ТЕОРИЯ КВАЗИБАЛЛИСТИЧЕСКОГО ТРАНСПОРТА ЭЛЕКТРОНОВ В БИПОЛЯРНОМ ГЕТЕРОТРАНЗИСТОРЕ С СИЛЬНО ЛЕГИРОВАННОЙ СУБМИКРОННОЙ БАЗОЙ

Константинов О. В., Мезрин О. А., Трошков С. И.

Разработан метод решения кинетического уравнения Больцмана для релаксации энергии горячих электронов в тонкой p-базе гетеротранзистора на плазмонах и оптических фононах (толщина базы меньше длины свободного пробега на фононах). Учитывается лишь однократное рассеяние горячего электрона на оптических фононах, которое приводит к значительному изменению направления скорости электрона. Это приближение справедливо при относительно высокой концентрации дырок в базе, например, для арсенида галлия порядка или более 10^{18} см$^{-3}$. Полученное решение позволяет рассчитать коэффициент усиления биполярного гетеротранзистора. Численный расчет, проведенный для системы AlGaAs—GaAs, дает результат, совпадающий с известными экспериментальными значениями коэффициента усиления. Наблюдаемые высокие значения коэффициента усиления объясняются совместным действием двух механизмов прохождения базы инжектированными электронами — квазибаллистическим пролетом горячих электронов и диффузионным выносом остывших, так что результирующий коэффициент усиления приближенно равен произведению двух парциальных коэффициентов, относящихся к этим механизмам. Баллистический коэффициент в системе AlGaAs—GaAs составляет величину ~ 20, тогда как диффузионный — $\sim 10^3$ (при толщине базы ~ 0.1 мкм). Проведено сравнение аналитического метода с результатом моделирования по методу Монте-Карло, демонстрирующее их хорошее согласие.

1. *Введение.* В нашей работе [1] был изучен баллистический перенос горячих электронов через субмикронную базу биполярного гетеротранзистора с широкозонным эмиттером. Гетеропереход на границе эмиттер—база предполагался резким, так что в базу инжектируются горячие электроны с энергией, равной разрыву в зоне проводимости, как это показано на рис. 1, *а*. При этом предполагалось, что релаксация энергии и импульса инжектированных электронов происходит за счет рассеяния на оптических фононах, и была рассчитана вероятность баллистического пролета электронов через базу, пренебрегалось потерями энергии электронов за счет испускания плазмонов и за счет малоуглового рассеяния на тяжелых дырках с перебросом их в подзону легких дырок. Приводимые там оценки показывают, что такое приближение справедливо при относительно малых концентрациях дырок в базе, до $N_A = 10^{17}$ см$^{-3}$ в случае GaAs. Однако при толщине базы $b < 10^3$ Å она обычно легирована сильнее ($N_A \geqslant 10^{18}$ см$^{-3}$, N_A — концентрация мелких ионизованных акцепторов в базе) с целью уменьшения сопротивления базы. Для таких транзисторов теория, развитая в [1], неприменима. Между тем вычисление коэффициента усиления транзисторов по-прежнему остается актуальной задачей, несмотря на существующий метод численного моделирования [2-4]. Дело в том, что полученные экспериментально высокие его значения [5, 6] фактически не могут быть объяснены в рамках обычной диффузионной теории (без учета баллистического переноса горячих электронов через базу). В экспериментальных работах [5, 6] по биполярным гетеротранзисторам с субмикронной базой для объяснения высокого значения коэффициента усиления ($K \sim 5 \cdot 10^4$) используется обычная диффузионная теория для остывших электронов, в рамках которой столь большой коэффициент усиления можно получить, только предполагая неправдоподобно большую величину диффузионной длины L_D инжекти-

рованных электронов в сильно легированной p-базе, $L_D \geqslant 15$ мкм. Однако для GaAs p-типа при $N_A \geqslant 10^{18}$ см$^{-3}$ значение диффузионной длины находится в пределах $2 \div 3$ мкм. Поэтому высокое значение коэффициента усиления невозможно объяснить без учета квазибаллистического транспорта горячих носителей через базу. Суть дела состоит в том, что большая часть электронов проскакивает через базу в коллектор, не успев остыть, и лишь малая часть остывает в базе и испытывает в дальнейшем диффузионный вынос в коллектор. Эта ситуация иллюстрируется результатами расчетов, проделанных далее и представленных на рис. 2. На нем приведены величины p_0, p_1 и p_{-1}, которые представляют собой вероятность того, что электрон остынет в базе и не уйдет в коллектор горячим. Они вычисляются по формулам (44). При этом вероятность p_0 соответствует тому, что электрон остынет только за счет испускания плазмонов; вероятность p_1 соответствует остыванию за счет испускания одного оптического фонона и серии плазмонов; p_{-1} — такая же величина, но для поглощения одного оптического фонона. Как показано далее, процессы испускания или поглощения двух и большего числа фононов за время пролета электроном базы можно не учитывать, если концентрация дырок в базе $N_A \geqslant 10^{18}$ см$^{-3}$. Вероятность испускания одного плазмона существенно больше вероятности испускания фонона. Однако обращает на себя внимание тот факт, что вероятности p_1 и p_{-1} существенно превосходят вероятность бесфононного остывания p_0. Дело в том, что горячие электроны инжектируются эмиттером направленным потоком в сторону коллектора. При испускании плазмонов электрон практически не меняет направления движения и, остывая, продолжает лететь к коллектору. Однако при испускании оптического фонона электрон хоть и не с очень большой вероятностью, но все же может изменить направление скорости на угол порядка 90°. Такие электроны практически все остывают в базе за счет последующего испускания плазмонов. Поэтому фононное рассеяние оказывает доминирующее влияние на остывание электронов в базе, несмотря на его малую вероятность. Полная вероятность P является суммой p_0, p_1 и p_{-1}. Так,

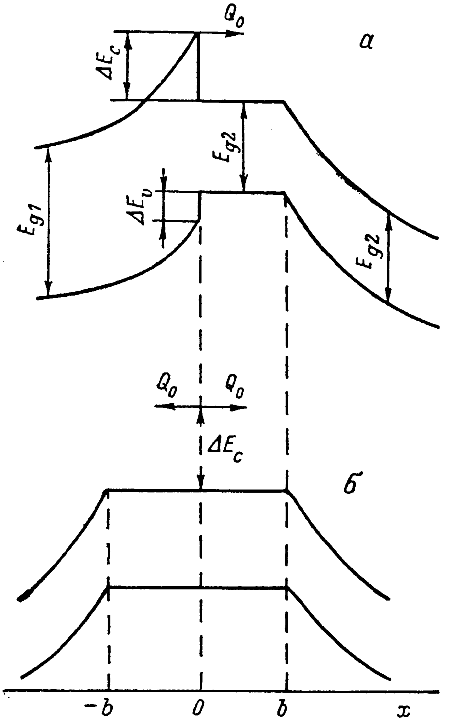

Рис. 1. Зонная диаграмма гетеротранзистора (*а*) и модель двойного инжектора для учета зеркального отражения электронов на эмиттерном барьере (*б*).

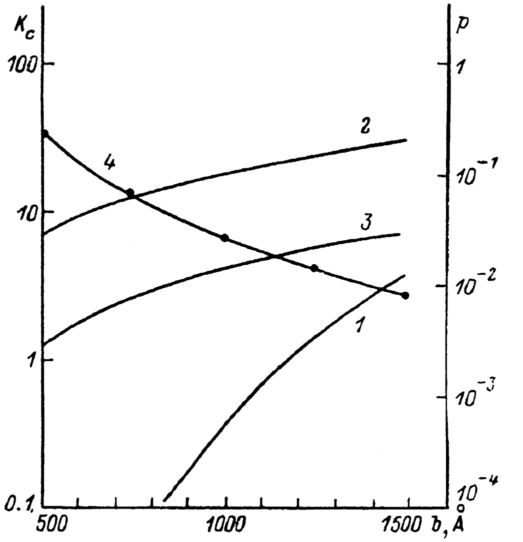

Рис. 2. Зависимость вероятностей остывания электрона в базе p_0 (*1*), p_1 (*2*), p_{-1} (*3*) (правая шкала) и коэффициента усиления K_c (*4*) на горячих электронах (левая шкала) от толщины базы b.

Концентрация дырок в базе $N_A = 10^{18}$ см$^{-3}$.

например, при толщине базы $b=10^3$ Å $P=1/7$; это означает, что шесть электронов из семи инжектированных улетают горячими в коллектор, а один остывает в базе. Коэффициент усиления K_c на горячих электронах, вычисленный по формуле (18), практически равен P^{-1}. Его зависимость от толщины базы приведена на рис. 2. Точками изображены результаты численного моделирования по методу Монте-Карло с учетом многократных рассеяний на плазмонах и фононах. Видно, что вклад от многократного рассеяния на фононах [не учтенных в формулах (40) и (44)] не превышает нескольких процентов. Заметим, что коэффициент усиления на горячих электронах K_c соответствует временам релаксации, сравнимым с временем пролета базы горячим носителем ($\sim 0.1 \div 0.2$ пс). Величина коэффициента усиления на больших временах релаксации ($\sim 10 \div 30$ пс)

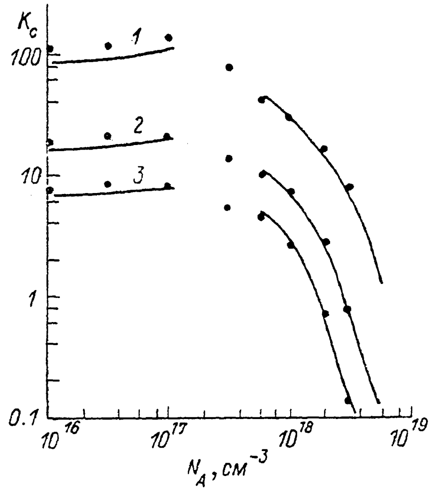

Рис. 3. Зависимость коэффициента усиления K_c на горячих электронах от концентрации дырок N_A в базе.

Кривые соответствуют величине b, Å: *1* — 500, *2* — 1000, *3* — 1500. Сплошные кривые: при $N_A \leqslant 10^{17}$ см$^{-3}$ — по формулам работы [1], при $N_A \geqslant 10^{18}$ см$^{-3}$ — по формулам настоящей работы; точками показан расчет по методу Монте-Карло.

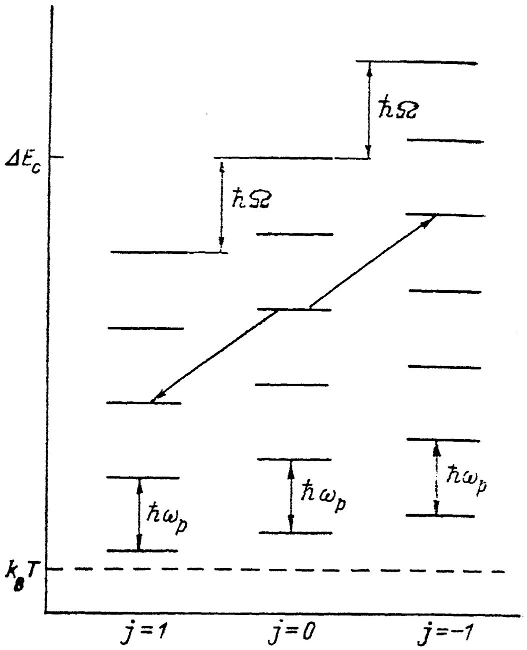

Рис. 4. Схема энергетических уровней горячих электронов в базе гетеротранзистора.

Центральная «лестница» соответствует бесфононному остыванию электронов в базе, левая — при однократном испускании фонона и последующем испускании плазмонов, правая — то же, но при однократном поглощении фонона. Стрелками показаны переходы электрона между этими тремя лестницами уровней.

равна произведению $P^{-1} \cdot K_D$. Здесь K_D, согласно [1], равен 3 $(L_D/b)^2$ и обусловлен диффузионным выносом остывших носителей. Произведение $P^{-1} \cdot K_D$ может достигать величины $\sim 5 \cdot 10^4$ при диффузионной длине $L_D=2 \div 3$ мкм.

Предложенное в этой работе приближение однократного рассеяния на фононах справедливо при концентрациях дырок свыше $N_A=10^{18}$ см$^{-3}$. Теория [1], не учитывающая плазменного и дырочного рассеяния, справедлива при $N_A \leqslant 10^{17}$ см$^{-3}$. На рис. 3 представлены зависимости коэффициента усиления на горячих электронах от концентрации дырок при различных толщинах базы. Сплошные кривые при $N_A \leqslant 10^{17}$ см$^{-3}$ рассчитаны по формулам работы [1], а при $N_A \geqslant 10^{18}$ см$^{-3}$ — с помощью формул (18), (40) и (44). Точками показаны результаты, полученные методом Монте-Карло. Видно, что теория и численное моделирование дают практически совпадающие результаты во всем интервале концентраций, за исключением небольшой области, где не работают ни та, ни другая теории.

2. *Система кинетических уравнений в методе моноэнергетических групп.* В нашей работе [1] была предложена методика преобразования кинетического уравнения для случая, когда электрон теряет энергию на оптических фононах, причем пренебрегалось их дисперсией. Тогда горячие электроны распределяются

по моноэнергетическим группам, расстояние между которыми равно энергии оптического фонона. В настоящей работе мы учитываем также и потери энергии электронов при испускании плазмонов, дисперсией которых мы также пренебрегаем. Очевидно, что метод моноэнергетических групп применим и в этом случае. Аналогично [1] представим функцию распределения горячих электронов, инжектированных в базу,

$$f(\mathbf{k},\ x)=f(\varepsilon_{\mathbf{k}},\ \mu,\ x)=\sum_{n,\ j}\rho_{n,j}^{-1}f_{n,\ j}(\mu,\ x)\,\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}}-E_{n,\ j}). \tag{1}$$

Здесь $\hbar\mathbf{k}$ — квазиимпульс электрона, $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ — его энергия, $\mu=\cos\theta$, где θ — угол между квазиимпульсом электрона и осью x, направленной по нормали к плоскости гетероперехода. Величина

$$E_{n,\ j}=E-n\hbar\omega_p-j\hbar\Omega;\quad E_{n,\ j}=\hbar^2\mathbf{k}_{n,\ j}^2/2m_c \tag{2}$$

есть энергия моноэнергетической группы электронов, потерявших j оптических фононов (с энергией $\hbar\Omega$) и n плазмонов (с энергией $\hbar\omega_p$). Плотность состояний $\rho_{n,j}$ в этой моноэнергетической группе определяется обычной формулой

$$\rho_{n,\ j}=\frac{2}{(2\pi)^3}\int d^3k\delta(\varepsilon_{\mathrm{k}}-E_{n,\ j})=\frac{m_c}{\pi^2\hbar^2}k_{n,\ j}, \tag{3}$$

где $\delta(\varepsilon)$ — дельта-функция Дирака. Последние из равенств в формулах (2) и (3) справедливы для изотропной квадратичной зоны с эффективной массой m_c в зоне проводимости. Концентрация электронов определяется через функции распределения в моноэнергетических группах следующим образом:

$$n(x)=\frac{2}{(2\pi)^3}\int d^3\mathbf{k}f(\mathbf{k},\ x)=\sum_{n,\ j}\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}f_{n,\ j}(\mu,\ x)\,d\mu. \tag{4}$$

Функции распределения $f_{n,j}$ удовлетворяют системе кинетических уравнений

$$\mu v_{n,\ j}\frac{\partial f_{n,\ j}}{\partial x}+\left(\nu_{n,\ j}^{\omega}+\nu_{n,\ j}^{\Omega}\right)f_{n,\ j}=g_{n,\ j}^{\omega}+g_{n,\ j}^{\Omega}. \tag{5}$$

Здесь $v_{n,\ j}$ — скорость электронов с энергией $E_{n,\ j}$, $\nu_{n,\ j}^{\Omega}$ — частота релаксации электрона на оптических фононах, $\nu_{n,\ j}^{\omega}$ — частота испускания плазмона:

$$\nu_{n,\ j}^{\omega}=\frac{2\pi\Lambda_{n,\ j}v_{n,\ j}N_Ae^4}{\varepsilon_0^2E_{n,\ j}\hbar\omega_p},\qquad \omega_p^2=\frac{4\pi N_Ae^2}{\varepsilon_0k_BT},\qquad \Lambda_{n,\ j}=\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{E_{n,\ j}}{k_BT}\right), \tag{6}$$

где ε_0 — статическая диэлектрическая проницаемость полупроводника, k_BT — тепловая энергия. Частота релаксации электрона на оптических фононах складывается из частоты испускания и поглощения фононов:

$$\begin{gathered}\nu_{n,\ j}^{\Omega}=\nu_{n,\ j}^{e}+\nu_{n,\ j}^{a},\\ \nu_{n,\ j}^{e}=\frac{v_{n,\ j}}{a_B^*}\frac{\hbar\Omega}{2E_{n,\ j}}(N_\Omega+1)\,\lambda_{n,\ j}^{(+1)},\quad \nu_{n,\ j}^{a}=\frac{v_{n,\ j}}{a_B^*}\frac{\hbar\Omega}{2E_{n,\ j}}N_\Omega\lambda_{n,\ j}^{(-1)},\\ a_B^*=\hbar^2/m_cee^*,\quad e^*=e\left(\varepsilon_\infty^{-1}-\varepsilon_0^{-1}\right),\end{gathered} \tag{7}$$

где a_B^* — эффективный боровский радиус, ε_∞ — высокочастотная диэлектрическая проницаемость. Для арсенида галлия $a_B^*\approx 600$ Å. Величина N_Ω — планковское число фононов, при $T=300$ K для GaAs имеем $N_\Omega\approx 0.33$. Величина $\lambda_{n,\ j}^{(\pm1)}$ дается выражением

$$\lambda_{n,\ j}^{(\pm)}=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{I_{n,\ j}^{(\pm1)}+1}{I_{n,\ j}^{(\pm1)}-1}\right),\qquad I_{n,\ j}^{(\pm1)}=1+2\gamma_{n,\ j}^{(\pm1)}, \tag{8}$$

$$\gamma_{n,\ j}^{(\pm1)}=\frac{\left(\sqrt{E_{n,\ j\mp1}}-\sqrt{E_{n,\ j}}\right)^2+\hbar^2\varkappa^2/2m_c}{4\left(E_{n,\ j\mp1}E_{n,\ j}\right)^{1/2}}, \tag{9}$$

где $\varkappa^{-1}$ — дебаевский радиус экранирования дырками в p-базе. Функции генерации $g^{\omega}_{n,\,j}$ и $g^{\Omega}_{n,\,j}$, входящие в формулу (5), даются выражениями

$$g^{\omega}_{n,\,j} = \nu^{\omega}_{n-1,\,j} f_{n-1,\,j}, \quad g^{\Omega}_{n,\,j} = g^{e}_{n,\,j} + g^{a}_{n,\,j}, \tag{10}$$

$$g^{e}_{n,\,j} = \rho_{n,\,j}(N_{\Omega}+1)\frac{1}{4}\int_{-1}^{1} d\mu' w^{(+1)}_{n,\,j}(\mu,\,\mu') f_{n,\,j-1}(\mu',\,x),$$

$$g^{a}_{n,\,j} = \rho_{n,\,j} N_{\Omega}\frac{1}{4}\int_{-1}^{1} d\mu' w^{(-1)}_{n,\,j}(\mu,\,\mu') f_{n,\,j+1}(\mu',\,x), \tag{11}$$

где

$$w^{(\pm1)}_{n,\,j}(\mu,\,\mu') = \frac{2\pi^2 ee^*\Omega}{k_{n,\,j}k_{n,\,j\mp1}\lambda^{(\pm1)}_{n,\,j}} F^{(\pm1)}_{n,\,j}(\mu,\,\mu'),$$

$$F^{(\pm1)}_{n,\,j}(\mu,\,\mu') = \left\{(1-\mu^2)\left[\left(I^{(\pm1)}_{n,\,j}\right)^2 - 1\right] + \left[I^{(\pm1)}_{n,\,j}\mu - \mu'\right]^2\right\}^{-1/2}. \tag{12}$$

3. *Приближение однократного рассеяния электрона на оптическом фононе.* Рассмотрим случай достаточно сильно легированной p-базы, когда длина полной потери энергии горячего электрона на плазмонах оказывается порядка длины свободного пробега по отношению к рассеянию на оптическом фононе. Например, для GaAs при $N_A = 10^{18}$ см$^{-3}$ длина остывания на плазмонах составляет 2500 Å, а длина пробега на оптических фононах 2400 Å при энергии $E = 0.2$ эВ. Очевидно, что в таких условиях за время остывания электрон рассеивается не более 1 раза на оптическом фононе. Поэтому в уравнениях (5) следует учесть лишь один единственный акт испускания (или поглощения) оптического фонона. Тогда индекс j, входящий в уравнение (2) и последующие, может принимать лишь три значения:

$$j = -1,\ 0,\ 1. \tag{13}$$

Случай $j=-1$ соответствует поглощению оптического фонона и испусканию серии плазмонов, $j=0$ — бесфононному остыванию на плазмонах, $j=1$ — испусканию одного оптического фонона и серии плазмонов. Энергии «уровней», соответствующих этим трем случаям, образуют три «лестницы» эквидистантных уровней, расстояние между ступенями которых равно энергии плазмона. Эти лестницы изображены на рис. 4, причем переход электрона с испусканием или поглощением оптического фонона показан стрелкой. По центральной лестнице электрон перескакивает, испуская только плазмоны. Таким образом, существуют всего две возможности остывания электронов в базе — без рассеяния на оптическом фононе и с однократным рассеянием на оптическом фононе в процессе остывания. В первом случае нас будет интересовать функция $f^{0}_{N,\,0}$, где $N = \mathrm{Int}\left[(E - k_BT)/\hbar\omega_p\right]$ есть целая часть отношения $(E - k_BT)/\hbar\omega_p$, во втором — две функции $f^{s}_{m,\,1}(\mu,\,x)$ и $f^{s}_{m,\,-1}(\mu,\,x)$, где

$$m + s = \mathrm{Int}\left[(E - \hbar\Omega - k_BT)/\hbar\omega_p\right], \quad m' + s' = \mathrm{Int}\left[(E + \hbar\Omega - k_BT)/\hbar\omega_p\right]. \tag{14}$$

Сами же m и s (или m' и s') — любые неотрицательные целые числа, лишь бы их сумма удовлетворяла условиям (14). Число плазмонов, испущенных до рассеяния на оптическом фононе, равно m (или m'), а s (или s') — это число плазмонов, испущенных после рассеяния на оптическом фононе. Функции $f^{s}_{m,\,j}$ удовлетворяют уравнению (5).

При решении системы уравнений (5) следует учитывать зеркальное отражение электронов от потенциального барьера на эмиттерном гетеропереходе. Эту часть задачи можно упростить, если формально рассмотреть базу с удвоенной толщиной ($-b \leqslant x \leqslant b$), в центре которой ($x=0$) расположен эмиттер горячих электронов, инжектирующий направленный поток с плотностью Q_0 в правую часть базы (в сторону положительных x) и направленный поток с плотностью Q_0 в левую часть базы (в сторону отрицательных x), как это изображено на рис. 1, *б*. При этом мы можем считать, что в центре такой удвоенной базы (т. е. в точке $x=0$, где расположен эмиттер) уже нет никакого потенциального барьера. Тогда исходная функция генерации горячих электронов будет иметь вид

$$g_{0,0}(\mu, x) = 2Q_0 [\delta(1-\mu)\delta(x-\sigma) + \delta(1+\mu)\delta(x+\sigma)]_{\sigma\to 0}. \tag{15}$$

Величина σ описывает бесконечно малое смещение инжектора от центра; в конечных выражениях следует положить $\sigma=0$. Решая систему (5) с начальной функцией генерации (15), можно получить упомянутые выше функции $f^s_{m,j}(\mu,x)$. С их помощью находятся вероятности $p^s_{m,j}$ электрону остаться в базе после остывания:

$$p^s_{m,j} = \frac{\nu_{m+s,j}}{2Q_0} \int_{-b}^{b} dx \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} d\mu f^s_{m,j}(\mu, x). \tag{16}$$

Полная вероятность P электрону остыть в базе равна, очевидно, сумме частных вероятностей (16):

$$P = \sum_{m,j} p^s_{m,j}; \quad m+s = \mathrm{Int}\,[(E - k_BT - j\hbar\Omega)/\hbar\omega_p]. \tag{17}$$

Последнее равенство определяет область изменения m, s' и j. Коэффициент усиления транзистора K_c по току в схеме с общим эмиттером (только на горячих электронах) будет

$$K_c = (1-P)/P. \tag{18}$$

Наиболее просто получить решение рекуррентной системы дифференциальных уравнений (5), которое соответствует бесфононному испусканию n плазмонов. Если $n=0$, то решение уравнения (5) с функцией генерации (15) будет

$$f^0_{0,0}(\mu, x) = \frac{2Q_0}{v_{0,0}} e^{-\alpha_{0,0}|x|} [\Theta(x)\delta(1-\mu) + \Theta(-x)\delta(1+\mu)], \tag{19}$$

где $\alpha_{0,0} = \nu^{\omega}_{0,0}/v_{0,0}$, $\Theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда. Если $n > 0$, то функция генерации описывается формулой (10), т. е. выражается через предшествующую функцию распределения. Тогда формальное решение уравнения (5) будет

$$f^0_{n,0}(\mu, x) = \frac{\nu^{\omega}_{n-1,0}}{v_{n,0}|\mu|} \left(\Theta(\mu) \int_{-b}^{x} e^{-\frac{\alpha_{n,0}(x-x')}{\mu}} f^0_{n-1,0}(x')\,dx' + \Theta(-\mu) \int_{x}^{b} e^{-\frac{\alpha_{n,0}(x'-x)}{\mu}} f^0_{n-1,0}(x')\,dx' \right), \tag{20}$$

$$\alpha_{n,j} = \nu_{n,j}/v_{n,j}. \tag{21}$$

В результате получилось рекуррентное интегральное соотношение, выражающее последующую функцию через предыдущую, причем начальная функция дается согласно (19). Дальнейшее преобразование этого соотношения возможно в том случае, когда

$$(\alpha_{n,j} - \alpha_{n-1,j})\, b \ll 1. \tag{22}$$

Для субмикронных толщин это неравенство хорошо выполняется. Тогда соотношение (20) допускает явное решение, которое является обобщением формулы Пуассона на случай слабо переменной длины свободного пробега:

$$f^0_{n,0}(\mu, x) = \frac{2Q_0}{v_{n,0}} \left(\prod_{i=0}^{n-1} \alpha_{i,0} \right) \frac{|x|^n}{n!} e^{-\beta_{n,0}|x|} [\Theta(x)\delta(1-\mu) + \Theta(-x)\delta(1+\mu)], \tag{23}$$

$$\beta_{n,j} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^{n} \alpha_{i,j}. \tag{24}$$

Используя (23) и (16), можно найти вероятность остывания электронов в базе за счет испускания только одних плазмонов:

$$p_0 = p^0_{N,\,0} = \frac{\prod\limits_{i=0}^{N} a_{i,\,0}}{(\beta_{N,\,0})^{N+1}} \frac{1}{N!} \int\limits_0^{\beta_{N,\,0} b} e^{-y} y^N dy. \tag{25}$$

4. *Решение кинетического уравнения для однократного рассеяния электронов на оптических фононах.* Рассмотрим случай, когда электрон испускает m плазмонов, двигаясь по центральной лестнице (рис. 4), затем рассеивается на оптическом фононе и далее испускает s плазмонов, двигаясь по боковой лестнице. При этом он остывает до энергии порядка $k_B T$. Найдем функцию $f^s_{m,j}$, которая, согласно (16), определяет вероятность $p^s_{m,j}$ остывания электрона в базе. Для этого следует сначала найти функцию $f^0_{m,0}$, которая описывает электроны, испустившие цуг из m плазмонов перед рассеянием на фононах. Она описывается формулой (23) при $n=m$. После рассеяния на фононе возникает следующий цуг испускания s плазмонов. Начальная функция генерации этого цуга дается формулой (11).

Подставляя туда (23) и (12), получим формулу для начальной функции генерации второго цуга

$$g^0_{m,\,j}(\mu,\ x) = \frac{Q_0 \hbar \Omega}{2a^*_B E_{m,\,0}} \left(N_\Omega + \frac{j+1}{2}\right) \left(\prod_{i=0}^{m-1} a_{i,\,0}\right) \frac{|x|^m}{m!} e^{-\beta_{m,0}|x|} \times$$
$$\times \left[\frac{\Theta(x)}{I^j_{m,\,0} - \mu} + \frac{\Theta(-x)}{I^j_{m,\,0} + \mu}\right]. \tag{26}$$

Кинетическое уравнение, описывающее новый цуг плазмонов, будет иметь форму

$$\mu v_{m+i,\ j} \frac{\partial f^i_{m,\,j}}{\partial x} + \nu^\omega_{m+i,\ j} f^i_{m,\ j} = g^i_{m,\ j} \tag{27}$$

с функцией генерации

$$g^i_{m,\ j} = \begin{cases} g^0_{m,\ j} & \text{при } i=0,\ j \neq 0, \\ \nu^\omega_{m,\ j} f^{i-1}_{m,\ j} & \text{при } i \geqslant 1,\ j \neq 0, \end{cases} \tag{28}$$

где $g^0_{m,\ j}$ дается (26). Решение уравнений для второго цуга удобно проводить, используя функцию Грина $\Phi^i_{m,\ j}(\mu,\ x,\ y)$ уравнения (27)

$$f^i_{m,\ j}(\mu,\ x) = A_{m,\ j} \int\limits_{-b}^{b} dy\, |y|^m \exp(-\beta_{m,\ j}|y|)\, D_{m,\ j}(y)\, \Phi^i_{m,\ j}(\mu,\ x,\ y), \tag{29}$$

где

$$A_{m,\ j} = \frac{Q_0 \hbar \Omega}{2a^*_B E_{m,\,0}} \left(N_\Omega + \frac{j+1}{2}\right) \frac{1}{m!} \prod_{n=0}^{m-1} a_{n,\,0}, \tag{30}$$

$$D_{m,\ j}(y) = \Theta(y)/(I^j_{m,\,0} - \mu) + \Theta(-y)/(I^j_{m,\,0} + \mu). \tag{31}$$

Функции Грина $\Phi^i_{m,\ j}(\mu,\ x,\ y)$ удовлетворяют уравнениям

$$\mu v_{m+i,\ j} \frac{\partial \Phi^i_{m,\ j}}{\partial x} + \nu^\omega_{m+i,\ j} \Phi^i_{m,\ j} = \begin{cases} \delta(x-y) & \text{при } i=0,\ j \neq 0, \\ \nu^\omega_{m+i-1,\ j} \Phi^{i-1}_{m,\ j} & \text{при } i \geqslant 1,\ j \neq 0. \end{cases} \tag{32}$$

Решение $\Phi^0_{m,\ j}$ для начальной функции плазмонного цуга ($i=0$) будет

$$\Phi^0_{m,\ j} = \frac{a_{m,\ j}}{\nu^\omega_{m,\ j}|\mu|} \exp\left(-\frac{a_{m,\ j}|x-y|}{|\mu|}\right) Z(\mu,\ x-y), \tag{33}$$

$$Z(\mu,\ x-y) = \Theta(x-y)\,\Theta(\mu) + \Theta(y-x)\,\Theta(-\mu). \tag{34}$$

Далее, используя формулу (20) и условие (21), получим решение, аналогичное (23) для функции Грина,

$$\Phi^s_{m,\,j}=\frac{|x-y|^s\prod\limits_{n=m}^{m+s}\alpha_{n,\,j}}{\nu^{\omega}_{m+s,\,j}\,|\mu|^{s+1}\,s\,!}\,e^{-\frac{\beta}{|\mu|}|x+y|}Z(\mu,\;x-y), \tag{35}$$

где

$$\beta\equiv\frac{1}{s+1}\sum_{n=m}^{m+s}\alpha_{n,\,j}. \tag{36}$$

Используя (34) и (29), нетрудно получить выражение для $f^s_{m,\,j}(\mu,\;x)$; интегрируя его по μ и x, согласно (16), получаем вероятность $p^s_{m,\,j}$:

$$p^s_{m,\,j}=B^j_{m,\,s}\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1}\frac{d\mu}{|\mu|}\int\limits_{-b}^{b}dx\int\limits_{-b}^{b}dyD_{m,\,j}(y)\,Z(\mu,\;x-y)\,\varphi(y)\,\psi\left(\frac{x-y}{|\mu|}\right). \tag{37}$$

Здесь функции $D_{m,\,j}$ и Z определяются формулами (31) и (34);

$$B^j_{m,\,s}=\frac{\hbar\Omega}{4a^*_B E_{m,\,0}}\left(N_\Omega+\frac{j+1}{2}\right)\frac{1}{m\,!}\,\frac{1}{s\,!}\left(\prod_{n=0}^{m-1}\alpha_{n,\,0}\right)\prod_{n=m}^{m+s}\alpha_{n,\,j}, \tag{38}$$

$$\varphi(y)=|y|^m\exp(-\beta_{m,\,0}|y|);\quad \psi(z)=|z|^s\exp(-\beta|z|). \tag{39}$$

Используя явный вид выражений (31) и (34) для $D_{m,\,j}$ и Z, можно преобразовать трехкратный интеграл в (37) в двухкратный:

$$p^s_{m,\,j}=\frac{B^j_{m,\,s}}{(\beta)^{m+s+2}}(\mathscr{K}_1+\mathscr{K}_2+\mathscr{L}_1+\mathscr{L}_2), \tag{40}$$

где

$$\mathscr{K}_1=\int\limits_0^1\frac{d\mu}{\mu}\ln\left(\frac{1}{I^j_{m,\,0}-\mu}\right)\int\limits_0^{\beta b}dz\left(\frac{\beta b-z}{\mu}\right)^{s+1}z^m e^{-\eta z}e^{-\frac{\beta b-z}{\mu}},$$

$$\mathscr{K}_2=\int\limits_0^1\frac{d\mu}{\mu}\ln\left(I^j_{m,\,0}+\mu\right)\int\limits_0^{\beta b}dz\left(\frac{\beta b+z}{\mu}\right)^{s+1}z^m e^{-\eta z}e^{-\frac{\beta b+z}{\mu}}; \tag{41}$$

$$\mathscr{L}_1=\ln\left(\frac{1}{I^j_{m,\,0}-1}\right)\int\limits_0^{\beta b}dz\,(\beta b-z)^m\,e^{-\eta(\beta b-z)}\int\limits_0^{z}dyy^s e^{-y},$$

$$\mathscr{L}_2=\ln\left(I^j_{m,\,0}+1\right)\int\limits_0^{\beta b}dzz^m e^{-\eta z}\int\limits_0^{\beta b+z}dyy^s e^{-y}. \tag{42}$$

Здесь

$$\eta=\beta_{m,\,0}/\beta. \tag{43}$$

В заключение приведем развернутое выражение для полной вероятности остывания электрона в базе

$$P=p_0+p_1+p_{-1},\quad p_1=\sum_{m=0}^{M^{(1)}}p^s_{m,\,1},\quad p_{-1}=\sum_{m=0}^{M^{(-1)}}p^s_{m,\,-1}, \tag{44}$$

где p_0 дается формулой (25), а $p^s_{m,\,j}$ при $j=\pm1$ — выражением (40). Верхние пределы $M^{(1)}$ и $M^{(-1)}$ будут

$$M^{(1)}=\mathrm{Int}\,[(E-k_BT-\hbar\Omega)/\hbar\omega_p],\quad M^{(-1)}=\mathrm{Int}\,[(E-k_BT)/\hbar\omega_p]. \tag{45}$$

Число плазмонов s второго цуга при испускании фонона, согласно (14) и (45), дается выражением

$$s=M^{(1)}-m, \tag{46}$$

а число плазмонов второго цуга при поглощении фонона — второй из формул (14)

$$s = \mathrm{Int}\left[(E + \hbar\Omega - k_B T)/\hbar\omega_p\right] - m. \tag{47}$$

Как известно [7], плазмоны возбуждаются в плазме, если плазменная частота ω_p превышает частоту столкновений дырок ν_h, которую можно выразить через их подвижность μ_h; $\nu_h = e/m_h\mu_h$. Следовательно, если концентрация дырок в базе удовлетворяет неравенству

$$N_A > \varepsilon_0/4\pi m_h \mu_h^2, \tag{48}$$

то плазмоны хорошо возбуждаются в дырочной плазме базы (m_h — масса тяжелой дырки). Например, для GaAs при $\mu_h = 400$ см^2/с·В $N_A > 2 \cdot 10^{17}$ см$^{-3}$.

Как показано в [8, 1], потери энергии на единице пути быстрого электрона описываются практически одинаковыми формулами для потерь на плазмонах и на тяжелых дырках. Это означает, что для учета механизма потерь на тяжелых дырках следует фактически вдвое увеличить частоту испускания плазмонов горячими электронами.

Литература

[1] Константинов О. В., Мезрин О. А. // ФТП. 1985. Т. 19. В. 11. С. 1991—1999.
[2] Рыжий В. И. // Микроэлектрон. 1987. Т. 16. В. 5. С. 387—396.
[3] Imanaga S., Kawai H., Kaneko K., Watanabe N. // J. Appl. Phys. 1986. V. 59. N 9. P. 3281—3285.
[4] Баннов Н. А., Рыжий В. И., Святченко А. А. // Письма ЖТФ. 1984. Т. 10. В. 18. С. 1106—1110.
[5] Hao-Hsiung Lin, Si-Chen Lee // Appl. Phys. Lett. 1985. V. 47. N 8. P. 839—841.
[6] Gazarre A., Tasselli J., Marty A., Bailbe J. P., Rey G. // Electron. Lett. 1985. V. 21. N 24. P. 1124—1126.
[7] Платцман Ф., Вольф П. Волны и взаимодействия в плазме твердого тела. М., 1975. 371 с.
[8] Дьяконов М. И., Перель В. И., Яссиевич И. Н. // ФТП. 1977. Т. 11. В. 7. С. 1364—1371

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Получена 21.09.1988
Принята к печати 28.10.1988