

## РАЗМЕРНОЕ КВАНТОВАНИЕ ДЫРОК И ОСОБЕННОСТИ ЭКСИТОННЫХ СПЕКТРОВ В КВАНТОВОЙ ЯМЕ КОНЕЧНОЙ ГЛУБИНЫ

Соколова З. Н., Халфин В. Б., Эфрос Ал. Л.

Исследован энергетический спектр дырок в полупроводниках с вырожденной валентной зоной для прямоугольных квантовых ям конечной глубины. Получены аналитические выражения для продольных эффективных масс в подзонах размерного квантования. Представлены результаты расчетов энергетических спектров для GaAs в широком диапазоне значений параметров ям. Исследовано влияние сложной структуры валентной зоны на энергетический спектр квазидвумерных экситонов. Показано, что для переходов между электронными и дырочными подзонами размерного квантования разной четности оптически активными являются состояния экситона с проекцией момента  $|m|=1$ .

1. Достижения полупроводниковой технологии привели к созданию гетероструктур со сверхтонкими узкозонными слоями (квантовыми ямами), в которых проявляются квантово-размерные эффекты [1]. При исследовании оптических и электрических свойств таких слоев необходимо знать энергетический спектрносителей тока в этих квантовых ямах. Реально существующие в настоящее время структуры с квантовыми ямами созданы на основе гетероструктур из алмазоподобных полупроводников с вырожденной валентной зоной, среди которых наиболее исследована система GaAs—Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As [2].

Спектр электронов таких квантовых ям хорошо известен и представляет собой совокупность двумерных подзон с простым параболическим законом дисперсии. Энергетический спектр дырок имеет более сложный вид из-за вырождения валентной зоны.

Этот спектр исследовался во многих работах: во-первых, для бесконечно глубокой ямы в изотропном случае [3, 4] и с учетом гофрировки [5–7], во-вторых, для конечных квантовых ям численным способом [8–11].

В настоящей работе в отличие от [8–11] проведено аналитическое исследование спектра дырок при малых продольных волновых векторах  $k_{\parallel}$  в полупроводниках с вырожденной валентной зоной для прямоугольных квантовых ям конечной глубины. Получены аналитические выражения для продольных эффективных масс на дне каждой из подзон размерного квантования (ПРК) (при  $k_{\parallel}=0$ ). При произвольных  $k_{\parallel}$  приводятся зависимости энергетического спектра нескольких нижних ПРК от глубины ямы. Исследовано влияние взаимодействия между дырочными ПРК на энергетический спектр квазидвумерных экситонных состояний. Обсуждается возможность проявления особенностей энергетической структуры валентной зоны в межзонных оптических спектрах с учетом экситонных эффектов.

2. Энергетический спектр дырок в четырехкратно вырожденной валентной зоне  $\Gamma_8$  описывается гамильтонианом Латтинжера [12, 13], в котором мы пре-небрежем гофрировкой изоэнергетических поверхностей. Выберем ось  $y$  перпендикулярно боковым границам квантовой ямы, расположенным при  $y=\pm a/2$  ( $a$  — ширина ямы), а продольный волновой вектор дырок  $k_{\parallel}$  направим вдоль оси  $x$ :  $k_x=0$ . Обозначим продольный волновой вектор  $k_{\parallel}=k_x=k$ , а поперечный волновой вектор в яме  $k_y=q$ . Поперечный волновой вектор вне ямы обозначим

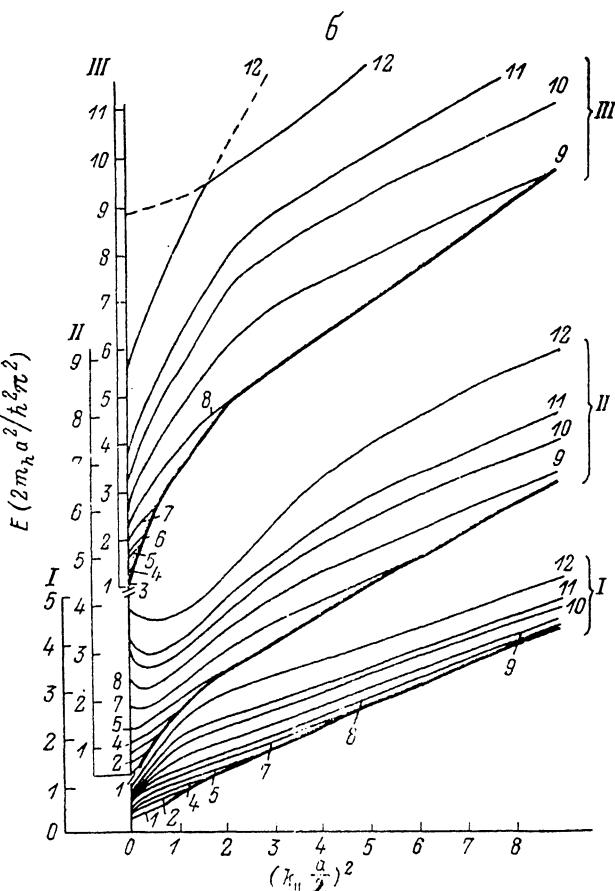
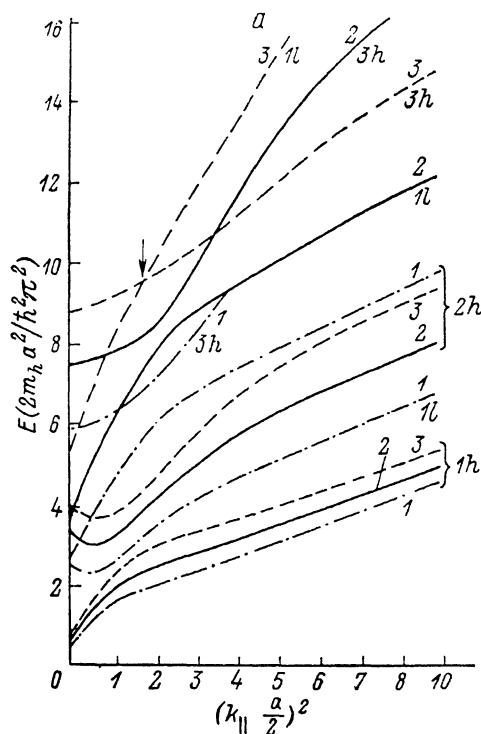


Рис. 1. Зависимость энергии уровней размерного квантования дырок от продольного волнового вектора в GaAs для разных значений параметра  $\gamma$ .

$m_b = 0.45 m_0$ ,  $m_l = 0.08 m_0$ . а)  $\gamma$ :  $1 - 0.1$ ,  $2 - 0.02$ ,  $3 - 0.0$ ; б) для трех нижних уровней — серии I, II, III,  $\gamma$ :  $1 - 1.65$ ,  $2 - 1.0$ ,  $3 - 0.82$ ,  $4 - 0.71$ ,  $5 - 0.49$ ,  $6 - 0.45$ ,  $7 - 0.33$ ,  $8 - 0.2$ ,  $9 - 0.1$ ,  $10 - 0.04$ ,  $11 - 0.02$ ,  $12 - 0$ .

$$Q_{l,h} = \sqrt{(U - E + \hbar^2 k^2 / 2m_{l,h}) / (\hbar^2 / 2m_{l,h})},$$

где  $m_{l,h}$  — эффективная масса легких ( $l$ ) и тяжелых ( $h$ ) дырок в объемном материале,  $E$  — энергия рассматриваемого связанного состояния,  $U$  — глубина ямы. При таком выборе осей гамильтониан Латтингера становится квазидиагональным и распадается на два размерности  $2 \times 2$ . Решая обычным образом уравнение Шредингера с таким гамильтонианом в областях внутри и вне ямы и используя условия непрерывности всех компонент волновой функции и нормальных производных на границах ямы, получаем систему из восьми однородных алгебраических уравнений. Равенство нулю определителя этой системы [ $\Delta(E) = 0$ ] дает дисперсионное соотношение, описывающее энергетический спектр дырок в прямоугольной квантовой яме конечной глубины. Результаты расчета на ЭВМ этого спектра в безразмерных переменных  $E^2 m_h a^2 / (\hbar^2 \pi^2)$  и  $(k_{\parallel} a / 2)^2$  приведены на рис. 1, а, б. Энергия дырок  $E$  отсчитывается в глубь валентной зоны. В таких переменных вид энергетического спектра в яме конечной глубины зависит только от одного безразмерного параметра

$$\gamma = \hbar^2 \pi^2 / (2m_h a^2 U) \quad (1)$$

и отношения эффективных масс легких и тяжелых дырок.

На рис. 1, а представлены результаты расчетов энергетического спектра бесконечно глубокой ямы ( $\gamma=0$ , штриховые кривые 3) и двух ям конечной глубины ( $\gamma=0.02$ , сплошные кривые 2;  $\gamma=0.1$ , штрихпунктирные кривые 1) для GaAs ( $m_h = 0.45 m_0$  [14];  $m_l = 0.08 m_0$ ). Отметим, что при  $\gamma > 1$  в яме остается только по одному уровню размерного квантования (УРК) легких и тяжелых дырок.

На рис. 1, б приведены дисперсионные зависимости трех нижних УРК для значений  $\gamma$  в интервале  $0 \leq \gamma \leq 1.65$ . Серия кривых I соответствует первому УРК тяжелых дырок ( $1h$ ). Серии II и III в зависимости от параметра  $\gamma$  могут отвечать как второму УРК тяжелых дырок ( $2h$ ), так и первому УРК легких дырок ( $1l$ ). Как будет показано далее, в серии II кривые 1—9 описывают УРК ( $1l$ ), а кривые 10—12 — ( $2h$ ). В серии же III кривые 3—9 отвечают УРК ( $2h$ ), а кривые 10—12 — УРК ( $1l$ ). Дисперсионные зависимости, приведенные на рис. 1, а, б, ограничены высотой барьера квантовой ямы  $U$ . По этой причине на рис. 1, а оборвана кривая (3h) при  $\gamma=0.1$ . Жирные кривые на рис. 1, б соединяют точки обрыва, соответствующие выходу уровней из квантовой ямы.

На рис. 1, а, б видно, что с уменьшением глубины ямы вплоть до  $\gamma=0.2$  общий вид закона дисперсии для нижних УРК тяжелой и легкой дырок сохраняется, но в конечной яме энергия УРК, отсчитанная от дна ямы, уменьшается. Из рис. 1, а следует, что в конечной яме отсутствуют пересечения УРК, имеющие место в случае бесконечно глубокой ямы ( $\gamma=0$ ).<sup>1</sup> Точка пересечения (3h) и (1l) УРК бесконечной ямы показана на рис. 1, а стрелкой. Из рис. 1, а, б также видно, что дисперсионные кривые для ПРК существенно непарabolичны, однако при малых  $k$  их можно описать как параболические с продольными эффективными массами  $m_h^n$ , величины которых отличны от объемных значений и зависят от параметра  $\gamma$  и номера подзоны размерного квантования  $n$ . Анализические выражения для  $m_h^n$ , найдем, дифференцируя неявную функцию  $E(k)$ , задаваемую равенством нулю определителя  $\Delta(E)$ . Для нечетных ПРК тяжелых дырок  $nh$  ( $n=1, 3, 5, \dots$ ) получаем

$$(m_h^n)^{-1} = m_h^{-1} \left\{ 1 + \frac{3f^2}{2(1+f)\sin^2 d} \left[ \frac{\cos g}{d(g \cos g + e \sin g)} - \frac{4\gamma}{\pi^2} \right] \right\}, \quad (2)$$

где

$$d = q_h \frac{a}{2}, \quad g = q_l \frac{a}{2}, \quad f = Q_h \frac{a}{2}, \quad e = Q_l \frac{a}{2}, \quad E = \frac{\hbar^2}{2} \frac{(k^2 + q_{l,h}^2)}{m_{l,h}}.$$

Масса тяжелых дырок в четных ПРК  $nh$  ( $n=2, 4, 6, \dots$ ) получается из (2) заменой  $e \rightarrow -e$ ,  $\sin \neq \cos$ . Для вычисления массы легких дырок  $m_l^n$  в выражении

<sup>1</sup> Следует отметить, что учет спин-орбитально отщепленной зоны в яме бесконечной глубины также приводит к замене пересечений УРК на их антипересечения [15].

для массы тяжелых дырок той же четности надо заменить  $g \rightleftharpoons d$ ,  $e \rightleftharpoons f$ ,  $m_h \rightarrow m_l$ ,  $\gamma \rightarrow \gamma/\alpha$ , где  $\alpha = m_l/m_h$ .

Волновые векторы  $q_l$ ,  $q_h$ ,  $Q_l$ ,  $Q_h$  находятся из равенства  $\Delta(E)=0$  при  $k=0$ . Определитель в этом случае распадается на четыре дисперсионных уравнения

$$\operatorname{tg} \left( q_h, l \frac{\alpha}{2} \right) = \pm \left( \frac{Q_h, l}{q_h, l} \right)^{\pm 1}, \quad (3)$$

которые описывают положение УРК  $E_{h, l}(n)$  в простой зоне с соответствующей эффективной массой. Знаки «+» в выражении (3) соответствуют нечетным ПРК тяжелых и легких дырок, а знаки «-» — четным.

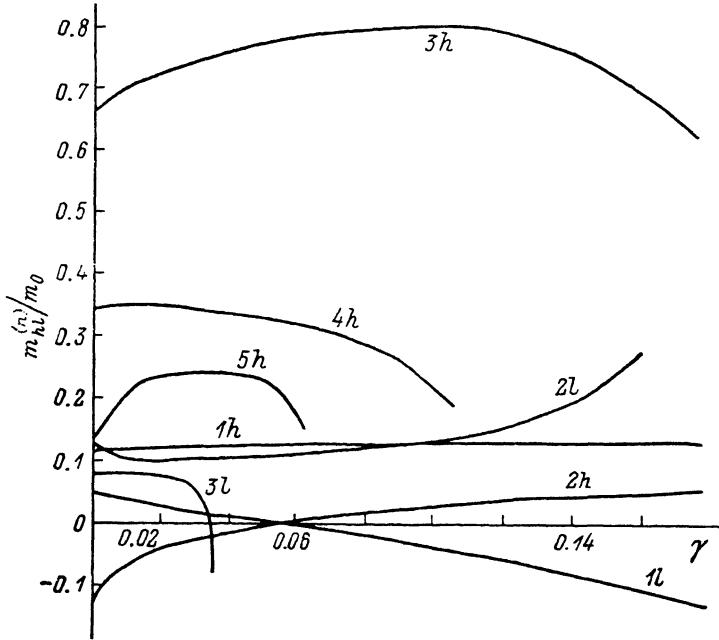


Рис. 2. Зависимость продольных эффективных масс ряда нижних уровней размерного квантования дырок в GaAs от параметра  $\gamma$ .

Анализ выражения (2) показывает, что когда знаменатель первого члена в квадратных скобках, являющийся дисперсионным уравнением для ПРК другого типа дырок и противоположной четности, стремится к нулю, то и эффективная масса  $m_h^n$  также стремится к нулю. Обращение в нуль этого знаменателя означает совпадение дна двух ПРК для  $k=0$  при некоторых значениях параметра  $\gamma$ , которые могут быть найдены при совместном решении соответствующих пар уравнений из выражения (3).

Наибольший интерес представляет возможность пересечения нижних УРК. УРК (1h) при любых параметрах ямы остается самым нижним. Если отношения объемных масс  $\alpha < 0.25$ , то уровни (1l) и (2h) пересекутся при значении параметра  $\gamma_0 = (1 - \sqrt{\alpha})^2 / (1 + \operatorname{ctg}^2 [\pi/2 / (1 - \sqrt{\alpha})])$ . В GaAs  $\gamma_0 = 0.056$ , что при высоте барьера  $U = 150$  мэВ соответствует ширине ямы  $a_0 = 100$  Å. Таким образом, как видно из (2), варьирование ширины квантовой ямы в окрестности  $a_0$  приводит к существенному изменению величины продольной эффективной массы для УРК (2h) и (1l).

Для GaAs общий вид зависимостей продольных эффективных масс от параметров ям  $\gamma$ , рассчитанных по формуле (2) для нескольких нижних УРК, приведен на рис. 2. Для каждого УРК массы вычислялись во всем диапазоне его существования. Только кривые, соответствующие УРК (1h) и (1l), не имеют точек окончания, так как эти уровни существуют при любом значении  $\gamma$ . На рис. 2 наблюдается сильная зависимость продольных масс как от номера ПРК  $n$ , так и от параметра  $\gamma$ .

3. Рассмотренные особенности поведения продольных эффективных масс должны проявляться в спектрах межзонных оптических переходов. В результате кулоновского взаимодействия возникающих при поглощении света электрона и дырки под каждой парой ПРК зоны проводимости и валентной зоны образуются квазидвумерные экситонные состояния. В простейшем случае сильного размерного квантования энергия связи такого экситона может быть рассчитана по формуле для двумерного экситона [16]

$$R_h = 2\mu_n^{-4} / h^2 \chi^2, \quad (4)$$

где  $\chi$  — диэлектрическая проницаемость, а приведенная масса  $\mu_n$  выражается через продольную эффективную массу  $m_{n,l}^{n,l}$  (2) участвующей в переходе дырочной ПРК  $\mu_n^{-1} = m_c^{-1} + (m_{n,l}^{n,l})^{-1}$  ( $m_c$  — масса электрона).

Выражение (4) не применимо для случая двух близко расположенных ПРК дырок. Две близкие ПРК с номерами разной четности сильно смешиваются при  $k=0$ , в результате чего эффективная масса нижней ПРК становится отрицательной (рис. 1). В этом случае экситонные состояния надо строить из волновых функций сразу двух упомянутых ПРК.

В двухуровневом приближении эффективный гамильтониан квазидвумерного покоящегося экситона, образованного электроном с УРК  $(n_c)$  и дыркой, связанной с ПРК  $(n_l)$  и  $(n_h)$ , можно записать в виде

$$\hat{H} = \begin{vmatrix} [m_c^{-1} + (M_l^{n,l})^{-1}] \frac{\hat{p}_1^2}{2} - \frac{e^2}{z\rho} + E_l(n_l) + E_c(n_c) & iC\hat{p}_+ \\ -iC\hat{p}_- & [m_c^{-1} + (M_h^{n,h})^{-1}] \frac{\hat{p}_1^2}{2} - \frac{e^2}{z\rho} + E_h(n_h) + E_c(n_c) \end{vmatrix}, \quad (5)$$

где  $\rho = \sqrt{x^2 + z^2}$ ,  $\hat{p}_1^2 = \hat{p}_x^2 + \hat{p}_z^2$ ,  $\hat{p}_x = -i\hbar\partial/\partial x$ ,  $\hat{p}_z = -i\hbar\partial/\partial z$ ;  $x = x_c - x_h$ ;  $z = z_c - z_h$  — относительные координаты электрона и дырки в плоскости ямы;  $\hat{p}_{\pm} = \hat{p}_z \pm i\hat{p}_x$ ;  $E_l(n_l)$ ,  $E_h(n_h)$ ,  $E_c(n_c)$  — положение дна дырочных и электронных подзон размерного квантования при  $k=0$ . Постоянная  $C$  является матричным элементом межзонного взаимодействия при  $k=0$ :  $C = (\hbar/m_0) \langle \Psi_{n_h} | \partial/\partial y | \Psi_{n_l} \rangle$ , где  $\Psi_{n_h}$  и  $\Psi_{n_l}$  — волновые функции тяжелых и легких дырок в соответствующих подзонах при  $k=0$ .

Для бесконечно глубокой ямы выражение для  $C$  имеет простой вид

$$C = \pm \frac{4\sqrt{3}\gamma\hbar}{m_0 a} \frac{n_l n_h}{n_l^2 - n_h^2}, \quad (6)$$

где  $\gamma$  — параметр Латтинжера.

Продольные эффективные массы дырок  $M_l^{n,l}$  и  $M_h^{n,h}$  в (5) определяются через массы (2) при помощи соотношений

$$\begin{aligned} (M_l^{n,l})^{-1} &= (m_l^{n,l})^{-1} + \frac{2C^2}{E_l(n_l) - E_h(n_h)}, \\ (M_h^{n,h})^{-1} &= (m_h^{n,h})^{-1} - \frac{2C^2}{E_l(n_l) - E_h(n_h)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Их величины учитывают вклады в продольную эффективную массу всех ПРК, кроме ближайшей.

Собственная волновая функция квазидвумерного экситона в двухуровневом приближении имеет вид

$$\Psi_n(\varphi, y_c, y_h) = \begin{pmatrix} e^{i(m+1)\varphi} |^{m+1}| U_m(\varphi) \Psi_{n_l}(y_h) \\ e^{im\varphi} |^m| V_m(\varphi) \Psi_{n_h}(y_h) \end{pmatrix} \Psi_{n_c}(y_c), \quad (8)$$

где  $\Psi_{n_c}(y_c)$  и  $\Psi_{n_h}(y_h)$  — волновые функции электронов и дырок в квантовой яме при  $k=0$ , а функции  $U$  и  $V$  должны быть найдены в результате решения уравнения Шредингера с гамильтонианом, описывающим квазидвумерное поведение такого экситона (5). Перед тем как искать их, обсудим правила отбора. Известно, что в случае прямых разрешенных переходов оптически активными могут быть состояния экситона, для которых квадрат модуля интеграла перекрытия

$$\mathcal{K} = \left| \int d^3r_c d^3r_h \delta(\mathbf{r}_c - \mathbf{r}_h) \Psi_c(\mathbf{r}_c, \mathbf{r}_h) \right|^2 \sim \left| \int dy \Psi_{n_h}(0, y, y) \right|^2 \neq 0. \quad (9)$$

Если в симметричной квантовой яме волновые функции электронов  $\Psi_{n_c}(y)$  и дырок  $\Psi_{n_h}(y)$  разной четности,<sup>2</sup> то их интеграл перекрытия  $\int dy \Psi_{n_h}(y) \times \Psi_{n_c}(y) = 0$ , и вероятность экситонного перехода в однозонном приближении равна нулю [16]. В двухзонном приближении (8) в интеграле перекрытия (9) из-за смешения волновых функций появляется отличная от нуля часть  $\int dy \Psi_{n_c}(y) \Psi_{n_l}(y) \neq 0$  (напомним, что  $n_l$  и  $n_h$  имеют разную четность). Но, как видно из (8), (9), в отличие от разрешенных переходов, при которых рождаются экситоны с  $m=0$ , эти переходы возможны только в состояния с  $|m|=1$ .

Энергию связи экситона, образованного сразу на двух дырочных ПРК, будем искать вариационным образом. Допуская для определенности, что разрешенным является переход между ПРК  $(n_h)$  и  $(n_c)$ , рассмотрим состояния с  $m=0$ . Простейшая пробная функция  $\chi$ , описывающая квазидвумерное движение такого экситона, учитывая структуру гамильтониана (5), имеет вид

$$\chi = \begin{pmatrix} F_1 e^{i\varphi} r (2\sigma)^2 / \sqrt{6} \\ F_2 2\sigma \end{pmatrix} e^{-\sigma r}, \quad (10)$$

где  $\sigma$ ,  $F_1$  и  $F_2$  — вариационные параметры, а  $r=\rho/a_{ex}$  — безразмерная переменная;  $a_{ex}=\lambda\hbar^2/\mu_h e^2$ ;  $\mu_{h,l}^{-1}=m_c^{-1}+(M_{h,l}^{n_h,n_l})^{-1}$ . Минимизируя вариационный функционал по  $F_1$  и  $F_2$ , получаем зависимость от параметра  $\sigma$  энергии связи экситона  $E$ , отсчитанную от энергии  $E_c(n_c)+[E_l(n_l)+E_h(n_h)]/2$ :

$$E^\pm = E_B \left\{ \frac{\sigma^2}{4} \left( 1 + \frac{\mu_h}{\mu_l} \right) - \frac{4}{3} \sigma \pm \sqrt{\left[ \frac{\sigma^2}{4} \left( 1 - \frac{\mu_h}{\mu_l} \right) - \frac{3}{2} \sigma - \delta \right]^2 + \frac{2}{3} \sigma^2 \nu^2} \right\}, \quad (11)$$

где  $E_B=e^2/(\lambda a_{ex})$ ,  $2\delta=[E_l(n_l)-E_h(n_h)]/E_B$ ,  $\nu=C/(a_{ex}E_B)$ .

Рассмотрим сначала случай, когда расстояние между УРК дырок много больше энергии связи экситона ( $\delta \gg 1$ ). Тогда, минимизируя выражения (11) по  $\sigma$  с точностью до  $1/\delta$ , получаем энергию взаимодействующей электронно-дырочной пары

$$E^- = E_c(n_c) + E_h(n_h) - \frac{2e^4}{\hbar^2 \nu^2} [m_c^{-1} + (m_h^n)^{-1}]^{-1}, \quad (12)$$

$$E^+ = E_c(n_c) + E_l(n_l) - \frac{4e^4}{9\hbar^2 \nu^2} [m_c^{-1} + (m_l^n)^{-1}]^{-1}.$$

Из (12) видно, что уровень  $E^-$  переходит в пределе  $\delta \gg 1$  в основное состояние двумерного экситона с  $m=0$ , образованного на УРК электрона  $(n_c)$  и дырки  $(n_h)$  (см. (4) и [16]), оптический переход между которыми, согласно сделанному выше допущению, разрешен. Что касается уровня  $E^+$ , то, как видно из (12), при  $\delta \gg 1$  он переходит в нижнее двумерное состояние экситона с  $m=1$  [16], образующееся между УРК  $(n_c)$  и  $(n_l)$ , переход между которыми в безэкситонном приближении при  $k=0$  запрещен по четности.

При рассмотрении переходов на следующий УРК электрона  $(n_c+1)c$  необходимо учесть, что в этом случае разрешенным будет переход между ПРК  $(n_l)$  и  $(n_c+1)c$ , а переход  $n_h \rightarrow (n_c+1)c$  является запрещенным. Тогда оптически активными будут состояния экситона, для которых  $m=-1$  в волновой функции (8). При поиске энергии связи таких состояний экситона в пробной функции (10) следует поменять местами строки, что приводит к замене параметра  $\sigma$  на  $-\sigma$  под корнем выражения (11). В результате в пределе  $\delta \gg 1$  получаем для переходов на УРК электрона с номером  $(n_c+1)$  вместо (12) следующее выражение:

$$E^- = E_c(n_c+1) + E_h(n_h) - \frac{4e^4}{9\hbar^2 \nu^2} [m_c^{-1} + (m_h^n)^{-1}]^{-1}, \quad (13)$$

$$E^+ = E_c(n_c+1) + E_l(n_l) - \frac{2e^4}{\hbar^2 \nu^2} [m_c^{-1} + (m_l^n)^{-1}]^{-1}.$$

<sup>2</sup> Четность волновых функций в симметричной квантовой яме однозначно связана с номером УРК  $n$ : для  $n=1, 3, 5 \dots \Psi_n(y)=\Psi_n(-y)$ , а для  $n=2, 4, 6 \dots \Psi_n(y)=-\Psi_n(-y)$ .

Из (12), (13) видно, что когда в паре «связанных» ПРК дырок «разрешенным» является переход с нижней из подзон (12), то образование экситона приводит к увеличению наблюдаемого в оптических спектрах расстояния между разрешенной и запрещенной линиями по сравнению с расстоянием между ПРК, а в обратном случае — к уменьшению этого расстояния (13).

Рассмотрим теперь второй предельный случай выражения (11), когда расстояние между УРК  $\delta = 0$ . Тогда, считая, что  $\mu_h/\mu_l \approx 1$ , можно получить аналитическое выражение для энергии связи основного состояния экситона

$$E^* = \frac{-2e^4\mu_h}{\hbar^2 x^2} \left( \frac{2 + \sqrt{1 + 2v^2/3}}{3} \right)^2. \quad (14)$$

Видно, что взаимодействие между дырочными ПРК ( $v \sim C^2 \neq 0$ ) приводит к увеличению энергии связи основного состояния экситона, так что она превосходит максимально допустимое для простого двумерного экситона значение, равное  $2e^4\mu_h/\hbar^2 x^2$  (4). Таким образом, уменьшение расстояния между взаимодействующими ПРК дырок приводит к увеличению энергии связи квазидвумерного экситона.

Нижняя пара взаимодействующих УРК дырок  $1l$  и  $2h$  является наиболее интересной с точки зрения возможности экспериментального исследования связанных с ними оптических переходов. Из проведенного рассмотрения можно заключить, что если УРК  $1l$  расположен ближе к краю валентной зоны, чем  $2h$ , то разность энергий между экситонными переходами  $2h \rightarrow 2c$  и  $1l \rightarrow 2c(\Delta_2)$  меньше, чем разность энергий между экситонными переходами  $2h \rightarrow 1c$  и  $1l \rightarrow 1c(\Delta_1)$ . Если же, наоборот, УРК  $2h$  ближе к краю валентной зоны, чем  $1l$ , то имеет место обратное соотношение  $\Delta_2 > \Delta_1$ .

4. Проведенные нами расчеты с  $m_h = 0.45m_0$  и  $m_l = 0.08m_0$  лучше всего соответствуют структуре с квантовой ямой  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  с направлением роста  $\langle 111 \rangle$ . Как видно из этих расчетов, для типичной структуры с  $x \sim 0.25$  порядок следования УРК  $2h$  и  $1l$  меняется при толщине ямы порядка 150 Å. При этом должна поменять знак разность  $\Delta_1 - \Delta_2$ .

В заключение заметим еще одну интересную особенность межзонных оптических спектров, связанных с запрещенными по четности переходами. Как было показано в работе, эти переходы идут в состоянии экситона, модуль проекции момента которого  $|m| = 1$ . Это означает, что при включении магнитного поля, параллельного оси квантовой ямы, такие состояния будут испытывать аномально большое зеемановское расщепление, обусловленное ненулевой проекцией момента экситона, а не только  $g$ -фактором электрона и дырки, как это имеет место для состояний экситона с  $m=0$ .

#### Л и т е р а т у р а

- [1] Esaki L. — IEEE J. Quant. Electron., 1986, v. QE-22, N 9, p. 1611—1624.
- [2] Miller R. C., Kleinman D. A., Nordland W. A., Gossard A. C. — Phys. Rev., 1980, v. B22, p. 863—871.
- [3] Матулис А., Пирагас К. — ФТП, 1975, т. 9, в. 11, с. 2202—2205.
- [4] Дьяконов М. И., Хаецкий А. В. — ЖЭТФ, 1982, т. 82, в. 5, с. 1584—1590.
- [5] Недорезов С. С. — ФТТ, 1970, т. 12, в. 8, с. 2269—2276.
- [6] Чаплик А. В., Шварцман Л. Д. — Поверхность, 1982, т. 1, с. 73—79.
- [7] Кубис О. В., Шварцман Л. Д. — Поверхность, 1985, т. 7, с. 119—123.
- [8] Broido D. A., Sham L. J. — Phys. Rev., 1985, v. B31, p. 888—892.
- [9] Ando T. — J. Phys. Soc. Japan, 1985, v. 54, p. 1528—1536.
- [10] Altarelli M., Ekenberg U., Fasolino A. — Phys. Rev., 1985, v. B32, N 8, p. 5138—5143.
- [11] Yu P. W., Sanders G. D., Reynolds D. C., Bajaj K. K., Litton C. W., Klem J., Huang D., Markoc H. — Phys. Rev., 1987, v. B35, p. 9250—9258.
- [12] Luttinger J. M. — Phys. Rev., 1956, v. 102, N 4, p. 1030—1041.
- [13] Бир Г. Л., Пикус Г. Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. М., 1972. 583 с.
- [14] Eppenda R., Schuurmans M. F. H., Colak S. — Phys. Rev., 1987, v. B36, p. 1554—1564.
- [15] Горбовицкий Б. М. — ФТП, 1987, т. 21, в. 5, с. 830—835.
- [16] Эфрос Ал. Л. — ФТП, 1986, т. 20, в. 7, с. 1281—1287.