1989 ФИЗИКА И ТЕХНИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ том 23, вып. 7
1989 PHYSICS AND TECHNICS OF SEMICONDUCTORS vol. 23, N 7

ДИССИПАТИВНЫЕ ТЕРМО- И ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ В ПРОИЗВОЛЬНЫХ КВАНТУЮЩИХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

Аскеров Б. М., Джафаров М. И.

Теоретически исследованы диссипативные гальвано- и термомагнитные явления в произвольном поперечном квантующем магнитном поле в невырожденных полупроводниках с параболическим законом дисперсии. Рассмотрены случаи рассеяния электронов проводимости на акустических, полярнооптических и пьезоакустических фононах. Установлено, что зависимость всех рассмотренных кинетических коэффициентов от параметров квантования $\nu=\hbar\Omega=2k_0T$ (где $\Omega=eH/mc$ — циклотронная частота) для рассеяния на пьезоакустических и полярнооптических фононах одинакова. Показано, что во всей области квантования электронная теплопроводность от магнитного поля зависит слабее, чем H^{-2}, т. е. учет квантования увеличивает электронную теплопроводность невырожденных полупроводников. В случае рассеяния на пьезоакустических и полярнооптических фононах в отличие от рассеяния на акустических фононах коэффициент Нернста—Эттингсгаузена в зависимости от магнитного поля свой знак не меняет. Магнитосопротивление в случае рассеяния на акустических фононах от магнитного поля зависит сильнее, чем при рассеянии на фононах других типов. Из полученных общих выражений в квазиклассическом и квантовом пределах следуют все известные зависимости от магнитного поля.

В области сильных магнитных полей некоторые кинетические эффекты в полупроводниках с одним типом носителей тока в первом приближении по рассеянию от механизма релаксации электронной системы не зависят и являются недиссипативными. К таковым относятся эффект Холла, поперечная термоэдс и эффект Риги—Ледюка. В отличие от эффекта Холла вышеуказанные термомагнитные эффекты существенно зависят от вида энергетического спектра и степени вырождения. В частном случае, когда носители тока не вырождены, а спектр имеет простую параболическую форму, можно выполнить суммирование по квантовому числу Ландау и найти точное выражение зависимости эффектов от параметра квантования $\nu=\hbar\Omega/2k_0T$ (Ω—eH/mc — циклотронная частота, m — эффективная масса), следовательно, от магнитного поля во всей области сильных магнитных полей [1, 2].

Сложнее обстоит дело с диссипативными гальвано- и термомагнитными эффектами, такими как магнитосопротивление $\rho(H)$, электронная теплопроводность в магнитном поле $\varkappa(H)$ и эффект Нернста—Эттингсгаузена Q. Трудность связана с тем, что в этом случае при вычислении плотности тока возникает необходимость дополнительного интегрирования по квазиимпульсам рассеивателя. В настоящей работе эти диссипативные эффекты рассмотрены в случае рассеяния на акустических, пьезоакустических и полярнооптических фононах при наличии квантующего магнитного поля. После приближенного интегрирования по импульсам фононов в невырожденных полупроводниках с параболической зоной удалось точно выполнить суммирование по магнитному квантовому числу Ландау и найти измеряемые кинетические коэффициенты в квантующих магнитных полях произвольной величины. Из полученных общих выражений в квазиклассическом и квантовом пределах следуют все известные зависимости от магнитного поля. Установлено, что зависимость всех рассмотренных кинетических коэффициентов от параметра квантования ν для рассеяния на пьезоакустических и полярнооптических фононах одинакова. Показано, что во всей области квантования электронная теплопроводность от магнитного поля зависит слабее, чем H^{-2}, т. е. учет квантования увеличивает электронную теплопроводность невырожденных полупроводников. В случае рассеяния на пьезоакустических и полярнооптических фононах в отличие от рассеяния на акустических фононах [3] коэффициент Нернста—Эттингсгаузена в зависимости от магнитного поля свой знак не меняет. Магнитосопротивление в случае рассеяния на акустических фононах от магнитного поля зависит сильнее, чем при рассеянии на фононах других типов.

1. Общие соотношения

В сильном поперечном ($\mathbf{H} \perp \mathbf{E}, \nabla T$) магнитном поле недиагональные компоненты тензоров проводимости не зависят от механизма рассеяния и приведены в [4]. Общие выражения диагональных компонент тензоров проводимости в квантующих магнитных полях в первом приближении по рассеянию найдены в работах [5-7]. Результаты этих работ можно записать в следующем компактном виде:

$$\sigma_{11} = (e^2/2) \sum_{\alpha\alpha'} \sigma_{\alpha\alpha'}, \tag{1}$$

$$\beta_{11} = -(e/2T) \sum_{\alpha\alpha'} (\varepsilon_\alpha - \zeta) \sigma_{\alpha\alpha'}, \tag{2}$$

$$\varkappa_{11} = (1/2T) \sum_{\alpha\alpha'} (\varepsilon_\alpha - \zeta)^2 \sigma_{\alpha\alpha'}, \tag{3}$$

где $\sigma_{\alpha\alpha'} = (-\partial f_0/\partial\varepsilon_\alpha)(x_\alpha - x_{\alpha'})^2 W_{\alpha\alpha'}$, $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_N + \hbar^2 k_z^2/2m$ — энергия электрона в состоянии $\alpha \equiv (N, k_y, k_z)$ в калибровке Ландау, $\varepsilon_N = (N + {}^1/_2)\hbar\Omega$, N — квантовое число Ландау, ζ — химический потенциал, $x_\alpha = -R^2 k_y$ — центр магнитного осциллятора в состоянии α, $W_{\alpha\alpha'}$ — вероятность перехода электрона из α в α' за единицу времени при рассеянии на возмущающем потенциале.

В случае рассеяния на фононах $W_{\alpha\alpha'}$ в квантующих магнитных полях можно представить в виде [4]

$$W_{\alpha\alpha'} = \sum_{\mathbf{q}} w(q) \, | J_{NN'} |^2 (A^+_{\alpha\alpha'}(\mathbf{q}) + A^-_{\alpha\alpha'}(\mathbf{q})), \tag{4}$$

где

$$A^\pm_{\alpha\alpha'}(\mathbf{q}) = \left(N_q + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}\right) \delta(\varepsilon_{\alpha'} - \varepsilon_\alpha \mp \hbar\omega_q) \, \delta_{k'_y,\, k_y \pm q_y} \delta_{k'_z,\, k_z \pm q_z},$$

$$J_{NN'} = \int \varphi_{N'}(x - x_{\alpha'}) \exp(\pm i q_x x) \varphi_N (x - x_\alpha) \, dx,$$

φ_N — осцилляторная функция, $N_q = [\exp(\hbar\omega_q/k_0 T) - 1]^{-1}$ — функция Планка. Формула (4) является общей для всех типов фононов, только множитель $w(q)$ различен для каждого типа фононов: для акустических $w(q) = \pi E_1^2 q^2/\rho\omega(q)$, для пьезоакустических $w(q) = \pi e^2 E_{pz}^2/\alpha^2 \rho\omega(q)$, для полярнооптических $w(q) = (4\pi^2 e^2/\varkappa^*)(w(q)/q^2)$, где ρ — плотность кристалла, E_1 и E_{pz} — соответствующие константы взаимодействия, $\omega(q)$ — частота фонона, $1/\varkappa^* = 1/\varkappa_\infty - 1/\varkappa_0$, $\varkappa$ — диэлектрическая проницаемость.

На основе общих соотношений [4] можно вычислить измеряемые диссипативные кинетические коэффициенты в произвольных квантующих магнитных полях. При вычислении предположим, что электронный газ не вырожден и закон дисперсии имеет простой параболический вид. Спиновым расщеплением уровней Ландау пренебрегается.

2. Электронная теплопроводность

В вышеуказанных предположениях, используя явное выражение для β_{12} из работы [1], для электронной теплопроводности получим

$$\varkappa(H)=\left(\frac{k_0}{2}\right)\exp(\zeta^*)\sum_{\alpha\alpha'}\exp(-\varepsilon_\alpha^*)\left(\frac{3}{2}+\nu\operatorname{cth}\nu-\varepsilon_\alpha^*\right)^2(x_\alpha-x_{\alpha'})^2W_{\alpha\alpha'}, \tag{5}$$

где $\zeta^*=\zeta/k_0T$, $\varepsilon_\alpha^*=\varepsilon_\alpha/k_0T$.

Метод, изложенный в работе [3], на основе формул (4) и (5) позволяет вычислить электронную теплопроводность в произвольном квантующем магнитном поле. В случае рассеяния электронов на акустических фононах

$$\varkappa(H)=\left(\frac{39}{32}\right)\frac{E_1^2}{\rho u_0^2}\frac{k_0(2mk_0T)^{1/2}n\ln\bar F_1}{\pi^{3/2}\hbar^2}\varphi_1(\nu), \tag{6}$$

где

$$\varphi_1(\nu)=\frac{8}{39}(\operatorname{cth}\nu+1)\left\{(\operatorname{cth}\nu-1)\left[(\nu\operatorname{cth}\nu-1)\left(\frac{3}{2}+3\nu+\frac{21}{2}\nu\operatorname{cth}\nu\right)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{7}{2}\nu^2+\frac{39}{8}\right]+\frac{9}{4}\right\}, \tag{7}$$

$$\bar F_1=\frac{\bar y+\sqrt{\bar y^2+\varepsilon_N^*-\varepsilon_{N'}^*+a}}{\sqrt{\varepsilon_N^*-\varepsilon_{N'}^*+a}}, \tag{8}$$

$y=\sqrt{(\varepsilon-\varepsilon_N)/k_0T}$, параметр $a=2\left(\nu\frac{mu_0^2}{k_0T}\right)^{1/2}\ll 1$ введен из-за неупругости рассеяния и ответствен за сходимость интеграла, u_0 — скорость звука.

В случае рассеяния электронов на полярнооптических фононах при высоких температурах ($b\ll 1$, где $b=\hbar\omega_0/k_0T$) для электронной теплопроводности имеем

$$\varkappa(H)=\left(\frac{9}{16}\right)\frac{k_0e^2n\ln\bar F_2}{(2mk_0T)^{1/2}\varkappa^*\pi^{1/2}}\varphi_2(\nu), \tag{9}$$

где

$$\varphi_2(\nu)=\frac{4(\operatorname{cth}\nu+1)}{9\nu}\left\{(\operatorname{cth}\nu-1)\left[3\nu(\nu\operatorname{cth}\nu-1)+\nu^2\right]+\frac{9}{4}\right\}, \tag{10}$$

а $\bar F_2$ получается из $\bar F_1$ заменой a на b.

Вычисления $\varkappa(H)$ в случае рассеяния электронов на пьезоакустических фононах при высоких температурах аналогичны вычислениям при рассеянии на акустических фононах. В результате для $\varkappa(H)$ получим

$$\varkappa(H)=\left(\frac{9}{64}\right)\frac{E_{pz}^2k_0ne^2\ln\bar F_1}{(2mk_0T)^{1/2}\varkappa^2\rho u_0^2\pi^{3/2}}\varphi_2(\nu). \tag{11}$$

В квазиклассическом приближении $(\nu\ll 1)/\varphi_1(\nu)\approx\varphi_2(\nu)\approx 1/\nu^2$. В этом случае в $\ln\bar F_1$ и $\ln\bar F_2$ можно положить $\bar y\approx 1$ и $\varepsilon_N^*-\varepsilon_{N'}^*=(N-N')(\hbar\Omega/k_0T)\approx 1$, а параметры a и b равными нулю. Тогда $\ln\bar F_1\approx\ln\bar F_2\approx\ln 2,4$, и для $\varkappa(H)$ с точностью до численного множителя получаем известные результаты, вытекающие из кинетического уравнения в сильном магнитном поле. В квантовом пределе $(\nu\gg 1)$ $\ln\bar F_1\approx\ln(1/a)^{1/2}$, $\varphi_1(\nu)\approx 12/13$, а $\ln\bar F_2\approx\ln(1/b)^{1/2}$, $\varphi_2(\nu)\approx 2/\nu$. Из формул (6), (9) и (11) видно, что при рассмотренных механизмах рассеяния электронная теплопроводность в произвольном квантующем магнитном поле выражается формулой $\varkappa(\nu)=\varkappa_0\varphi(\nu)$, где $\varkappa_0/\nu^2$ есть электронная теплопроводность в квазиклассическом пределе.

Зависимость электронной теплопроводности $\varkappa(\nu)$ от параметра квантования ν показана на рис. 1, где штриховая линия соответствует квазиклассическому пределу. Из рис. 1 видно, что при всех рассматриваемых механизмах рассеяния учет квантования увеличивает электронную теплопроводность.

3. Магнитосопротивление

Аналогичные вычисления позволяют получить выражение для магнитосопротивления в произвольном квантующем магнитном поле. При рассеянии на акустических фононах $\rho(H)$ имеет вид

$$\rho(H) = \frac{3}{4} \frac{m(2mk_0T)^{3/2} E_1^2 \ln \bar{F}_1}{\pi^{3/2} e^2 n \hbar^4 \rho u_0^2} \psi_1(\nu), \tag{12}$$

где

$$\psi_1(\nu) = \nu^2 \operatorname{cth}^2 \nu + \frac{2}{3} \nu^2 \operatorname{cth} \nu - \frac{1}{3} \nu^2. \tag{13}$$

В случае рассеяния на полярнооптических фононах

$$\rho(H) = \frac{m(2mk_0T)^{1/2} \ln \bar{F}_2}{\pi^{1/2} \varkappa^* n \hbar^2} \psi_2(\nu), \tag{14}$$

а при рассеянии на пьезоакустических фононах

$$\rho(H) = \frac{m(2mk_0T)^{1/2} E_{pz}^2 \ln \bar{F}_1}{4n\pi^{3/2} \varkappa^2 \rho u_0^2 \hbar^2} \psi_2(\nu). \tag{15}$$

Здесь

$$\psi_2(\nu) = \nu(\operatorname{cth} \nu + 1). \tag{16}$$

В квазиклассическом приближении $\psi_1(\nu) \approx \psi_2(\nu) \approx 1$ из (12), (14) и (15) с хорошей точностью следуют известные результаты кинетического уравнения. В кван-

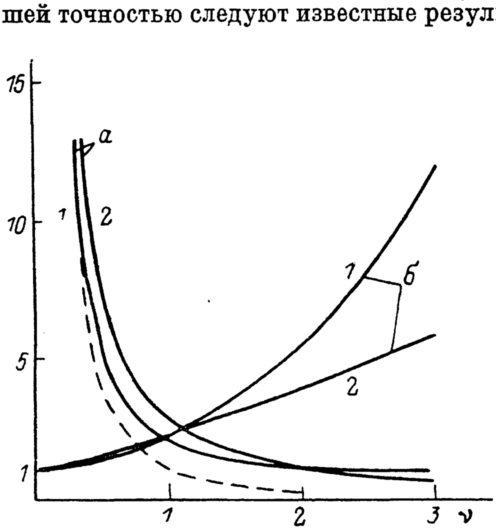

Рис. 1. Зависимость электронной теплопроводности и магнитосопротивления от параметра квантования ν.

Рассеяние: *1* — на акустических, *2* — на полярнооптических и пьезоакустических фононах. *а* — $\varkappa(\nu)/\varkappa_0$, *б* — $\rho(\nu)/\rho_0$.

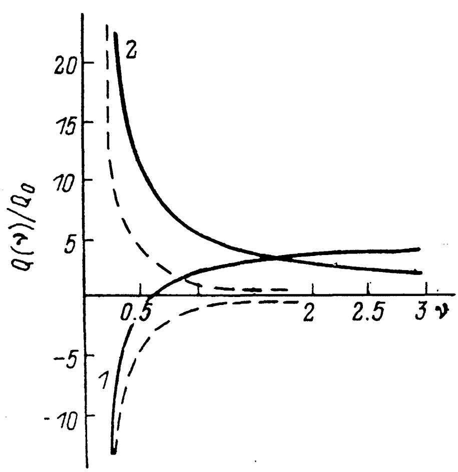

Рис. 2. Зависимость коэффициента Нернста—Эттингсгаузена от параметра квантования ν.

Рассеяние: *1* — на акустических, *2* — на полярнооптических и пьезоакустических фононах. Штриховые линии — квазиклассический предел.

товом пределе $\psi_1(\nu) \approx 4\nu^2/3$, $\psi_2(\nu) \approx 2\nu$. Зависимость $\rho(\nu)/\rho_0$ от ν показана на рис. 1, где ρ_0 — не зависящий от магнитного поля множитель в формулах (12), (14) и (15), который с точностью до численного множителя совпадает с результатом кинетического уравнения в сильном магнитном поле. Видно, что квантование движения носителей в магнитном поле сильнее влияет на зависимость $\rho(H)$ при рассеянии на акустических фононах.

4. Эффект Нернста—Эттингсгаузена

Этим же методом удается вычислить термомагнитный эффект Нернста—Эттингсгаузена в любом квантующем магнитном поле при рассеянии электронов на полярнооптических и пьезоакустических фононах. В случае рассеяния на полярнооптических фононах для коэффициента Q имеем

$$Q(H)=\frac{e^2k_0\ln\bar{F}_2}{8k_0Tc\varkappa^*(2\pi mk_0T)^{1/2}}\gamma_1(\nu), \tag{17}$$

а в случае рассеяния на пьезоакустических фононах

$$Q(H)=\frac{me^2k_0E_{pz}^2\ln\bar{F}_1}{16(2\pi mk_0T)^{3/2}\varkappa^2\rho u_0^2c}\gamma_1(\nu), \tag{18}$$

где

$$\gamma_1(\nu)=\frac{8(\operatorname{cth}\nu+1)}{\nu}\left[\frac{\nu}{4}(1-\operatorname{cth}\nu)+\frac{3}{8}\right]. \tag{19}$$

Результат $Q(H)$ при рассеянии на акустических фононах получен в работе [3] и имеет вид

$$Q(H)=\frac{3k_0(2m)^{1/2}eE_1^2\ln\bar{F}_1}{16e\pi^{3/2}\hbar^2\rho cu_0^2(k_0T)^{1/2}}\gamma_2(\nu), \tag{20}$$

где

$$\gamma_2(\nu)=\frac{4(1+\operatorname{cth}\nu)}{3}\left[\frac{3}{4}(3\operatorname{cth}\nu-1)-\nu(3\operatorname{cth}\nu+1)(\operatorname{cth}\nu-1)\right]. \tag{21}$$

В квазиклассическом приближении при $\nu\ll 1$ $\gamma_1(\nu)\approx 1/\nu^2$, $\gamma_2(\nu)\approx -1/\nu^2$, а в квантовом пределе при $\nu\gg 1$ $\gamma_1(\nu)\approx 6/\nu$, $\gamma_2(\nu)\approx 4$.

На рис. 2 показана зависимость $Q(\nu)/Q_0$ от ν, где явный вид Q_0 определяется формулами (17), (18) и (20).

Как видно из рис. 2, квантование движения носителей тока сильно влияет на зависимость эффекта от магнитного поля. В отличие от рассеяния на акустических фононах [3] коэффициент Нернста—Эттингсгаузена в случае рассеяния на пьезоакустических и полярнооптических фононах в зависимости от магнитного поля свой знак не меняет.

Список литературы

[1] Аскеров Б. М., Эминов Р. Ф. // ФТП. 1974. Т. 8. В. 5. С. 950—953.
[2] Аскеров Б. М., Джафаров М. И., Эминов Р. Ф. // ФТП. 1987. Т. 21. В. 2. С. 372—375.
[3] Агаева Р. Г., Аскеров Б. М., Гашимзаде Ф. М. // ФТТ. 1971. Т. 13. В. 7. С. 2063—2067.
[4] Аскеров Б. М. Электронные явления переноса в полупроводниках. М., 1985. 320 с.
[5] Adams E. N., Holdstein T. D. // J. Phys. Chem. Sol. 1959. V. 10. N 4. P. 254—290.
[6] Ансельм А. И., Аскеров Б. М. // ФТТ. 1960. Т. 2. В. 9. С. 2310—2321.
[7] Зырянов П. С. // ФММ. 1964. Т. 18. В. 2. С. 161—165.

Азербайджанский государственный университет им. С. М. Кирова
Баку

Получена 30.01.1989
Принята к печати 17.03.1989