

**МНОГОФОТОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ КОМПОНЕНТЫ  
БИХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В ПОЛУПРОВОДНИКЕ  
В СКРЕПЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ  
И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ**

Монозон Б. С., Игнатьева Л. А.

Аналитически исследуется влияние внешних однородных электрического  $E$  и магнитного  $H$  полей на межзонное многофотонное поглощение в полупроводнике сильной световой волны с частотой  $\omega_1$  и амплитудой электрического поля  $F_1$  в присутствии другой сильной световой волны с частотой  $\omega_0$  и полем  $F_0$ . Обе световые волны считаются поляризованными параллельно магнитному полю и перпендикулярно электрическому. Получены явные выражения для мощности поглощаемого излучения  $P(\omega_1)$ . Спектр поглощения зависит от соотношения между расстройкой частот  $\Omega = \omega_1 - \omega_0$  и характерной частотой  $\Omega_R = e^2 F_0 F_1 \times (2\mu\hbar\omega_0\omega_1)^{-1}$  ( $\mu$  — приведенная эффективная масса электронов и дырок). Электрическое поле  $E$  вызывает возгорание новых серий спектральных линий и сдвиг спектра в длинноволновую сторону. Поле  $E \perp H$  придает изменению амплитуды высокочастотных осцилляций немонотонный характер. Путем незначительной вариации величины  $E$  можно достичь резкого изменения в поглощении.

В последнее время значительное внимание уделяется вопросам поведения полупроводника в поле двух сильных световых волн  $F_0 \cos \omega_0 t + F_1 \cos \omega_1 t$  с амплитудами электрических полей  $F_j$  и частотами  $\omega_j$  ( $j=0, 1$ ). Общая теория фундаментального многофотонного поглощения одной из компонент бихроматического светового поля  $F_1 \cos \omega_1 t$  развивалась в [1]. В настоящей работе теоретически исследуется влияние однородных стационарных электрического  $E$  и магнитного  $H$  полей на межзонное многофотонное поглощение в полупроводнике сильной световой волны с частотой  $\omega_1$  и амплитудой электрического поля  $F_1$  в присутствии другой сильной волны с частотой  $\omega_0$  и амплитудой  $F_0$ . Волны считаются поляризованными параллельно друг другу, поскольку при такой поляризации их взаимодействие проявляется наиболее заметно [1]. Направление магнитного поля выбрано параллельным направлению световых векторов и перпендикулярным направлению стационарного электрического поля ( $F_0 \parallel F_1 \parallel H \perp E$ ). Рассчитывается поглощаемая мощность зондирующей световой волны ( $F_1 \cos \omega_1 t$ ).

### 1. Мощность многофотонного поглощения

Пространственная плотность поглощаемой мощности  $P$  световой волны, электрическое поле которой  $F_1(t)$ , вычисляется путем усреднения по времени правой части выражения

$$P = \overline{\text{Sp}(\rho P)}, \quad (1)$$

где  $P = e\dot{\rho}F_1$  — оператор мощности,  $\rho$  — матрица плотности электронных состояний в кристаллическом поле и внешних электрическом  $F(t)$  и магнитном  $H$  полях.

В случае чистого состояния матрица плотности  $\rho = \psi(r, t)\psi^*(r', t)$  определяется в приближении метода эффективной массы [2] волновой функцией

$$\psi(r, t) = u_h(r)f_h(r, t) + a(t)u_e(r)f_e(r, t),$$

$u_{h,e}$  — блоховские амплитуды в экстремумах дырочной ( $h$ ) и электронной ( $e$ ) зон,  $f_{h,e}$  — модулирующие внутризонные функции,  $a(t)$  — коэффициент межзонного оптического перехода, вызываемого полным нестационарным полем обеих световых волн.

С точки зрения двухчастичного подхода [3] оптический переход происходит из основного состояния кристалла с волновой функцией  $\delta(\mathbf{r})$  в возбужденное, модулирующая волновая функция которого  $\Phi(\mathbf{r}, t) \sim f_{e,h} e^{i\omega t}$  ( $\mathbf{r}$  — относительная координата электрона и дырки). При этом формула (1) принимает вид

$$P = \overline{eF_1(t)[r_{eh}a(t)\Phi(0,t) + \text{к. с.}]}, \quad (2)$$

где вычисляемый в дипольном приближении коэффициент

$$a(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t d\tau r_{eh} (\mathbf{F}_0 \cos \omega_0 \tau + \mathbf{F}_1 \cos \omega_1 \tau) \Phi^*(0, \tau), \quad (3)$$

$$r_{eh} = \langle u_e | r | u_h \rangle = \frac{i\hbar}{m_0 \mathcal{E}_g} \mathbf{p}_{eh},$$

$m_0$  — масса свободного электрона,  $\mathbf{p}_{eh}$  — межзонный матричный элемент оператора импульса,  $\mathcal{E}_g$  — запрещенный энергетический промежуток, достаточно большой ( $\mathcal{E}_g \gg eF_j r_{eh}$ ), для того чтобы коэффициент  $a(t)$  (3) можно было находить в первом порядке по световым полям.

В случае простых электронной и дырочной зон, характеризуемых соответственно эффективными массами  $m_e$  и  $m_h$ , функция  $\Phi$ , описывающая состояние электронно-дырочной пары с полным импульсом  $\mathbf{K} \simeq 0$  (дипольное приближение), удовлетворяет уравнению для частицы с массой  $\mu$  ( $\mu^{-1} = m_e^{-1} + m_h^{-1}$ ) и зарядом  $e$  в электрическом  $\mathbf{F}(t) = \mathbf{E} + \mathbf{F}_0 \cos \omega_0 t + \mathbf{F}_1 \cos \omega_1 t$  и магнитном  $\mathbf{H}$  полях. Если считать магнитное поле и нестационарные поля световых волн направленными по оси  $z$  ( $\mathbf{H} \parallel \mathbf{F}_0 \parallel \mathbf{F}_1 \parallel \mathbf{e}_z$ ), а стационарное электрическое поле  $\mathbf{E}$  расположенным в плоскости, перпендикулярной этим векторам, то функция  $\Phi$  может быть представлена в виде

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = \chi_{\perp N, m}(\mathbf{p}) f(z, t; k).$$

Функция  $\chi$  представляет собой стационарное решение для частицы в скрещенных полях  $\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$  с энергией  $\mathcal{E}_{\perp N, m}$  ( $N, |m| = 0, 1, 2, \dots$ ) [4, 5]. Функция  $f(z, t; k)$  описывает движение в нестационарных полях с компонентой кинематического импульса  $k$  [1].

Используя явный вид функций  $\chi$  и  $f$ , приведенных соответственно в работах [5] и [1], получим для содержащегося в формулах (2), (3)  $\Phi(0, t)$ :

$$\Phi(0, t) = T_{N, m} \frac{1}{2\pi a_H} \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau \left[ \frac{\hbar^2 K^2(\tau)}{2\mu} + \mathcal{E}_g + \mathcal{E}_{\perp N, m} \right] \right\}, \quad (4)$$

где

$$T_{N, m} = \frac{N!^{1/2}}{(N+|m|)!^{1/2}} \left( \frac{p_0^2}{2a_H^2} \right)^{\frac{|m|}{2}} e^{-\frac{p_0^2}{4a_H^2}} L_N^{|m|} \left( \frac{p_0^2}{2a_H^2} \right); \quad (5)$$

$$a_H = \left( \frac{\hbar c}{eH} \right)^{1/2}, \quad p_0 = \frac{Mc^2 E}{eH^2}, \quad M = m_e + m_h,$$

$$K(t) = \frac{e}{\hbar} \int_0^t (F_0 \cos \omega_0 \tau + F_1 \cos \omega_1 \tau) d\tau + k,$$

$$\mathcal{E}_{\perp N, m} = \frac{\hbar e H}{2\mu c} (2N + |m| + 1) + \frac{\hbar e H}{2c} \left( \frac{1}{m_e} - \frac{1}{m_h} \right) m \pm (\beta_e \pm \beta_h) H - \frac{Mc^2 E^2}{2H^2}, \quad (6)$$

$L_N^{(m)}(z)$  — присоединенные полиномы Лагерра,  $\beta_{e,h}$  — эффективные магнитные моменты электронов ( $e$ ) и дырок ( $h$ ).

Дальнейшая процедура расчета подробно рассмотрена в работе [1], так что мы ограничимся лишь изложением ее окончательных результатов. Подставляя выражение (4) в формулы (3) и (2), получим, что мощность  $P$  представляется в виде

$$P = \hbar\omega_1 W, \quad W = \sum_{s'} W_{s'}, \quad W_{s'} = \sum_s W_s^{(s)}.$$

Здесь  $W_s^{(s)}(\omega_1)$  имеет смысл вероятности межзонного перехода, обусловленного поглощением  $s'$  фотонов частоты  $\omega_1$  в присутствии  $s$  фотонов частоты  $\omega_0$ . Тогда  $W_{s'}(\omega_1)$  есть вероятность перехода, при котором поглощение указанных фотонов сопровождается всевозможными вкладами фотонов другой волны,  $W$  — пространственная плотность полной вероятности межзонного перехода в единицу времени. Вычисление  $W_s^{(s)}$  предполагает суммирование по квантовым числам  $N, m$  и интегрирование по квазимпульсу  $k$ . Интегрирование по времени в (2) и (3) можно выполнить методом перевала, считая большими параметрами числа фотонов  $s$  и  $s'$ . Получающиеся при этом выражения приведем для отвечающих эксперименту больших значений адиабатических параметров Келдыша  $\gamma_j$  [6]:

$$\gamma_j^2 = \frac{2\mu s_j \hbar \omega_j^3}{e^2 F_j^2} \gg 1, \quad s_0 \equiv s \gg 1, \quad s_1 \equiv s' \gg 1, \quad j = 0, 1.$$

Кроме того, как показано в работе [1], в случае параллельной поляризации волн  $\mathbf{F}_0 \parallel \mathbf{F}_1$  не удается найти вероятности  $W_s^{(s)}$  в явном виде при любом соотношении частот  $\omega_0$  и  $\omega_1$ . Характерной в этом смысле является частота

$$\Omega_R = \frac{e^2 F_0 F_1}{2\mu \hbar \omega_0 \omega_1}. \quad (7)$$

Аналитические результаты могут быть получены в области близких частот  $\Omega \equiv \omega_1 - \omega_0 \ll \Omega_R$  и в области различающихся частот  $\Omega \gg \Omega_R$ .

## 2. Различающиеся частоты ( $\Omega \gg \Omega_R$ )

В этой области расстроек частот вероятность  $W_s^{(s)}$  с точностью до коэффициента, зависящего только от чисел фотонов  $s$  и  $s'$ , представляется в виде

$$W_s^{(s)}(\omega_1) \sim \frac{|P_{ehs}|^2 (\hbar\omega_1)^3 \mu}{16\pi^3 m_0^2 \mathcal{E}_g^{3/2} \hbar (1-g)} \left( \frac{2\mu}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{\hbar^2}{\mu a_H^2 \mathcal{E}_g} (4\gamma_0^2)^{-s} (4\gamma_1^2)^{-s'} \sum_{N, m} T_{N, m}^2(H, E) \times \\ \times \left[ 4f'^2 \Delta_{N, m}^{1/2} \cos^2(s+s') \frac{\pi}{2} + f^2 \Delta_{N, m}^{-1/2} \sin^2(s+s') \frac{\pi}{2} \right] \left( 1 + \sqrt{\frac{s\omega_0^3}{s'\omega_1^3}} \right), \quad (8)$$

где

$$0 < g = \frac{\omega_1 \omega_0}{(\omega_1 + \omega_0)^2} < \frac{1}{4},$$

$$\Delta_{N, m} = \mathcal{E}_g^{-1} \left[ s\hbar\omega_0 + s'\hbar\omega_1 - \mathcal{E}_g - \mathcal{E}_{\perp N, m} - \frac{e^2}{4\mu} \left( \frac{F_0^2}{\omega_0^2} + \frac{F_1^2}{\omega_1^2} \right) \right], \quad (9)$$

$f(s, s')$  и  $f'(s, s')$  — некоторые коэффициенты (см. формулу (12) работы [7]).

Зависимость вероятности  $W_s^{(s)}$  (8) от интенсивности волн  $\propto F_j^2$ , от напряженности магнитного поля  $H$  и от четности полного числа фотонов, участвующих в переходе  $(s+s')$ , такая же, как и в отсутствие однородного электрического поля ( $E=0$ ) [7]. Вблизи края ( $\Delta_N \ll 1$ ) при  $E=0$  для нечетной суммы  $(s+s')$  вероятность  $W_s^{(s)} \sim HF_1^{2s'} F_0^{2s} \sum_N \Delta_{N, 0}^{-1/2}$ , т. е. представляет собой серию максимумов при частотах  $\omega_1$ , удовлетворяющих условию  $\Delta_{N, 0} = 0$ . Для четной суммы  $(s+s')$  вероятность  $W_s^{(s)} \sim HF_1^{2s} F_0^{2s} \sum_N \Delta_{N, 0}^{1/2}$  и в ней имеется последовательность ступенек.

Как следует из формулы (5) для  $T_{N,m}$ , в электрическом поле  $E$  возгораются переходы с новыми правилами отбора по магнитному квантовому числу  $m \neq 0$ . В слабых полях  $E$  ( $\rho_0^2/a_H^2 \ll 1$ ) интенсивности этих переходов возрастают с увеличением поля  $\sim [\rho_0^2/(2a_H^2)]^{1/m}$ . Вероятности переходов с  $m=0$ , разрешенных при  $E=0$ , в области слабых полей убывают  $\sim [1-(1+2N)\rho_0^2/(2a_H^2)]$ . По мере дальнейшего роста электрического поля  $E$  зависимость  $W_{s'}^{(1)}(E)$  приобретает более сложный осциллирующий характер. Значения полей  $E$ , при которых вероятность перехода в подзону Ландау с данными значениями  $N$  и  $m$  обращается в нуль, определяются корнями полинома  $L_N^{(m)}[\rho_0^2/(2a_H^2)]$ .

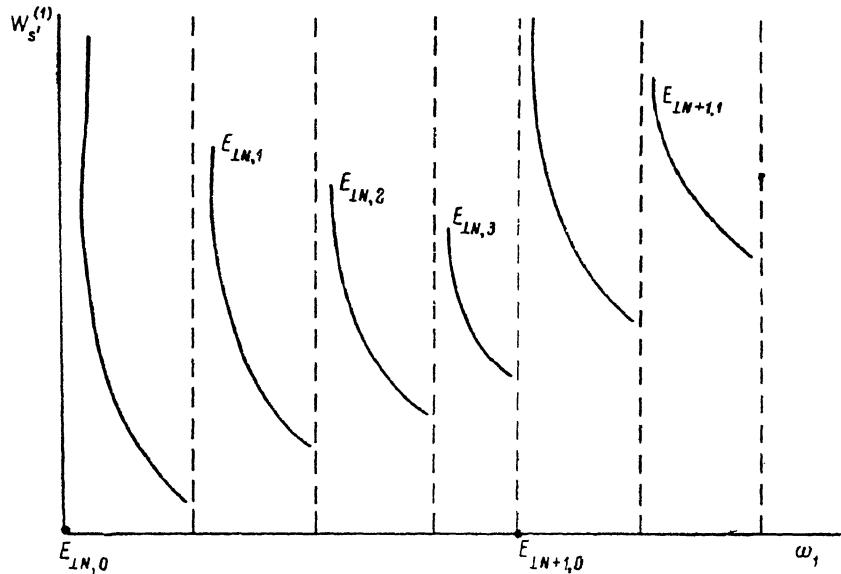


Рис. 1. Вероятность четно-фотонного перехода  $W_{s'}^{(1)}(\omega_1)$  (8), соответствующая разрешенным при  $E=0$  переходам в подзоны  $E_{\perp N,0}$  и возгорающимся в электрическом поле  $E \perp H$  переходам в подзоны  $E_{\perp N,m}$  ( $m = 1, 2, \dots$ ).

Из выражений (6) и (9) видно, что весь спектр поглощения смешается полем  $E$  в длинноволновую сторону на величину  $Mc^2E^2/(2H^2)$ . Измерение такого смещения, а также расстояния  $\hbar eH/(\mu c)$  между соседними пиками с различными значениями  $N$  дает возможность отдельно измерить эффективные массы электронной  $m_e$  и дырочной  $m_h$  зон. Вследствие условия  $\gamma_0^2 \gg 1$  наибольший вклад в вероятность  $s'$ -фотонного поглощения  $W_{s'}$  даст слагаемое  $W_{s'}^{(1)}$  (рис. 1).

### 3. Близкие частоты ( $\Omega \ll \Omega_R$ )

При малых расстройках частот вероятность поглощения зондирующего света, в котором участвуют  $l = s + s'$  фотонов обеих волн, принимает вблизи края ( $\Delta_{N,m} \ll 1$ ) вид

$$W_l(\Omega) \sim \frac{|P_{ehs}|^2 (\hbar \omega_0^3) \mu}{4\pi^2 m_0^2 \mathcal{E}_g^{3/2} \hbar} \left( \frac{2\mu}{\hbar^2} \right)^{1/2} \frac{\hbar^2}{\mu a_H^2 \mathcal{E}_g} \left( \frac{F_1}{F_1 + F_0} \right)^2 \times \\ \times \sum_s \frac{1}{(4\gamma^2)^L} \Lambda_s(\Omega) \sum_{N,m} T_{N,m}^2(H, E) \left[ \frac{4L\mathcal{E}_g}{\hbar \omega_0} \Delta_{N,m}^{1/2} \cos^2 \frac{L\pi}{2} + \Delta_{N,m}^{-1/2} \sin^2 \frac{L\pi}{2} \right]. \quad (10)$$

В этой формуле

$$\Lambda_s(\Omega) = \frac{\sin^2(\Omega_R/\Omega - s)}{\pi^2 (\Omega_R/\Omega - s)^2}, \quad \gamma^2 = \frac{2\mu L \hbar \omega_0^3}{e^2 (F_0 + F_1)^2}, \quad L = l + \left( \frac{\Omega_R}{\Omega} - s \right),$$

$$\Delta_{N,m} = \mathcal{E}_g^{-1} \left[ l \hbar \omega_0 + L \hbar \Omega - \mathcal{E}_g - \mathcal{E}_{\perp N,m} - \frac{e^2 (F_0 + F_1)^2}{4\mu \omega_0^2} \right]. \quad (11)$$

При  $E=0$  в спектре  $l$ -фотонного поглощения будут наблюдаться высокочастотные осцилляции, передаваемые функцией  $\Lambda_s(\Omega)$ , с максимумами  $\Omega_s = \Omega_R/s$ ,  $s=1, 2, 3, \dots$ . Они промодулированы плавной зависимостью от  $\Omega$ , содержащейся в функциях  $\Delta_N^{l_2}$  (четные  $l$ ) и  $\Delta_N^{l_1}$  (нечетные  $l$ ) [8].

Влияние электрического поля аналогично случаю больших расстроек: возгорания переходов с  $m \neq 0$ , длинноволнового сдвига линий и осцилляций их интенсивностей по мере роста его напряженности  $E$ . Следует отметить обстоятельство, которое может оказаться существенным при расшифровке спектра в области расстроек  $\Omega \ll \Omega_R$ . При значительной разнице в эффективных массах (например,  $m_h \gg m_e$ ), встречающейся в полупроводниках типа  $A^{III}B^V$ , расстояние между возгорающимися линиями  $\propto eH/(m_h c)$  является малым по-

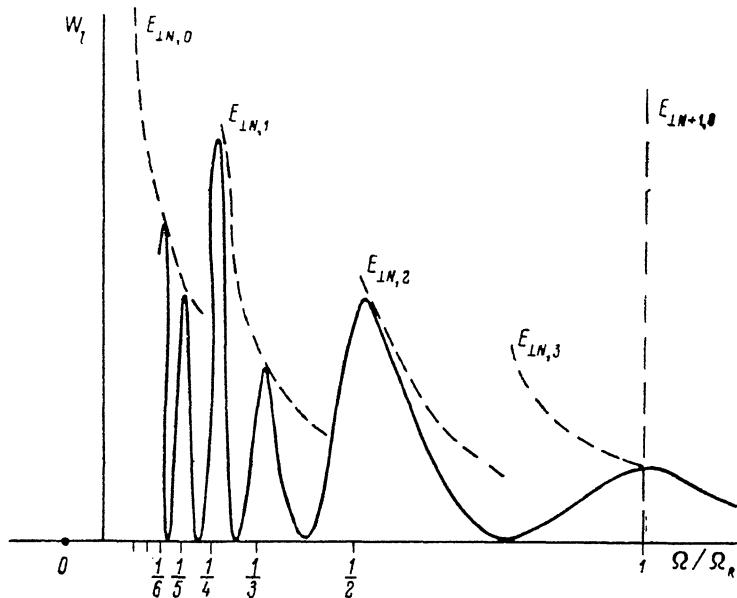


Рис. 2. Вероятность нечетно-фотонного поглощения  $W_l(\Omega)$  (10), соответствующая разрешенным при  $E=0$  переходам в подзоны  $E_{\perp N,0}$  и возгорающимся в поле  $E \perp H$  переходам в подзоны  $E_{\perp N,m}$  ( $m=1, 2, \dots$ ).

сравнению с расстоянием  $eH/(\mu c)$  между разрешенными при  $E=0$  линиями и может оказаться сравнимым с переходом высокочастотных осцилляций или даже меньше его. В результате спектр  $W_l(\Omega)$  будет представлять собой результат наложения высокочастотных осциллирующих серий, относящихся к различным значениям магнитного квантового числа  $m$  (рис. 2). Такая ситуация может быть реализована, например, при освещении полупроводника с параметрами  $\xi_g \approx 0.6$  эВ,  $\mu \approx 0.1m_0$ ,  $m_h \approx 10\mu$  излучением с частотами  $\omega_0 \approx \omega_1 \approx 2 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$  и электрическими полями  $F_0 \approx F_1 \approx 10^5 \text{ В/см}$  в магнитном поле  $H \approx 5 \cdot 10^4 \text{ Э}$ . При этом возникает соотношение  $eH/(m_h c) < \Omega_R < eH/(\mu c)$ , следствием которого является немонотонное изменение амплитуд высокочастотных осцилляций. По мере увеличения магнитного поля и достижения условия  $eH/(m_h c) > \Omega_R$  все осцилляции укладываются на расстоянии между подзонами Ландау с соседними  $m$  и их амплитуды будут монотонно уменьшаться, согласно обратной корневой зависимости, аналогично случаю  $E=0$  [8].

Электрическое поле  $E$  позволяет резко изменить поглощение на данной частоте  $\omega_1$  в окрестности какого-либо относительно узкого осцилляционного пика, ширина которого, оцененная в работе [1], составляет десятые доли процента оптической частоты. Исходя из рассмотренного в предыдущем абзаце примера и определяя необходимое для этого поле из условия  $Mc^2 E^2 / (2H^2) \approx \hbar \Omega_R$ , получим  $E \approx 1 \text{ кВ/см}$ .

Таким образом, скрещенное с магнитным электрическое поле создает дополнительную возможность для образования высокой избирательности поглощения в полупроводнике компоненты сильной бихроматической световой волны.

#### Список литературы

- [1] Монозон Б. С., Игнатьева Л. А. // ЖЭТФ. 1985. Т. 88. В. 2. С. 593—603.
- [2] Weiler M. H., Reine M., Lax B. // Phys. Rev. 1968. V. 171. N 3. P. 949—958.
- [3] Elliott R. J. // Phys. Rev. 1957. V. 108. N 3. P. 1384—1389.
- [4] Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. В. 2 С. 717—722.
- [5] Жилич А. Г., Монозон Б. С. Магнито- и электропоглощение света в полупроводниках. Л., 1984. 204 с.
- [6] Келдыш Л. В. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. В. 5. С. 1945—1956.
- [7] Монозон Б. С., Игнатьева Л. А. // ФТП. 1986. Т. 20. В. 11. С. 2098—2102.
- [8] Монозон Б. С., Игнатьева Л. А. // ФТТ. 1987. Т. 29. В. 2. С. 480—484.

Ленинградский  
кораблестроительный институт

Получена 17.03.1989  
Принята к печати 29.05.1989