

## О СООТНОШЕНИИ ПОДВИЖНОСТЕЙ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ *n*- И *p*-ТИПА

Грессеров Б. Н., Мнацаканов Т. Т.

Получены соотношения, связывающие подвижности основных и неосновных носителей заряда в полупроводниках *n*- и *p*-типа. На основе этих соотношений проанализированы результаты экспериментальных исследований подвижности дырок в образцах кремния, различающихся типом проводимости. Показано, что за счет электронно-дырочных столкновений дырки в *n*-материале оказываются менее подвижными, чем в *p*-материале. Получена зависимость подвижности  $\mu_p^{(n)}$ , определяемой электронно-дырочным рассеянием, от концентрации основных носителей — электронов.

В последнее время значительное внимание уделяется исследованию подвижности носителей заряда в полупроводниках. Большая практическая значимость зависимости подвижности от концентрации легирующих примесей, температуры и т. д. для описания работы современных биполярных полупроводниковых устройств явилась причиной появления нескольких десятков экспериментальных работ, посвященных этому вопросу. Методики, используемые в этих работах, хорошо известны [1]. Тем не менее разброс экспериментальных значений, получаемых разными авторами, оказывается большим. Например, различия результатов измерения подвижности дырок при  $T=300$  К в кремнии *n*-типа, особенно в области больших концентраций доноров  $N_d > 10^{16}$  см<sup>-3</sup>, приведенных в работах [2-10], превышают 100 %. Сравнение этих данных с результатами измерения подвижности дырок в материале *p*-типа [11-13] показывает, что соотношение между экспериментальными значениями  $\mu_p^{(n)}$  и  $\mu_p^{(p)}$  различных авторов (здесь для подвижности дырок в *p*-материале введено обозначение  $\mu_p^{(p)}$ , а в *n*-материале — соответственно  $\mu_p^{(n)}$ ) может быть описано любым из неравенств  $\mu_p^{(n)} \gtrless \mu_p^{(p)}$ .

Методические трудности при определении подвижности основных носителей в полупроводниках хорошо известны и многократно обсуждались в литературе. В то же время анализ методик определения подвижности неосновных носителей заряда показывает, что в них неправильно учитывается влияние рассеяния неосновных носителей заряда на основных, что, по нашему мнению, может приводить к существенной погрешности при интерпретации результатов измерений.

Обычно считают, что электронно-дырочное рассеяние начинает влиять на перенос носителей заряда в полупроводниках и полупроводниковых структурах лишь при высоком уровне инжеクции последних. На основании этого при описании переноса носителей заряда в эксперименте Хейнса—Шокли используются обычные соотношения диффузионно-дрейфовой теории. В другом наиболее распространенном методе вместо подвижности носителей измеряется их коэффициент диффузии, а затем с использованием соотношения Эйнштейна вычисляется величина подвижности. Цель нашей работы заключается в том, чтобы показать, что такой подход не всегда позволяет адекватно интерпретировать результаты измерений и в конечном итоге приводит к неправильному описанию переноса неосновных носителей заряда.

Рассмотрим для определенности два однородно легированных кремниевых

образца  $n$ - и  $p$ -типа. Выражения для токов носителей заряда, корректно учитывающие вклад электронно-дырочных столкновений, удобно записать в виде [14, 15]

$$\begin{aligned} j_p &= qp\mu_p^p E - qD_p^p \frac{dp}{dx} - qn\mu_p^n E - qD_p^n \frac{dn}{dx}, \\ j_n &= qn\mu_n^n E + qD_n^n \frac{dn}{dx} - qp\mu_n^p E + qD_n^p \frac{dp}{dx}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \mu_r^r &= \mu_n \frac{\mu_{np} (\mu_{pn} + \mu_p)}{\Delta}, \quad \mu_n^p = \frac{\mu_{np}\mu_n\mu_p}{\Delta}, \quad D_n^n = \frac{k_B T}{q} \mu_n^n, \quad D_p^p = \frac{k_B T}{q} \mu_p^p, \\ \Delta &= \mu_{np}\mu_{pn} + \mu_{np}\mu_p + \mu_{pn}\mu_n, \end{aligned}$$

а  $\mu_p^p$ ,  $\mu_n^n$ ,  $D_p^p$ ,  $D_n^n$  получаются из этих выражений заменой  $n \rightarrow p$ ,  $p \rightarrow n$ . Входящие в (1) подвижности  $\mu_n$  и  $\mu_p$  определяются рассеянием на фонах, примесях и других внешних по отношению к электронно-дырочной системе рассеивателях, а подвижности  $\mu_{np}$  и  $\mu_{pn}$  — столкновениями электронов с дырками.

В однородно легированных образцах выражениям (1) можно придать стандартный вид, введя эффективные величины  $\tilde{\mu}_p = \mu_p^p - \frac{n}{p} \mu_n^p$ ,  $\tilde{\mu}_n = \mu_n^n - \frac{p}{n} \mu_p^n$ ,  $\tilde{D}_p = D_p^p + D_n^n$ ,  $\tilde{D}_n = D_n^n + D_p^n$ :

$$\begin{aligned} j_p &= qp\tilde{\mu}_p E - q\tilde{D}_p \frac{dp}{dx}, \\ j_n &= qn\tilde{\mu}_n E + q\tilde{D}_n \frac{dn}{dx}. \end{aligned} \quad (2)$$

Используя приведенные выше выражения для  $\mu_n^n$ ,  $\mu_p^n$ ,  $\mu_p^p$ ,  $\mu_n^p$ , можно эффективные кинетические коэффициенты преобразовать следующим образом. Рассмотрим для определенности материал  $n$ -типа. Тогда при низком уровне инжекции  $n \approx N_d \gg p$  (здесь  $N_d$  — концентрация доноров) справедливы неравенства

$$\mu_{np} \gg \mu_{pn}, \quad \mu_{np} \gg \mu_n, \quad \mu_p. \quad (3)$$

Используя (3), легко получить

$$\begin{aligned} \mu_p^{(no)} &\equiv \tilde{\mu}_p = \mu_p \frac{\mu_{pn} - \mu^0}{\mu_{pn} + \mu_p}, \quad \mu_n^{(0)} \equiv \tilde{\mu}_n = \mu_n, \\ \tilde{D}_p &= D_p \frac{\mu_{pn}}{\mu_{pn} + \mu_p}, \quad \tilde{D}_n = D_n \frac{\mu_{pn} + 2\mu_p}{\mu_{pn} + \mu_p}. \end{aligned} \quad (4)$$

Из (4) следует, что выражение для тока неосновных носителей — дырок имеет вид

$$j_p = qp\mu_p \frac{\mu_{pn} - \mu_n}{\mu_{pn} + \mu_p} E - qD_p \frac{\mu_{pn}}{\mu_{pn} + \mu_p} \frac{dp}{dx}, \quad (5)$$

причем входящие в него эффективные подвижности  $\mu_p^{(no)}$  и коэффициент диффузии  $D_p^{(no)}$  связаны соотношением, отличающимся от соотношения Эйнштейна для невырожденных носителей,

$$\mu_p^{(no)} = \frac{q}{k_B T} \frac{\mu_{pn} - \mu_n^{(0)}}{\mu_{pn}} D_p^{(no)}. \quad (6)$$

Причина нарушения соотношения Эйнштейна заключается в формальном объединении компонент увеличения тока с диффузионной и дрейфовой компонентами и подробно обсуждалась ранее [14, 15]. Только в пределе слабого электронно-дырочного рассеяния, т. е. при  $\mu_{pn} \gg \mu_n^{(0)}$ ,  $\mu_p^{(0)}$ , из (4), (5) следует привычное выражение для токов, которые обычно используются при пересчете экспериментальных данных [2–10]. Легко оценить характерную концентрацию легирующих примесей, начиная с которой вклад рассеяния неосновных носителей заряда на основных становится существенным. Поскольку электронно-дырочные столкновения становятся существенным.

кновения обусловлены кулоновским взаимодействием носителей заряда, следует ожидать, что они станут существенными тогда же, когда начнется снижение подвижности основных носителей за счет рассеяния на заряженных примесях. Например, в кремнии при  $T=300$  К, согласно результатам, приведенным в [1, 11–13], такое снижение начинается при  $N > 10^{15}$  см<sup>-3</sup>. Это означает, что в указанной области концентраций примесей результаты измерения подвижности неосновных носителей необходимо дополнить и уточнить с учетом вклада рассеяния подвижных носителей заряда друг на друге. Следует также иметь в виду, что с понижением температуры вклад кулоновского рассеяния возрастает и это приводит к расширению области, в которой необходимо учи-

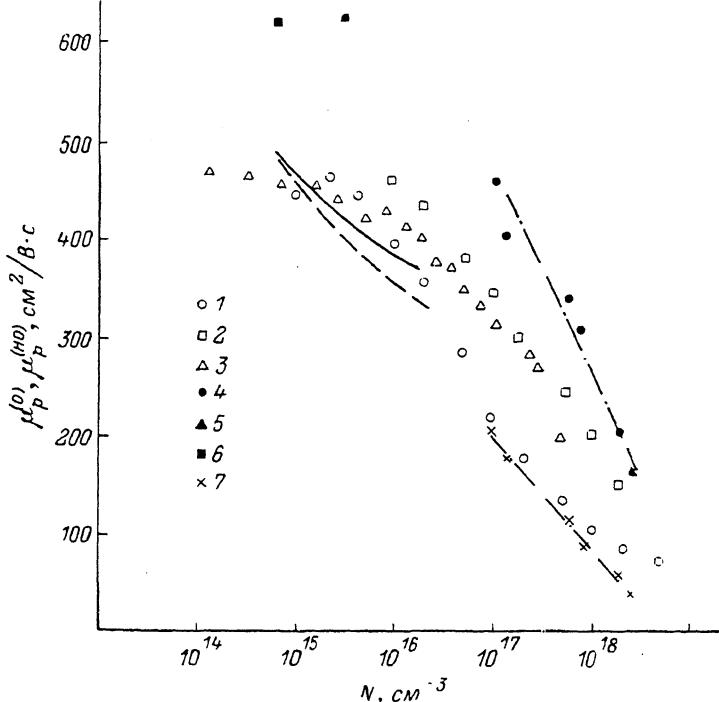


Рис. 1. Зависимость подвижности дырок  $\mu_p^{(0)}$  и  $\mu_p^{(no)}$  от уровня легирования полупроводника.

Значения  $\mu_p^{(0)}$  из работ: 1 — [1], 2 — [11], 3 — [12], сплошная кривая — [2]. Значения  $\mu_p^{(no)}$  из работ: 4 — [3], 5 — [4], 6 — [9], штриховая — [2]. 7 соответствует пересчету данных работ [3, 4] с учетом электронно-дырочного рассеяния.

тывать электронно-дырочные столкновения, в сторону меньших концентраций.

Дополнив выражения (4) и (5) аналогичными формулами для материала *p*-типа

$$\mu_p^{(0)} = \mu_p, \quad \mu_n^{(no)} = \mu_n \frac{\mu_{np} - \mu_p}{\mu_{np} + \mu_n}, \quad (7)$$

можно определить, в каком соотношении находятся подвижности основных и неосновных носителей заряда. Сравнивая теперь (4) и (7), легко установить существование следующих неравенств:

$$\begin{aligned} \mu_p^{(no)} &= \mu_p^{(0)} \left( 1 - \frac{\mu_p^{(0)} + \mu_n^{(0)}}{\mu_{np} + \mu_p^{(0)}} \right) \leq \mu_p^{(0)}, \\ \mu_n^{(no)} &= \mu_n^{(0)} \left( 1 - \frac{\mu_n^{(0)} + \mu_p^{(0)}}{\mu_{np} + \mu_n^{(0)}} \right) \leq \mu_n^{(0)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Лишь в пределе слабого электронно-дырочного рассеяния, т. е.  $\mu_{np}, \mu_{pn} \gg \mu_n^{(0)}$ ,  $\mu_p^{(0)}$ , подвижности основных и неосновных носителей заряда в материалах *n*- и

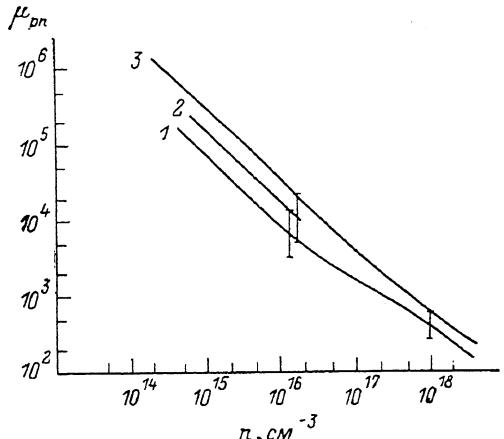
*p*-типа сравниваются. Согласно приведенной выше оценке, в кремнии при  $T = 300$  К такое возможно лишь при  $N \leq 10^{15}$  см $^{-3}$ .

На рис. 1 приведены основные результаты измерения подвижности дырок в кремнии *n*-типа, полученные в последние годы. Из сравнения этих результатов с показанными на этом же рисунке данными работ [1, 11, 12], в которых определялась величина  $\mu_p^{(0)}$ , следует, что значения  $\mu_p^{(н)}$  из работ [3, 4, 9] не удовлетворяют условию (8). В то же время результаты, полученные Принсом [2], находятся в полном соответствии с неравенствами (8).

По нашему мнению, основная причина расхождения результатов работ [3, 4] с соотношениями (8) заключается в неучете влияния электронно-дырочных столкновений на перенос носителей заряда при обработке экспериментальных данных. Отметим, что применительно к использованной в [3, 4] методике определения  $\mu_p^{(н)}$  учет электронно-дырочного рассеяния сводится к замене обычного соотношения Эйнштейна  $\mu_p = \frac{q}{k_B T} D_p$  на выражение вида (6). Поэтому экспериментальные данные, приведенные на рис. 1, могут быть пересчитаны с учетом фигурирующего в (6) фактора  $(\mu_{pn} - \mu_n^{(0)})/\mu_{pn}$ . При этом величина  $\mu_n^{(0)}$  может быть взята из независимого эксперимента [1, 13]. Для определения подвижности  $\mu_{pn}$  можно использовать различные подходы. Во-первых, можно экстраполировать по-

Рис. 2. Зависимость подвижности  $\mu_{pn}$  от концентрации основных носителей заряда — электронов.

Расчет: 1 — по экстраполяционной формуле, предложенной в работе [1\*], 2 — по формуле (8) на основе экспериментальных данных Принса [2], 3 — в рамках модели Брукса—Херринга [19].



лученные при высоком уровне инъекции носителей заряда экспериментальные данные Данхойзера [16] и Краусса [17] на случай низкого уровня инъекции, как это предлагалось в работе [18]. Во-вторых, можно рассчитать величину  $\mu_{pn}$  с помощью первой из формул (8), используя в качестве исходных экспериментальные данные Принса [2], приведенные на рис. 1. В-третьих, для расчета подвижности  $\mu_{pn}$  можно использовать какую-либо из известных моделей, описывающих рассеяние заряженных частиц друг на друге, например модель Брукса—Херринга [19]. На рис. 2 приведены результаты расчета подвижности  $\mu_{pn}$ , полученные с помощью указанных выше способов. Следует отметить значительную погрешность величины  $\mu_{pn}$ , определенной первым и вторым способами, в области концентраций основных носителей — электронов, меньших  $10^{16}$  см $^{-3}$ . Причина этого заключается, во-первых, в разбросе исходных экспериментальных данных, приведенных в [2, 16, 17], во-вторых, в том, что в указанной области концентраций электронов вклад электронно-дырочного рассеяния мал по сравнению с вкладом рассеяний другого типа и его трудно выделить при обработке литературных данных. При увеличении концентрации основных носителей вклад электронно-дырочного рассеяния возрастает, это приводит к уменьшению поля погрешности кривой 1 на рис. 2. В области концентраций электронов, превышающих  $2 \cdot 10^{17}$  см $^{-3}$ , кривые 1 и 3 на рис. 2 сближаются. При оценке различия кривых 1 и 3 следует, конечно, иметь в виду, что при расчете  $\mu_{pn}$  в рамках модели Брукса—Херринга были использованы значения эффективных масс носителей заряда, позволяющие наилучшим образом описать их подвижность, определяемую рассеянием на заряженных примесях [20].

Используя полученные значения  $\mu_{pn}$ , можно теперь пересчитать данные работ [3, 4]. Результаты такого пересчета показаны на рис. 1 крестиками.

Легко видеть, что с учетом сделанной поправки величины  $\mu_p^{(no)}$  оказываются меньше, чем  $\mu_p^{(0)}$ , и удовлетворяют неравенству (8). В то же время следует отметить, что применение такой же процедуры пересчета к данным работы [9] не приводит к заметному изменению измеренных в ней значений  $\mu_p^{(no)}$ , поскольку влияние электронно-дырочных столкновений на перенос носителей заряда оказывается слабым при  $n=10^{15} \text{ см}^{-3}$ . С этой точки зрения результаты работы [9] оказываются в противоречии с данными, полученными в [2-4], что, по нашему мнению, может быть связано с погрешностью предложенного в [9] метода, например с недостаточной точностью определения частоты, при которой нормализованная диффузионная проводимость обращается в единицу. Подчеркнем, что из всех известных к настоящему времени экспериментальных данных только результаты работы [9] не удовлетворяют неравенству (8).

Отметим также, что полученные выше значения  $\mu_{pn}$  при низком уровне инъекции носителей имеют самостоятельный практический интерес. Согласно работе [21], электронно-дырочное рассеяние оказывает существенное влияние на инъектирующие свойства многослойных полупроводниковых структур.

В заключение сделаем три замечания.

1) Мы ограничились рассмотрением концентрации основных носителей заряда  $\leqslant 5 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$  (рис. 1 и 2), поскольку при больших концентрациях в кремнии при  $T=300 \text{ К}$  корреляционная энергия, обусловленная взаимодействием носителей заряда друг с другом, начинает превышать кинетическую энергию носителей. В этих условиях становится необходимым учет влияния корреляционных эффектов, а это существенно изменяет подход к описанию кинетических процессов в полупроводниках [22].

2) При выводе соотношений (4)–(7) мы полагали, что при столкновении электронов и дырок с заряженными примесями сечения рассеяния не зависят от знаков зарядов сталкивающихся частиц. Строго говоря, это справедливо только при учете столкновений в борновском приближении. Однако оценка границы области, в которой справедливо это приближение [23], показывает, что в кремнии при  $T=300 \text{ К}$  она достигает концентрации основных носителей  $\leqslant 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Согласно [24], точный учет столкновений на заряженных примесях становится существенным лишь при  $N \geqslant 10^{19} \text{ см}^{-3}$ .

3) При концентрации легирующих примесей  $N \approx 10^{18} \text{ см}^{-3}$  начинают проявляться эффекты сильного легирования, связанные с образованием примесных зон, изменением плотности состояний в валентной зоне, зоне проводимости и т. д. Можно показать, однако, что учет этих эффектов приводит к изменению величин кинетических коэффициентов, входящих в (1), но сама структура выражений для токов (1) остается такой же [18]. Это означает, что полученные выше неравенства (8) остаются справедливыми во всей рассмотренной нами области концентраций легирующих примесей.

Авторы благодарны А. С. Кюргяну за полезное обсуждение результатов работы.

#### Список литературы

- [1] Jacoboni C., Canali C., Ottaviani G., Alberigi Quaranta A. // Sol. St. Electron. 1977. V. 20. N 2. P. 77–89.
- [2] Prince M. B. // Phys. Rev. 1954. V. 93. N 6. P. 1204–1206.
- [3] Dziewior J., Silber D. // Appl. Phys. Lett. 1979. V. 35. N 2. P. 170–172.
- [4] Burk D. E., De La Torre V. // Electron. Dev. Lett. 1984. V. EDL-5. N 7. P. 231–233.
- [5] Negroschel A., Lindholm F. A. // Appl. Phys. Lett. 1983. V. 42. N 2. P. 176–178.
- [6] Ching-Yuan Wu, Jenh-Fang Chen // Sol. St. Electron. 1982. V. 25. N 7. P. 679–682.
- [7] Mertens R. P., van Meerbergen J. L., Nijs J. F., van Overstraeten R. J. / IEEE Trans. Electron. Dev. 1980. V. ED-27. N 9. P. 949–952.
- [8] Del Alamo J., Swirhun S., Swanson R. M. // Sol. St. Electron. 1985. V. 28. N 1/2. P. 47–54.
- [9] Negroschel A. // Electron. Dev. Lett. 1985. V. EDL-6. N 8. P. 425–427.
- [10] Del Alamo J., Swanson R. M. // IEEE Trans. Electron. Dev. 1987. V. ED-34. N 7. P. 1580–1589.
- [11] Sze S. M., Irvin J. C. // Sol. St. Electron. 1968. V. 11. N 6. P. 599–602.
- [12] Thurber W. R., Mattis R. L., Liu Y. M., Filliben J. J. // J. Electrochem. Soc. 1980. V. 127. N 10. P. 2291–2294.
- [13] Thurber W. R., Mattis R. L., Liu Y. M., Filliben J. J. // J. Electrochem. Soc. 1980. V. 127. N 8. P. 1807–1812.

- [14] Мнацаканов Т. Т., Ростовцев И. Л., Филатов Н. И. // ФТП. 1984. Т. 18. В. 7. С. 1293—1296.
- [15] Mnatsakanov T. T. // Phys. St. Sol. (b). 1987. V. 143. N 1. P. 225—234.
- [16] Daninhäuser F. // Sol. St. Electron. 1972. V. 15. N 12. P. 1371—1375.
- [17] Krause J. R. // Sol. St. Electron. 1982. V. 15. N 12. P. 1377—1381.
- [18] Mnatsakanov T. T., Rostovtsev I. L., Philatov N. I. // Sol. St. Electron. 1987. V. 30. N 6. P. 579—585.
- [19] Ридли Б. Квантовые процессы в полупроводниках. М., 1986. 304 с.
- [20] Li S. S. // Nat. Bur. Stand. Spec. Publ. Issued March, 1977. N 400-33.
- [21] Грессеров Б. Н., Мнацаканов Т. Т. // ЖТФ. 1986. Т. 56. В. 9. С. 1827—1829.
- [22] Артамонов Ю. А., Горбацевич А. А., Копаев Ю. В. // ФТТ. 1986. Т. 28. В. 5. С. 1393—1399.
- [23] Ансельм А. И. Введение в теорию полупроводников. М., 1978. 616 с.
- [24] Bennett H. S. // Sol. St. Electron. 1983. V. 26. N 12. P. 1157—1162.

Всесоюзный электротехнический институт  
им. В. И. Ленина  
Москва

Получена 1.06.1988  
Принята к печати 19.05.1989