# ВЛИЯНИЕ БЫСТРООСЦИЛЛИРУЮЩЕГО ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ ИЛИ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ НА УДАРНУЮ ИОНИЗАЦИЮ

**Каган В. Д.**

Для коэффициента ударной ионизации в средних электрических полях проявляется зависимость Таунсенда—Шокли, в более сильных — зависимость Давыдова—Вольфа. Если электрическое поле периодически меняется во времени, то для обеих зависимостей определена граничная частота, разделяющая области медленно и быстро меняющихся полей. Рассмотрены быстроосциллирующие движения электрона в переменном электрическом поле, в сильном постоянном магнитном поле и в квантующем магнитном поле. Во всех этих случаях усредняющее действие быстрых осцилляций сводит трехмерную задачу к одномерной задаче энергетического баланса, определяющего вид функции распределения высокоэнергетических электронов. Указаны условия, когда релаксация энергии идет большими или малыми порциями, соответственно приводя к различным зависимостям от электрического поля числа высокоэнергетических электронов и пропорционального ему коэффициента ударной ионизации.

Для того чтобы произвести ударную ионизацию примесного центра или рождение электрон-дырочной пары, ионизирующий электрон должен получить от внешнего источника энергию ионизации $\varepsilon_i$, которая обычно значительно превосходит тепловую энергию электрона $T$. Таким внешним источником является приложенное к полупроводнику постоянное электрическое поле. При этом коэффициент ударной ионизации $\alpha$ будет зависеть от напряженности электрического поля $E$. Известны две такие зависимости (см., например, [1]): в средних полях проявляется зависимость Таунсенда—Шокли

$$\alpha = \alpha_0 \exp(-E_{01}/E), \tag{1}$$

тогда как в более сильных полях проявляется зависимость Давыдова—Вольфа

$$\alpha = \alpha_0 \exp(-E_{02}^2/E^2). \tag{2}$$

Параметры $E_{01}$ и $E_{02}$ определяются теми механизмами рассеяния энергии и импульса, которые формируют вид функции распределения электронов в области энергий порядка $\varepsilon_i$. Физической причиной, приводящей к различию зависимостей (1) и (2), является разница в процессе получения электронами энергии от электрического поля и отдачи ее фононам: в первом случае энергия фонона велика по сравнению с энергией, набираемой электроном в электрическом поле за время между столкновениями, во втором случае соотношение между этими энергиями обратное. Различие в процессе релаксации энергии приводит к существенно различным функциям распределения электронов $f_{\mathbf{p}}$ по импульсам $\mathbf{p}$: во втором случае анизотропная по импульсу часть функции распределения мала по сравнению с функцией распределения, усредненной по поверхности постоянной энергии $f_0(\varepsilon)$, тогда как в первом случае образуется резко анизотропная, иглообразная функция распределения [2]. Для всех случаев, когда коэффициент ионизации мал, т. е. показатель экспоненты в (1), (2) велик по модулю, полевая зависимость определяется малым числом электронов при больших энергиях (порядка энергии ионизации).

Переменное электрическое поле $E(t)=E_0 \cos \omega t$ могло, казалось бы, не хуже постоянного служить источником энергии для ионизирующих электронов. В первой части этой статьи разбираются два вопроса: при каких частотах поле $E(t)$ можно считать постоянным, а также какова полевая зависимость коэффициента ударной ионизации в переменном электрическом поле. Быстрое вращение электрона, помещенного в сильное магнитное поле, аналогично быстрым осцилляциям электрона под действием переменного электрического поля, поэтому во второй части статьи рассматривается задача об ударной ионизации, производимой электронами, помещенными в скрещенные постоянные электрическое и магнитное поля. При возрастании величины магнитного поля оно становится квантующим. В статье рассмотрена также задача об ударной ионизации предельно замагниченными электронами, находящимися на нижайшем уровне Ландау.

При разогреве электронов высокочастотным электрическим полем ответ на указанные выше вопросы наиболее прост в том случае, когда отдача энергии происходит малыми порциями и процесс релаксации энергии описывается диффузионным уравнением [3]. Если электроны отдают энергию фононам, время релаксации энергии $\tau_\varepsilon$ оказывается много больше времени релаксации импульса $\tau_p$. Рассмотрение уравнения для $f_0(\varepsilon)$ показывает, что именно энергетическое время релаксации представляет собой тот масштаб, который определяет переменность электрического поля. При $\omega\tau_\varepsilon \ll 1$ можно считать это поле постоянным, а при $\omega\tau_\varepsilon \gg 1$ нужно выделить ту часть функции распределения, которая усреднена не только по поверхности постоянной энергии, но и по времени. При $1/\tau_\varepsilon \ll \omega \ll 1/\tau_p$ эта часть функции распределения определяется тем же уравнением, что и $f_0(\varepsilon)$ в постоянном электрическом поле, но только с той разницей, что в уравнение входит средний квадрат электрического поля $\overline{E^2}(t) = {}^1/_2 E_0^2$. Это же изменение необходимо внести и в зависимость (2). Наконец, при $\omega\tau_p \gg 1$ мы должны заменить $\tau_p$, входящее в определение параметра $E_{02}$, на $(\omega^2\tau_p)^{-1}$. Эти изменения хорошо известны в теории «горячих» электронов. Зависимость (2) является следствием этой теории, примененной к процессу ударной ионизации.

Напомним, какова физическая картина процесса, приводящая к зависимости (1): согласно Шокли [4], среди электронов, ускоряемых электрическим полем, большинство выбывает из направленного движения из-за рассеяния, но находятся редкие электроны, которые достигают энергии ионизации, не испытав ни одного столкновения. Коэффициент ионизации пропорционален числу этих электронов. Видоизменением этой картины, согласно Келдышу [5], является образование в области больших энергий самосбалансированного распределения, когда для каждого значения энергии скомпенсированы уход электронов с испусканием фононов и приход их из области бо́льших энергий и из-за ускорения в электрическом поле. Такой пучок тоже резко анизотропен и приводит к зависимости (1). Образование такого сбалансированного пучка возможно только при выполнении определенных условий [2].

Для образования в переменном поле распределений Шокли и Келдыша нужно, чтобы поле мало изменилось, пока электрон достигнет больших энергий. Значит, условием, при котором поле можно считать постоянным, будет

$$\omega t_n \ll 1, \quad t_n = (2m\varepsilon_i)^{1/2}/eE. \tag{3}$$

Решая кинетическое уравнение, легко обосновать это условие. Рассмотрим поправку к стационарной функции распределения, обусловленную наличием в кинетическом уравнении производной функции распределения по времени. Условием малости такой поправки по сравнению со стационарной функцией распределения оказывается как раз (3). Более того, в том случае, когда в (3) неравенство меняется на противоположное, в модели Келдыша найти решение в виде сбалансированного пучка не удается из-за быстрого изменения электрического поля во времени. Нельзя ожидать в этом случае и осуществления картины Шокли, так как поле многократно изменится до тех пор, пока электрон из области средних значений достигнет энергии ионизации. Таким образом, зависимость (1) проявляется только в электрических полях, меняющихся, согласно (3), достаточно медленно, тогда как для частот $1/t_n \ll \omega \ll 1/\tau_p$ эта зависимость вообще проявиться не может.

Однако даже для постоянных полей особо рассматривается случай, когда наряду с неупругим электрон-фононным рассеянием имеется сильное упругое рассеяние на примесях или дефектах [6, 2]. При этом возможно проявление зависимости (1) и при слабо анизотропной функции распределения. Рассмотрим в этом случае кинетическое уравнение в переменном поле

$$\frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial t}+eE(t)\frac{\partial f_p}{\partial \mathbf{p}}+\frac{1}{\tau_{\mathrm{im}}(\varepsilon_p)}(f_{\mathbf{p}}-f_0(\varepsilon_p))+$$
$$+\sum_{\mathbf{q}}\frac{2\pi}{\hbar}|c_q|^2[f_{\mathbf{p}}\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}}-\varepsilon_{\mathbf{p}-\hbar\mathbf{q}}-\hbar\omega_q)-f_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q}}\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}}-\varepsilon_{\mathbf{p}+\hbar\mathbf{q}}+\hbar\omega_q)]=0. \qquad (4)$$

Здесь $\varepsilon_{\mathbf{p}}=\mathbf{p}^2/2m$ — энергия электрона, $m$ — эффективная масса электрона, $q$, $\omega_q$ — волновой вектор и частота фонона, $c_q$ — константа электрон-фононной связи, $\tau_{\mathrm{im}}(\varepsilon_p)$ — время релаксации электрона на примесях. Интересуясь большими энергиями электрона, мы пренебрегли в интеграле электрон-фононных столкновений процессами индуцированного испускания и поглощения фононов, оставив только процессы спонтанного испускания фононов. Это можно сделать, если число фононов, эффективно взаимодействующих с электронами, мало. Определим время релаксации на фононах

$$\frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}(\varepsilon_p)}=\sum_{\mathbf{q}}\frac{2\pi}{\hbar}|c_q|^2\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}}-\varepsilon_{\mathbf{p}-\hbar\mathbf{q}}-\hbar\omega_q). \qquad (5)$$

Упругое примесное рассеяние мы считаем преобладающим:

$$\tau_{\mathrm{im}}(\varepsilon_p)/\tau_{\mathrm{ph}}(\varepsilon_p)\ll 1. \qquad (6)$$

Основной частью функции распределения является $f_0(\varepsilon_p, t)$, тогда как анизотропная токовая часть $f_p^-$ выражается через нее:

$$f_{\mathbf{p}}^-=-\frac{e(\mathbf{E}_0\mathbf{p})\tau_p(\varepsilon_p)}{m(1+\omega^2\tau_p^2(\varepsilon_p))}f_0'(\varepsilon_p)(\cos\omega t+\omega\tau_p(\varepsilon_p)\sin\omega t), \qquad (7)$$

$$\frac{1}{\tau_p(\varepsilon_p)}=\frac{1}{\tau_{\mathrm{im}}(\varepsilon_p)}+\frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}(\varepsilon_p)}. \qquad (8)$$

Усредняя кинетическое уравнение по поверхности постоянной энергии, получим уравнение для $f_0(\varepsilon_p, t)$

$$\frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial t}-\frac{1}{\varepsilon^{1/2}}\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left[\frac{\varepsilon^{3/2}e^2E_0^2\tau_p(\varepsilon)(1+\cos 2\omega t+\omega\tau_p(\varepsilon)\sin 2\omega t)}{3m(1+\omega^2\tau_p^2(\varepsilon))}\frac{\partial f_0(\varepsilon)}{\partial\varepsilon}\right]+$$
$$+\frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}(\varepsilon)}f_0(\varepsilon)-\int_0^{(8m\varepsilon)^{1/2}\hbar}\frac{dq}{2\pi}\frac{q|c_q|^2Vm^{1/2}}{\hbar^2(2\varepsilon)^{1/2}}f_0(\varepsilon+\hbar\omega_q)=0, \qquad (9)$$

$V$ — объем системы. Для оптических фононов частоту считаем константой $\omega_0$, не зависящей от волнового вектора, а для акустических фононов — величиной, пропорциональной волновому вектору $\omega_q=wq$ ($w$ — скорость звука). Характерная энергия, отдаваемая в элементарном акте электрон-фононных столкновений, $\hbar\omega_0$ или $w(8m\varepsilon)^{1/2}$. Диффузионное рассеяние энергии математически описывается разложением оператора электрон-фононных столкновений по энергии фонона, что возможно только тогда, когда энергия неупругости мала по сравнению со средней энергией, набираемой электроном в электрическом поле за время между столкновениями. Согласно (9), в качестве такой энергии выступает $eE_0(\varepsilon\tau_p(\varepsilon)\tau_{\mathrm{ph}}(\varepsilon)/m)^{1/2}$. После разложения оператор релаксации энергии приобретает дифференциальную форму, а $\tau_{\mathrm{ph}}^{-1}(\varepsilon)$ умножается на малый параметр неупругости и в уравнение входит в виде величины $\tau_\varepsilon(\varepsilon)$:

$$\frac{1}{\tau_\varepsilon(\varepsilon_{\mathbf{p}})}=\frac{2\pi}{\varepsilon_p}\sum_{\mathbf{q}}|c_q|^2\omega_q\delta(\varepsilon_{\mathbf{p}}-\varepsilon_{\mathbf{p}-\hbar\mathbf{q}}). \qquad (10)$$

Мы уже знаем, что в этом случае электрическое поле можно считать постоянным при $\omega\tau_\varepsilon \ll 1$, а также разбирали те изменения в зависимости (2), которые происходят при $\omega\tau_\varepsilon \gg 1$.

Обратимся теперь к неупругому случаю, когда

$$T \ll eE_0\left(\frac{\varepsilon\tau_p(\varepsilon)\,\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)}{m}\right)^{1/2} \ll \frac{\hbar\omega_0}{w\,(8m\varepsilon)^{1/2}} \ll \varepsilon. \qquad (11)$$

При этом условии ищем такое решение (9), когда вклад приходного члена оператора электрон-фононных столкновений — последнего члена в (9) — мал. Электрическое поле можно считать постоянным при $\omega\tau_{\text{ph}}(\varepsilon) \ll 1$. При $\omega\tau_{\text{ph}}(\varepsilon) \gg 1$ из функции $f_0(\varepsilon, t)$ нужно выделить часть, не меняющуюся во времени, так как часть, переменная во времени, будет мала по параметру $(\omega\tau_{\text{ph}}(\varepsilon))^{-1}$. Для такой полностью усредненной функции распределения в (9) отсутствует производная по времени и унуляются множители, переменные по времени. Получающееся уравнение по структуре совершенно аналогично уравнению в постоянном электрическом поле [2]. Легко находится интересующее нас решение

$$f_0(\varepsilon)=A\exp\left\{-\int^{\varepsilon}\frac{(3m)^{1/2}\,(1+\omega^2\tau_p^2(\varepsilon'))^{1/2}}{eE_0\,(\varepsilon'\tau_p(\varepsilon')\,\tau_{\text{ph}}(\varepsilon'))^{1/2}}\,d\varepsilon'\right\}. \qquad (12)$$

При обосновании своего предположения мы обнаружили, что откинутые члены прихода малы по параметру (11) для рассеяния на оптических фононах экспоненциально, а для рассеяния на акустических фононах — степенным образом. Установили также, что анизотропная часть $f_{\mathbf{p}}^-$ мала по сравнению с $f_0(\varepsilon_p)$, как корень из малого параметра (6). Функция распределения (12) приводит к зависимости (1) для коэффициента ионизации, определяя вид параметра $E_{01}$.

Проявление зависимости (1) стало возможным, потому что сильное упругое рассеяние выступило в качестве изотропизующего фактора, и задача свелась к одномерному уравнению (9). Однако, если упругое рассеяние является слабым [неравенство (6) меняется на противоположное], но частота изменения электрического поля достаточно велика:

$$\omega\tau_p \gg 1, \qquad (13)$$

быстрые осцилляции электрона под действием поля выступают в качестве изотропизующего фактора, и решение (12) оказывается справедливым. Это решение справедливо даже тогда, когда примесное рассеяние вообще отсутствует, и время релаксации полностью выпадает из вида функции распределения (12). Та часть функции $f_{\mathbf{p}}^-$, которая находится в фазе с электрическим полем, будет мала по сравнению с $f_0(\varepsilon_p)$, как $(\omega\tau_p)^{-1}$. Для быстропеременного электрического поля должны быть изменены условия применимости решения (12): они записываются в следующем виде:

$$T \ll \frac{eE_0}{\omega}\left(\frac{\varepsilon\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)}{m\tau_p(\varepsilon)}\right)^{1/2} \ll \frac{\hbar\omega_0}{w\,(8m\varepsilon)^{1/2}} \ll \varepsilon. \qquad (14)$$

Таким образом, хотя функция распределения электронов остается слабо анизотропной, зависимость вида (1) может проявиться в быстропеременном электрическом поле.

Рассмотрим теперь задачу об ударной ионизации, производимой электронами, движущимися под действием взаимно перпендикулярных постоянных электрического $E$ и магнитного $H$ полей. Пока частота вращения электрона в магнитном поле $\Omega=eH/mc$ остается много меньшей обратного времени релаксации $1/\tau_p$, влияние магнитного поля на коэффициент ионизации не заметно. В обратном предельном случае ($\Omega\tau_p \gg 1$) мы имеем полную аналогию между быстрыми осцилляциями электрона в переменном электрическом поле и быстрым вращением электрона в постоянном магнитном поле. Для $f_0(\varepsilon)$ получается уравнение, аналогичное (9),

$$-\frac{1}{\varepsilon^{1/2}}\frac{d}{d\varepsilon}\left[\frac{2\varepsilon^{3/2}e^2E^2}{3m\Omega^2\tau_p(\varepsilon)}\frac{df_0(\varepsilon)}{d\varepsilon}\right]+\frac{1}{\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)}f_0(\varepsilon)-$$
$$-\int\limits_0^{(8m\varepsilon)^{1/2}/\hbar}\frac{dq}{2\pi}\frac{q\,|c_q|^2\,Vm^{1/2}}{\hbar^2(2\varepsilon)^{1/2}}f_0(\varepsilon+\hbar\omega_q)=0. \tag{15}$$

При выполнении условий

$$T\ll\frac{eE}{\Omega}\left(\frac{\varepsilon\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)}{m\tau_p(\varepsilon)}\right)^{1/2}\ll\frac{\hbar\omega_0}{w\,(8m\varepsilon)^{1/2}}\ll\varepsilon \tag{16}$$

мы найдем решение уравнения (15), аналогичное решению (12),

$$f_0(\varepsilon)=A\,\exp\left\{-\int^{\varepsilon}\frac{(3m)^{1/2}\,\Omega\,(\tau_p(\varepsilon'))^{1/2}}{eE\,(2\varepsilon'\tau_{\text{ph}}(\varepsilon'))^{1/2}}\,d\varepsilon'\right\}. \tag{17}$$

Анизотропная часть функции распределения, дающая вклад в ток, направленный вдоль электрического поля, мала, как $(\Omega\tau_p)^{-1}$. Функция распределения (17) приводит к зависимости (1) для коэффициента ионизации. При выполнении условий

$$T\ll\frac{\hbar\omega_0}{w\,(8m\varepsilon)^{1/2}}\ll\frac{eE}{\Omega}\left(\frac{\varepsilon\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)}{m\tau_p(\varepsilon)}\right)^{1/2}\ll\varepsilon \tag{18}$$

оператор релаксации энергии преобразуется к дифференциальной форме, и функция распределения имеет вид

$$f_0(\varepsilon)=A\,\exp\left\{-\int^{\varepsilon}\frac{3m\Omega^2\tau_p(\varepsilon')}{2e^2E^2\tau_\varepsilon(\varepsilon')}\,d\varepsilon'\right\}. \tag{19}$$

Эта функция аналогична функции распределения «горячих» электронов, найденной Давыдовым [3], и отличается от нее лишь тем, что в [3] в выражении для $\tau_p$ учтены индуцированные процессы испускания и поглощения фононов, тогда как для нас более существенны спонтанные процессы испускания. Функция распределения (19) приводит к зависимости коэффициента ионизации вида (2).

При возрастании величины магнитного поля явно проявляется дискретная природа уровней энергии электрона в магнитном поле. В случае очень сильного (квантующего) магнитного поля ($\hbar\Omega/T\gg1$) все электроны сосредоточены на нижайшем уровне Ландау. При этом поперечное по отношению к магнитному полю движение ограничено размытием волновой функции на расстояниях порядка магнитной длины $\lambda=(c\hbar/eH)^{1/2}$. Непрерывным остается движение только вдоль магнитного поля.

Рассмотрим теперь задачу об ударной ионизации, производимой электронами, находящимися на нижнем уровне Ландау. Будем также считать энергию связи $\varepsilon_i$ ионизируемого состояния много меньшей $\hbar\Omega$. Конечно, это требует или очень сильных магнитных полей, или очень слабо связанных объектов ионизации. Однако такие объекты могут существовать: в качестве примера укажем на экситон в магнитном поле в PbTe [7].

Квантово-механическая задача о свободном движении электрона в магнитном поле, направленном вдоль оси $z$, и в электрическом — вдоль оси $x$, допускает точное решение. В представлении чисел Ландау уравнение для диагональной матрицы плотности электронов $f(p_z)$, находящихся лишь на нижнем энергетическом уровне, зависит только от импульса $p_z$ вдоль магнитного поля и включает в себя только взаимодействие с рассеивателями, так как воздействие электрического и магнитного полей учтено в определении уровней энергии. В качестве рассеивателей мы рассматриваем акустические фононы и примеси:

$$\sum_{\mathbf{q}} \frac{2\pi}{\hbar} |c_q|^2 e^{-\frac{(q_x^2+q_y^2)\lambda^2}{2}} \Big\{[f(p_z-\hbar q_z) N_q - f(p_z)(N_q+1)] \times$$
$$\times \delta\left(\frac{p_z^2}{2m} - \frac{(p_z-\hbar q_z)^2}{2m} - \lambda^2 q_y eE - \hbar\omega_q\right) + [f(p_z+\hbar q_z)(N_q+1) - f(p_z) N_q] \times$$
$$\times \delta\left(\frac{p_z^2}{2m} - \frac{(p_z+\hbar q_z)^2}{2m} + \lambda^2 q_y eE + \hbar\omega_q\right)\Big\} + \sum_{\mathbf{q}} \frac{2\pi}{\hbar} N_{\mathrm{im}} |U_q|^2 \times$$
$$\times e^{-\frac{(q_x^2+q_y^2)\lambda^2}{2}} [f(p_z-\hbar q_z) - f(p_z)]\, \delta\left(\frac{p_z^2}{2m} - \frac{(p_z-\hbar q_z)^2}{2m} - \lambda^2 q_y eE\right) = 0, \qquad (20)$$

$N_q$ — равновесное число фононов с частотой $\omega_q$, $U_q$ — фурье-компонента потенциала примеси, $N_{\mathrm{im}}$ — число примесей. Перейдем теперь к энергетической переменной $\varepsilon = p_z^2/2m$. Считая, что изменение энергии электрона за счет электрического поля $eE\lambda$ малó по сравнению с характерной величиной, определяющей изменение $f(\varepsilon)$ по $\varepsilon$, проведем в (20) разложение по электрическому полю. В зависящем от $E$ члене разложения пренебрежем $\hbar\omega_q$ по сравнению с $\varepsilon$. Заметим также, что в электрон-фононных столкновениях изменение продольного импульса малó по сравнению с изменением поперечного импульса фонона (порядка $\hbar/\lambda$), так что его можно не учитывать. Все это позволяет преобразовать уравнение (20) к виду, аналогичному (15),

$$-\sqrt{\varepsilon}\frac{d}{d\varepsilon}\left(\frac{e^2E^2\lambda^2}{2\sqrt{\varepsilon}\,\tau(\varepsilon)}\frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon}\right) + \frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}(\varepsilon)} f(\varepsilon) - \int \frac{d^2q\,(2m)^{1/2} V |c_q|^2 e^{-\frac{(q_x^2+q_y^2)\lambda^2}{2}}}{(2\pi\hbar)^2} \times$$
$$\times \left[\frac{f(\varepsilon+\hbar\omega_q)(N_q+1)}{\sqrt{\varepsilon+\hbar\omega_q}} - \frac{f(\varepsilon-\hbar\omega_q) N_q}{\sqrt{\varepsilon-\hbar\omega_q}}\right] = 0, \qquad (21)$$

$$\frac{1}{\tau(\varepsilon)} = \frac{\lambda^2 V (2m)^{1/2}}{\sqrt{\varepsilon}\,(2\pi\hbar)^2} \int d^2q\, q_y^2 e^{-\frac{(q_x^2+q_y^2)\lambda^2}{2}} [|c_q|^2 (2N_q+1) + N_{\mathrm{im}} |U_q|^2], \qquad (22)$$

$$\frac{1}{\tau_{\mathrm{ph}}(\varepsilon)} = \frac{V (2m)^{1/2}}{\sqrt{\varepsilon}\,(2\pi\hbar)^2} \int d^2q\, |c_q|^2 e^{-\frac{(q_x^2+q_y^2)\lambda^2}{2}} (2N_q+1). \qquad (23)$$

Таким образом, задача об определении функции распределения высокоэнергетических электронов в квантующем магнитном поле свелась к одномерному уравнению, аналогичному рассмотренному выше, поскольку поперечное движение квантово-механически усреднилось размытием волновой функции.

Вид функции распределения зависит от того, малó или велико число фононов, участвующих в электрон-фононных столкновениях. Если это число велико, т. е.

$$N_q \gg 1, \quad T \gg \hbar w(1/\lambda), \qquad (24)$$

то неупругость всегда мала, и можно произвести разложение оператора столкновений по $\hbar\omega_q$, после чего он преобразуется к дифференциальному виду

$$\sqrt{\varepsilon}\frac{d}{d\varepsilon}\left(\frac{e^2E^2\lambda^2}{2\sqrt{\varepsilon}\,\tau(\varepsilon)}\frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon}\right) + \sqrt{\varepsilon}\frac{d}{d\varepsilon}\left[\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}\,\tau_\varepsilon(\varepsilon)}\left(f(\varepsilon) + T\frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon}\right)\right] = 0, \qquad (25)$$

$$\frac{1}{\tau_\varepsilon(\varepsilon)} = \frac{V (2m)^{1/2}}{\varepsilon^{3/2}\hbar\,(2\pi)^2} \int d^2q\, \omega_q |c_q|^2 e^{-\frac{(q_x^2+q_y^2)\lambda^2}{2}}. \qquad (26)$$

В выражении для времени релаксации $\tau(\varepsilon)$ следует пренебречь единицей по сравнению с $2N_q$. В таком виде эта задача о «горячих» электронах была рассмотрена Казариновым и Скобовым [8]. Легко находится решение (25):

$$f(\varepsilon)=A\exp\left\{-\int^{\varepsilon}\frac{2\varepsilon'\tau(\varepsilon')}{e^2E^2\lambda^2\tau_\varepsilon(\varepsilon')}\,d\varepsilon'\right\}. \tag{27}$$

Характерная энергия в (27) $eE\lambda\sqrt{\tau(\varepsilon)/\tau_\varepsilon(\varepsilon)}$ значительно больше $eE\lambda$, что оправдывает разложение по электрическому полю. В том случае, когда примесное рассеяние отсутствует, используя (22) и (26), можно преобразовать (27) к виду [8]

$$f(\varepsilon)=A\exp\left(-\frac{\varepsilon}{T_e}\right),\quad T_e=\frac{T}{2}\left(\frac{cE}{wH}\right)^2. \tag{28}$$

Выражения (27), (28) соответствуют зависимости (2) для коэффициента ударной ионизации.

Если выполнено неравенство, противоположное (24), то мы пренебрегаем в уравнениях (21)—(23) всеми членами, содержащими $N_q$. Однако теперь можно преобразовать оператор столкновений к дифференциальной форме не всегда, а только тогда, когда выполнены следующие условия:

$$T\ll\hbar w/\lambda\ll eE\lambda\sqrt{\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)/\tau(\varepsilon)}\ll\varepsilon. \tag{29}$$

В этом случае функция распределения также будет иметь вид (27), в котором, однако, отличие от [8] заключено в выражении для $\tau(\varepsilon)$. В отсутствие примесного рассеяния функция распределения также имеет больцмановский вид с температурой, не зависящей от константы электрон-фононной связи. Для ее точного вычисления надо задаться конкретной зависимостью $c_q$ от волнового вектора: так, для $c_q$, пропорциональной корню квадратному из волнового вектора, функция распределения равна

$$f(\varepsilon)=A\exp\left(-\frac{\varepsilon}{T_e}\right),\quad T_e=\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}\frac{ceE^2\lambda}{wH}. \tag{30}$$

Так как температура $T_e$ превышает $eE\lambda$, разложение по электрическому полю оправдано. Функция распределения (30), как и (28), приводит к зависимости (2) для коэффициента ударной ионизации.

При выполнении условий

$$T\ll eE\lambda\sqrt{\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)/\tau(\varepsilon)}\ll\hbar w/\lambda\ll\varepsilon \tag{31}$$

мы находим решение уравнения (21), аналогичное (12) и (17),

$$f(\varepsilon)=A\exp\left[-\frac{\varepsilon}{eE\lambda}\left(\frac{2\tau(\varepsilon)}{\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)}\right)^{1/2}\right]. \tag{32}$$

Вспомним, что это выражение получено при разложении уравнения (20) по электрическому полю и справедливо только тогда, когда входящая в него характерная энергия $eE\lambda\sqrt{\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)/\tau(\varepsilon)}$ превышает $eE\lambda$. Это возможно при наличии сильного примесного рассеяния $[\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)\gg\tau(\varepsilon)]$ и невозможно при его отсутствии $[\tau_{\text{ph}}(\varepsilon)=\tau(\varepsilon)]$. Как видим, ситуация в квантующем магнитном поле аналогична не ситуации в классически сильном магнитном поле, а ситуации в отсутствие магнитного поля [2]. Функция распределения (32) приводит к зависимости (1) для коэффициента ударной ионизации.

Таким образом, показано, что в задаче о нахождении функции распределения в области больших энергий быстрые осцилляции электрона в переменном электрическом поле и быстрое вращение электрона в постоянном магнитном поле играют одну и ту же роль: они усредняют трехмерное движение электрона, сводя задачу к одномерной. В условиях, определяемых неравенствами (11) и (16), результатом усредняющего действия этих быстроосциллирующих движений электрона является зависимость Таунсенда—Шокли для коэффициента ударной ионизации. В квантующем магнитном поле квантово-механическое усреднение поперечного движения приводит к иной картине движения, и зависимость Таунсенда—Шокли для коэффициента ударной ионизации возможна только при наличии сильного упругого рассеяния.

### Литература


[1] Dmitriev A. P., Mikhailova M. P., Yassievich I. N. // Phys. St. Sol. (b). 1987. V. 140. N 1. P. 9—37.
[2] Каган В. Д. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. В. 1. С. 258—268.
[3] Давыдов Б. И. // ЖЭТФ. 1937. Т. 7. В. 7. С. 1069—1089.
[4] Shockley W. // Sol. St. Electron. 1961. V. 2. N 1. P. 35—67.
[5] Келдыш Л. В. // ЖЭТФ. 1965. Т. 48. В. 6. С. 1692—1707.
[6] Грибников З. С. // ФТП. 1981. Т. 15. В. 7. С. 1372—1379.
[7] Кохановский С. И., Сейсян Р. П., Эфрос Ал. Л., Юкиш В. А. // Письма ЖЭТФ. 1986. Т. 43. В. 7. С. 332—334.
[8] Казаринов Р. Ф., Скобов В. Г. // ЖЭТФ. 1962. Т. 42. В. 4. С. 1047—1053.



Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград



Получена 27.06.1988
Принята к печати 2.08.1988