при $x=b$ или $x=0$. Оно имеет различный вид для электронов, летящих в сторону коллектора ($\mu > 0$), и для электронов, летящих к эмиттеру ($\mu < 0$). Таким образом, функция $f_n(\mu, x)$ будет иметь одну форму для $\mu > 0$: $f_n(\mu, x) \equiv f_n^{(+)}(\mu, x)$ и другую — для $\mu < 0$: $f_n(\mu, x) \equiv f_n^{(-)}(-|\mu|, x)$. Аналогичные обозначения следует ввести и для функции генерации g_n , т. е. $g_n^{(+)}$ и $g_n^{(-)}$. Наиболее простой вид имеет граничное условие для $f_n^{(-)}(-|\mu|, x)$:

$$f_n^{(-)}(-|\mu|, x)|_{x=b} = 0. \quad (20)$$

Оно означает, что коллектор обладает 100%-й способностью вытягивать электроны. Решение дифференциального уравнения (16), удовлетворяющее граничному условию (20), будет

$$f_n^{(-)}(-|\mu|, x) = \frac{1}{v_n |\mu|} \int_x^b e^{-\frac{x-x'}{l_n |\mu|}} g_n^{(-)}(-|\mu|, x') dx', \quad l_n = \frac{v_n}{v_n}. \quad (21)$$

Для получения функций $f_n^{(+)}$ требуется задание граничного условия на эмиттерном переходе ($x=0$). Для электронов, потерявших энергию в базе, оно будет

$$f_n^{(+)}(\mu, 0) = f_n^{(-)}(-|\mu|, 0). \quad (22)$$

Это есть условие зеркального отражения электронов на потенциальном барьере гетероперехода. Решение уравнения (16) с таким граничным условием имеет вид

$$f_n^{(+)}(\mu, x) = \frac{1}{v_n |\mu|} e^{-\frac{x}{l_n \mu}} \left[\int_0^x e^{\frac{x'}{l_n \mu}} g_n^{(+)}(\mu, x') dx' + \int_0^b e^{-\frac{x'}{l_n |\mu|}} g_n^{(-)}(-|\mu|, x') dx' \right]. \quad (23)$$

Нетрудно убедиться, что (21) и (23) совпадают при $x=0$. Решение (23) относится только к электронам, потерявшим энергию. Электроны, не потерявшие энергию, описываются граничным условием

$$f_0^{(+)}(\mu, x)|_{x=0} = 2j_e \delta(1-\mu)/ev_0, \quad (24)$$

где j_e — электронный ток эмиттера, v_0 — скорость электронов, $\delta(1-\mu)$ — дельта-функция, не равная нулю лишь при $\theta=0$. Для электронов, которые приобрели энергию в базе, граничное условие всего естественнее выбрать в виде $f_n^{(+)}(\mu, 0)=0$, однако такие электроны в случае тонкой базы мы не будем рассматривать вовсе.

6. *Приближение тонкой базы.* Наиболее интересен случай, когда толщина базы транзистора меньше длины пробега. Тогда в нулевом приближении можно пренебречь процессами поглощения фононов, поскольку функции f_n убывают с ростом номера n . Другое упрощение в случае тонкой базы заключается в том, что функции g_n и f_n слабо зависят от координаты, поскольку множители типа $\exp(x/l_n^{\pm})$, входящие в (21) и (23), близки к единице в широком интервале значений μ . Однако непосредственное разложение экспонент в ряд приводит к возникновению расходимостей при $\mu \rightarrow 0$. Поэтому для устранения этих трудностей мы используем процедуру усреднения, позволяющую более корректно реализовать малость параметра x/l_n . Для этого заменим функцию генерации g_n , входящую под интеграл в (21) и (23), ее средним значением

$$\bar{g}_n(\mu) = \frac{1}{b} \int_0^b g_n(\mu, x) dx. \quad (25)$$

После этого усредним уравнения (21) и (23) по координате x , в результате чего получится связь между \bar{f}_n и \bar{g}_n :

$$\bar{f}_n(\mu) = \nu_n^{-1} G_n(\mu), \quad G_n(\mu) = \bar{g}_n(\mu) \eta(y_n) + \Theta(\mu) \bar{g}_n^{(-)}(-|\mu|) \xi(y_n), \quad (26)$$

где

$$\eta(y) = 1 - \frac{1}{y}(1 - e^{-y}), \quad \xi(y) = \frac{1}{y}(1 - e^{-y})^2, \quad y_n = \frac{b}{l_n |\mu|}. \quad (27)$$

Здесь $\Theta(\mu)$ — ступенчатая функция, равная нулю при $\mu < 0$ и единице при $\mu > 0$; $l_n = v_n/\nu_n$ — длина свободного пробега на n -м уровне. Частота столкновений ν_n , согласно сделанному выше предположению, определяется только процессом испускания фонона:

$$\nu_n = \nu_{n+1} (1 + N_\Omega) \frac{1}{4} \int_{-1}^1 d\mu' \omega_{n, n+1}(\mu, \mu'). \quad (28)$$

Аналогично следует сохранить только процессы испускания фононов и в генерационном члене

$$\bar{g}_n(\mu) = \nu_n (1 + N_\Omega) \frac{1}{4} \int_{-1}^1 d\mu' \omega_{n, n-1}(\mu, \mu') \bar{f}_{n-1}(\mu'). \quad (29)$$

Это соотношение написано уже для усредненных по x величин \bar{g}_n и \bar{f}_{n-1} . С помощью соотношений (26) и (29) можно получить рекуррентное интегральное соотношение, связывающее функцию \bar{g}_n с предыдущей функцией \bar{g}_{n-1} :

$$\bar{g}_n(\mu) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \bar{\omega}_{n, n-1}(\mu, \mu') G_{n-1}(\mu') d\mu', \quad (30)$$

где $G_{n-1}(\mu')$ выражается через $\bar{g}_{n-1}(\mu')$, согласно (26),

$$\bar{\omega}_{n, n-1}(\mu, \mu') = 2\omega_{n, n-1}(\mu, \mu') \left/ \int_{-1}^1 d\mu' \omega_{n, n-1}(\mu, \mu') \right. \quad (31)$$

Рекуррентное соотношение (30) справедливо для всех $n \geq 2$. При $n=1$ следует использовать непосредственно формулу (29). Для этого запишем функцию $f_0(x, \mu)$

$$f_0(x, \mu) = 2j_e e^{-\frac{x}{l_0}} \delta(1-\mu)/ev_0, \quad f_0(\mu) = 2j_e \left(1 - e^{-\frac{b}{l_0}}\right) \delta(1-\mu)/bv_e. \quad (32)$$

Первая из этих формул получена из решения уравнения (16) с граничным условием (24), а вторая — ее среднее значение. Подставляя (32) в (29), получим, что

$$\bar{g}_1(\mu) = j_e \bar{\omega}_{1,0}(\mu, 1) \left(1 - e^{-\frac{b}{l_0}}\right) / eb. \quad (33)$$

Обозначим через P_n полное число электронов, переходящих в единицу времени с $(n-1)$ -го уровня на n -й, а через $p_{n-1, n}$ — относительную вероятность этого перехода

$$P_n = b \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \bar{g}_n(\mu) d\mu, \quad p_{n-1, n} = P_n / P_{n-1}. \quad (34)$$

Вероятность электрону уйти с $(n-1)$ -го уровня в коллектор равна, очевидно, $1 - p_{n-1, n}$. Вероятность $p_{0,1}$ и величина P_1 , согласно формуле (33), будут

$$p_{0,1} = 1 - e^{-\frac{b}{l_0}}, \quad P_1 = j_e \left(1 - e^{-\frac{b}{l_0}}\right) / e. \quad (35)$$

Удобно ввести также результирующую вероятность p_n того, что инжектированный электрон останется в базе и окажется на n -м уровне

$$\prod_{n=1}^{\infty} p_n = p_{0,1} p_{1,2} \dots p_{n-1,n}, \quad P_n = e P_n / j_e. \quad (36)$$

С этой величиной можно связать баллистический коэффициент усиления $K_n = P_n^{-1}$, который имеет смысл числа горячих электронов, вылетевших в коллектор, в расчете на один электрон, оставшийся в базе на n -м уровне.

7. *Неполярные оптические фононы.* Вероятность (18) их испускания есть просто константа

$$\omega_{n, n-1}(\mu, \mu') \equiv \omega_0 = \pi D_0^2 / \rho \Omega, \quad \bar{\omega}_{n, n-1} = 1. \quad (37)$$

Функция генерации \bar{g}_n в этом случае не зависит от μ , и рекуррентная формула (30) принимает вид

$$\bar{g}_n = p_{n-1, n} \bar{g}_{n-1}, \quad p_{n-1, n} = \frac{1}{2} \left[\int_{-1}^1 \eta(y'_{n-1}) dy' + \int_0^1 \xi(y'_{n-1}) dy' \right]. \quad (38)$$

Преобразуя интегралы в (38), получим

$$p_{n-1, n} = 1 - \frac{1}{4z_{n-1}} + \frac{1}{2z_{n-1}} \int_1^{\infty} \frac{dt}{t^3} e^{-2xz_{n-1}t}, \quad z_{n-1} = \frac{b}{l_{n-1}}. \quad (39)$$

При $z_{n-1} < 1$ это выражение можно упростить:

$$p_{n-1, n} = z_{n-1} \ln(B/z_{n-1}), \quad B = 1.258, \quad n \geq 2, \quad (40)$$

$$p_{0,1} = 1 - e^{-z_0}, \quad z_0 = \frac{b}{l_0}, \quad l_n = l_0 = l \equiv \frac{2\pi}{1 - N_{\Omega}} \frac{\rho h^3 \Omega}{D_0^2 m_e^2}.$$

Тогда

$$P_n = (1 - e^{-z}) [z \ln(B/z)]^{n-1}, \quad z = b/l. \quad (40a)$$

8. *Полярные оптические фононы.* Вероятность рассеяния (18) в этом случае будет

$$\omega_{n, n-1}(\mu, \mu') = \frac{2\pi^2 e e^* \Omega}{k_n k_{n-1}} F_{n, n-1}(\mu, \mu'), \quad \bar{\omega}_{n, n-1}(\mu, \mu') = \frac{F_{n, n-1}(\mu, \mu')}{k_{n, n-1}}, \quad (41)$$

где

$$F_{n, n-1}(\mu, \mu') = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi'}{I_{n, n-1} - \cos \theta_{kk'}} = [(I_{n, n-1}^2 - 1)(1 - \mu^2) + (\mu' - \mu I_{n, n-1})^2]^{-1/2}. \quad (42)$$

Величина $I_{n, n-1}$ близка к единице:

$$I_{n, n-1} = 1 + 2\gamma_{n, n-1}, \quad \gamma_{n, n-1} = \frac{(\sqrt{E_{n-1}} - \sqrt{E_n})^2 + (\hbar^2 \chi^2 / 2m_c)}{4(E_{n-1}E_n)^{1/2}}. \quad (43)$$

Параметр $\lambda_{n, n-1}$ выражается через $\gamma_{n, n-1}$:

$$\lambda_{n, n-1} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 F_{n, n-1}(\mu, \mu') d\mu' = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \gamma_{n, n-1}}{\gamma_{n, n-1}} \right). \quad (44)$$

Приведем формулу для длины пробега l_n :

$$l_n = \frac{v_n}{v_n} = \frac{a_B^*}{1 + N_Q} \frac{2E_n}{\hbar\Omega} \frac{1}{\lambda_{n, n+1}}, \quad a_B^* = \frac{\hbar^2}{m_c^* e^*}. \quad (45)$$

Рекуррентное интегральное соотношение (30) в этом случае будет

$$\bar{g}_n(\mu) = \frac{1}{2\lambda_{n, n-1}} \int_{-1}^1 F_{n, n-1}(\mu, \mu') G_{n-1}(\mu') d\mu', \quad (46)$$

где $G_{n-1}(\mu')$ выражается через $\bar{g}_{n-1}(\mu')$, согласно (26).

Баллистические параметры электронов в GaAs-базе гетеротранзистора

n	E_n , эВ	$\lambda_{n+1, n}$	l_n , Å	τ_n , пс	$p_{n-1, n}$	p_n
0	200	2.51	1985	0.190	—	—
1	164	2.35	1710	0.184	0.40	0.40
2	128	2.14	1464	0.179	0.405	0.162
3	92	1.82	1230	0.177	0.589	0.095
4	56	1.20	1105	0.203	0.692	0.066
5	20	—	—	—	0.731	0.048

Примечание. Обозначение колонок: n — число испушенных оптических фононов (номер уровня), E_n — энергия электрона, $\lambda_{n+1, n}$ — параметр, рассчитываемый по формуле (44), l_n — длина пробега, согласно (45), τ_n — соответствующее время релаксации $\tau_n = v_n^{-1} = l_n/v_n$, $p_{n-1, n}$ — вероятность перехода ($n-1$)-го уровня на n -й уровень, рассчитанная согласно (34), в которую подставляется функция \bar{g}_n , найденная численным интегрированием рекуррентного соотношения (46), p_n — вероятность перехода с самого верхнего уровня на n -й уровень, рассчитанная согласно (36). Величина $p_0^{-1} \approx 20$ есть баллистический коэффициент усиления.

В таблице приведены параметры горячих электронов для базы толщиной $0.1 \mu\text{м}$ при $p=10^{17} \text{ см}^{-3}$. Энергия инжектируемых электронов 0.2 эВ , $T=300 \text{ К}$. Обратный квадрат дебаевского радиуса $\chi^2=0.53 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$, плазменное число фононов $N_Q=0.33$.

Л и т е р а т у р а

- [1] Scavennec A., Ankri D., Besombes C., Courbet C., Rion J., Heliot F. — Electron. Lett., 1983, v. 19, N 10, p. 394—395.
- [2] Hao-Hsiung Lin, Si-Chen Lee. — Appl. Phys. Lett., 1985, v. 47, N 8, p. 839—841.
- [3] Gazarre A., Tasselli J., Marty A., Bailbe J. P., Rey G. — Electron. Lett., 1985, v. 21, N 24, p. 1124—1126.
- [4] Ridley B. K. — Sol. St. Electron., 1983, v. 24, N 2, p. 147—151.
- [5] Shur M. S., Eastman L. F. — IEEE Trans. Electron. Dev., 1979, v. ED-26, p. 1677—1683.
- [6] Рыжий В. И. — Микроэлектрон., 1987, т. 16, в. 5, с. 387—396.
- [7] Imanaga S., Kawai H., Kaneko K., Watanabe N. — J. Appl. Phys., 1986, v. 59, N 9, p. 3281—3285.

- [8] Баннов Н. А., Рыжий В. И., Святченко А. А. — Письма ЖТФ, 1984, т. 10, в. 18, с. 1106—1110.
- [9] Платцман Ф., Вольф П. Волны и взаимодействия в плазме твердого тела. М., 1975. 436 с.
- [10] Дьяконов М. И., Перель В. И., Ясиевич И. Н. — ФТП, 1977, т. 11, в. 7, с. 1364—1371.
- [11] Mirlin D. N., Karlik I. Ya., Nikitin L. P., Reshina I. I. — Sol. St. Commun., 1981, v. 37, N 9, p. 757—760.
- [12] Константинов О. В., Мезрин О. А. — ФТП, 1985, т. 19, в. 11, с. 1991—1999.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Получена 13.04.1988
Принята к печати 2.06.1988
