

**РАСЧЕТЫ ВЕРОЯТНОСТЕЙ  
ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫХ ПЕРЕХОДОВ  
И ВРЕМЕН ЖИЗНИ  
В КВАНТОВО-РАЗМЕРНЫХ СТРУКТУРАХ**

Соколова З. Н., Халфин В. Б.

Рассмотрено влияние сложной структуры валентной зоны на скорость излучательной рекомбинации в гетероструктурах с квантовыми ямами (КЯ) на соединениях А<sub>11</sub>В<sub>4</sub>. Исследованы разные модели как с бесконечно глубокими КЯ, так и с КЯ конечной глубины для электронов и дырок. Для «дырочной» КЯ бесконечной глубины рассчитаны энергетические спектры и матричные элементы оптических переходов между состояниями в зоне проводимости и валентной зоне (как «разрешенные», так и «запрещенные»), на основе чего определены зависимости излучательных времен жизни от толщины КЯ ( $d$ ). Установлено, что при  $d \geq 75$  Å все модели, учитывающие и не учитывающие сложную структуру валентной зоны, дают результаты, близкие к чисто объемным значениям времен жизни. При меньших толщинах в модели простой зоны время жизни перестает зависеть от  $d$ , что соответствует двумерному пределу. Для сложной же зоны в интервале 30—75 Å время жизни падает с уменьшением  $d$ , имитируя трехмерное поведение, что объясняется особенностями энергетического спектра нижних уровней размерного квантования дырок в сложной валентной зоне.

В последнее время большое внимание уделяется исследованию оптических свойств квантово-размерных структур на основе полупроводников А<sub>11</sub>В<sub>4</sub><sup>[1-3]</sup>. Для теоретического исследования излучательной рекомбинации в таких структурах необходимо знать энергетические спектры электронов и дырок и матричные элементы оптических переходов между размерно-квантованными состояниями в зоне проводимости и валентной зоне. Указанные характеристики неоднократно вычислялись в различных предположениях об энергетическом спектре квантовых ям (КЯ)<sup>[2-6]</sup>. Однако, насколько нам известно, систематического сравнения различных моделей до сих пор проведено не было и не исследовалась зависимость излучательных характеристик от толщины КЯ.

В настоящей работе выполнено сравнение нескольких моделей для расчета вероятностей излучательных переходов и времен жизни носителей в КЯ при комнатной температуре. Рассматривались модели, в которых излучательные переходы происходят с сохранением квазимпульса. В простейшей модели 1 полностью пренебрегалось размерным квантованием. В модели 2 учитывалось размерное квантование в КЯ конечной глубины, но валентная зона рассматривалась как совокупность независимо действующих изотропных параболических подзон тяжелых и легких дырок. В модели 3 предполагалось, что электроны и дырки находятся в бесконечно глубоких потенциальных ямах, но учитывалась сложная структура валентной зоны, в которой происходит перемешивание тяжелых и легких дырок при отражении от границ КЯ. В этой модели при  $k \rightarrow 0$  ( $k$  — продольный волновой вектор, лежащий в плоскости слоев) выполняется строгое правило отбора  $\Delta n=0$  [ $n=1, 2, 3 \dots$  — номера подзон размерного квантования (ПРК), участвующих в переходах]. Однако при  $k \neq 0$  это правило нарушается и вероятности «разрешенных» и «запрещенных» по  $n$  переходов становятся одного порядка, и как те, так и другие переходы проявляются в спектрах излучения и поглощения<sup>[4]</sup>.

Модель 4 подобна модели 3, но глубина КЯ для электронов считалась конечной. Расчеты в моделях 1 и 2 выполнены в предшествующих работах [3, 5]. В настоящей статье подробно остановимся на моделях 3 и 4. Энергетический спектр дырок рассчитывался с помощью гамильтониана Латтинжера в сферическом приближении, так как, по нашим оценкам, связь между концентрацией дырок и уровнем Ферми, а также времена излучательных переходов изменяются слабо при учете анизотропии.

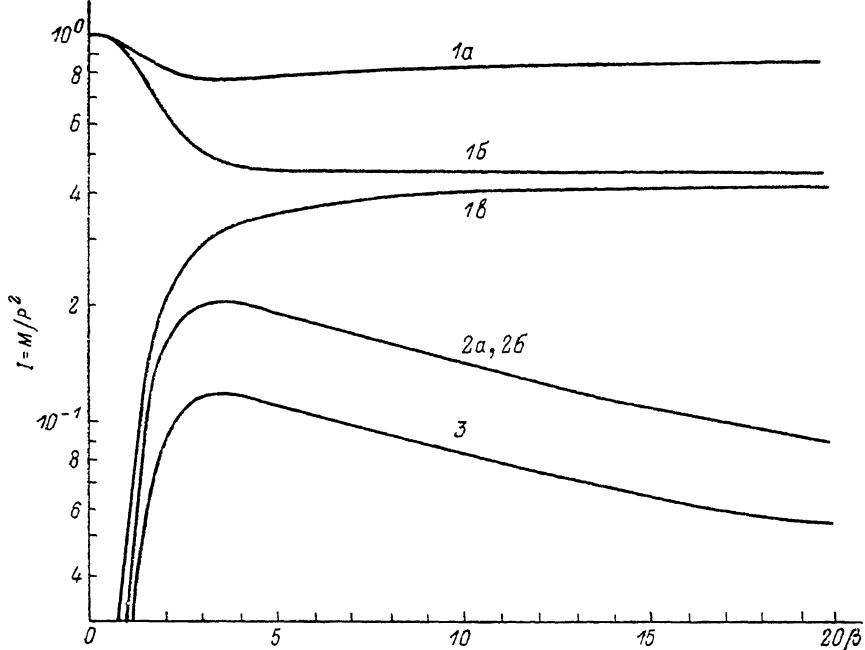


Рис. 1. Зависимости величин интегралов перекрытия от безразмерной толщины квантовой ямы для переходов между различными подзонами размерного квантования, вычисленные в моделях 3 (1, 2) и 4 для  $d=75 \text{ \AA}$ ,  $\Delta E_e=240 \text{ мэВ}$  (3).  
а —  $I = I_{TE} + I_{TM}$ , б —  $I_{TE}$ , в —  $I_{TM}$ . 1 —  $(1h - 1c)$ , 2, 3 —  $(1h - 2c)$ .

Волновые функции дырок в валентной зоне  $\Psi_h$  представлялись в виде разложения по спинорным волновым функциям легких и тяжелых дырок, отвечающих дну валентной зоны [7]:

$$\Psi_h(n, k) = \sum_{ia} C_{ia}(n, k, z) |X_i\rangle S_a e^{ikz}, \quad (1)$$

где  $n$  — номер ПРК дырок;  $z$  — координата, перпендикулярная плоскости слоя. Координатные функции  $X_i$  преобразуются как соответствующие координаты  $x, y, z$ ;  $S_a$  — спиновые функции. Дисперсионное соотношение, определяющее энергию дырок  $E$  как функцию продольного волнового вектора  $k$ , и коэффициенты разложения  $C_{ia}$  ( $i=1-3$ ,  $a=1, 2$ ) находились из условия равенства нулю волновой функции (1) на границах ямы.

Использовалось дипольное приближение, в котором вероятность излучательного перехода пропорциональна квадрату матричного элемента импульса между волновыми функциями зоны проводимости ( $\Psi_c$ ) и валентной зоны ( $\Psi_h$ ). Квадрат матричного элемента ( $M$ ) оператора импульса ( $\hat{p}$ ) выражался через интегралы перекрытия (ИП)  $I_{ia}$  ( $n, k, m$ ):

$$M = |\langle \Psi_h | \hat{p} | \Psi_c \rangle|^2 = \sum_i M_i = P^2 \sum_{ia} |I_{ia}(n, k, m)|^2, \quad (2)$$

где

$$I_{ia}(n, k, m) = A_m \int_{-d/2}^{d/2} C_{ia}(n, k, z) \begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} (k_e z) dz,$$

$A_m$  — нормировочный множитель электронной волновой функции,  $m$  — номер ПРК электронов,  $P$  — кейновский матричный элемент импульса,  $k_e$  — попоперечный волновой вектор электрона,  $\begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases}(k_e z)$  — огибающая волновой функции электрона.

Вследствие зеркальной симметрии энергетические уровни дырок, так же как и электронов, двукратно вырождены. Поэтому в вероятность излучательных переходов входит не зависящая от спинового индекса сумма ( $M$ ) квадратов матричных элементов, отвечающая двум вырожденным дырочным волновым функциям. Отметим, что величина  $M_{TE} = M_x + M_y$  ответственна за излучение  $TE$ -поляризации, а  $M_{TM} = M_z$  — за излучение  $TM$ -поляризации. Ве-

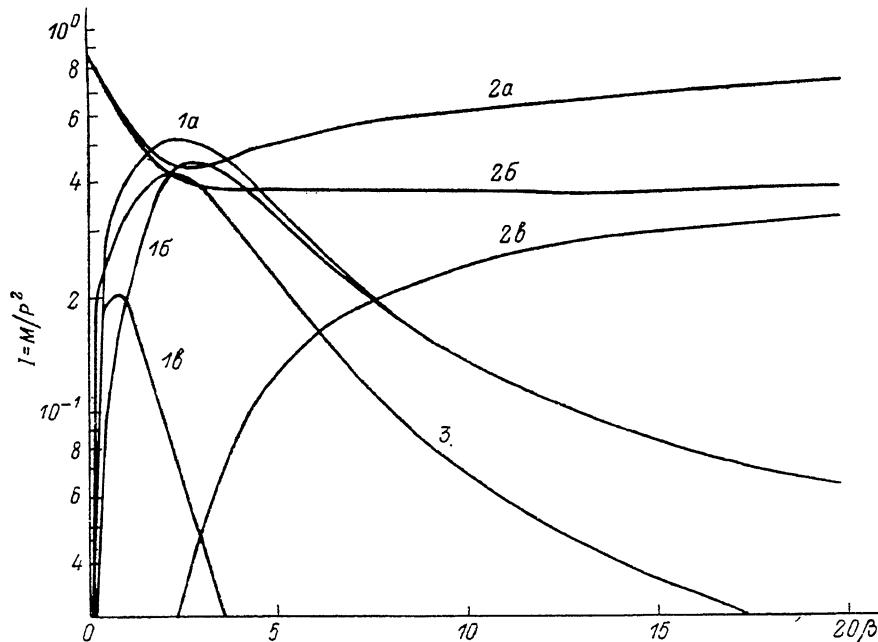


Рис. 2.

То же, что и на рис. 1. 1, 3 —  $(2h-1c)$ , 2 —  $(2h-2c)$ .

личины  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  пропорциональны интенсивности излучения соответствующих дипольных моментов, а их сумма  $M = M_{TE} + M_{TM}$  пропорциональна полной вероятности излучательного перехода. Энергетический спектр, интегралы перекрытия и матричные элементы излучательных переходов вычислялись на ЭВМ.

На рис. 1—3 представлены зависимости ИП  $I = M/P^2 = f(\beta)$ ,  $\beta = (kd/2)^2$  для гетероструктур  $\text{Al}_{0.32}\text{Ga}_{0.68}\text{As}/\text{GaAs}$ . На рис. 1 приведены ИП для переходов между первой ПРК тяжелых дырок ( $1h$ ) и первой ( $1c$ ) (кривые 1) и второй ( $2c$ ) (кривая 2) ПРК электронов, вычисленные в модели 3. При  $\beta = 0$  выполняется строгое правило отбора  $n = m$  (такие переходы назовем «разрешенными», остальные — «запрещенными»). Для разрешенного перехода ( $1h-1c$ ) отлична от нуля только компонента излучения  $TE$ -поляризации (кривая 16). При  $\beta \neq 0$  в разрешенных переходах проявляются обе компоненты ( $TE$  и  $TM$ ) (кривые 1б и 1в); для перехода ( $1h-1c$ ) их интенсивности довольно быстро сравниваются. Так, при  $\beta \approx 3$   $I_{TE}/I_{TM} \approx 1.7$ . Отметим, что полный ИП для перехода ( $1h-1c$ ) при любых  $\beta$  мало отличается от единицы (кривая 1а). Вероятность запрещенного перехода ( $1h-2c$ ) имеет максимум, равный 0.2 также при  $\beta \approx 3$ .

На рис. 2 представлены ИП для переходов между ( $2h$ ) и электронными ПРК ( $1c$ ) и ( $2c$ ) в той же модели. Для разрешенного перехода ( $2h-2c$ )  $I$  падает до значения 0.45 при  $\beta \approx 2.5$  (кривая 2а). ИП для запрещенного перехода

$(2h-1c)$  быстро нарастает от нуля при  $k=0$  до 0.5 при  $\beta=2.5$  (кривая 1a). Высокая вероятность запрещенного перехода  $(2h-1c)$  связана с сильным взаимодействием ПРК  $(2h)$  и  $(1l)$  [8]. Из рис. 2 видно, что ИП запрещенного перехода  $(2h-1c)$  сравнивается с ИП разрешенного перехода  $(2h-2c)$  в интервале  $\beta=1.5-3.5$ , что для КЯ шириной  $d=100 \text{ \AA}$  соответствует энергии дырок  $E_h=36-53 \text{ мэВ}$ , а для КЯ с  $d=200 \text{ \AA}$   $E_h=9-13 \text{ мэВ}$ . Следовательно, при комнатной температуре запрещенные оптические переходы должны наблюдаться в КЯ с  $d \simeq 200 \text{ \AA}$  даже при малых уровнях накачки, когда дырки остаются невырожденными. В структурах с  $d < 100 \text{ \AA}$  для наблюдения запрещенных переходов необходимы высокие уровни накачки, отвечающие концентрации электронов и дырок, большей  $10^{12} \text{ см}^{-2}$ .

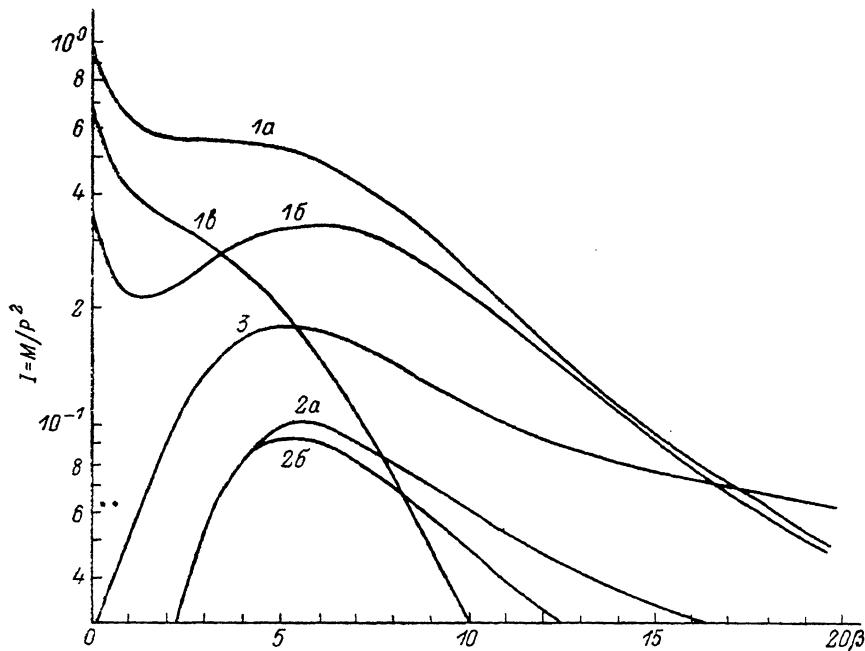


Рис. 3.

То же, что и на рис. 1. 1 —  $(1l-1c)$ , 2, 3 —  $(3h-1c)$ .

На рис. 3 представлены ИП ПРК  $(1c)$  с первой ПРК легких дырок  $(1l)$  и третьей ПРК тяжелых дырок  $(3h)$  в модели 3. При  $\beta=0$  у разрешенного перехода  $(1l-1c)$  преобладает  $TM$ -поляризация (кривая 1b), что согласуется с [9]. При возрастании  $\beta$  величина  $I_{Tm}$  быстро уменьшается, а при  $\beta \geq 3.5$   $I_{Te}$  начинает превосходить  $I_{Tm}$ . Вероятность запрещенного перехода  $(3h-1c)$  (кривые 2) достаточно мала.

d, Å	$\gamma$	Переходы					
		I			II		
		$1h-1c$	$1l-1c$	$2h-2c$	$1h-1c$	$1l-1c$	$2h-2c$
200	0.06	0.976	0.976	0.922	0.994	1	0.977
150	0.11	0.961	0.961	0.866	0.989	1	0.957
100	0.24	0.922	0.922	0.722	0.977	0.999	0.897
75	0.42	0.877	0.877	0.535	0.964	0.998	0.784
50	0.94	0.771	0.771	—	0.932	0.997	—
30	2.62	0.572	0.572	—	0.859	0.994	—
$\Delta E_e = \infty$	0	1	1	1	1	1	1

Приложение. Значения ИП ( $I = I_{Te} + I_{Tm}$ ) для «разрешенных» переходов при  $\beta=0$ : I — модель 4; II —  $\Delta E_c=240$ ,  $\Delta E_g=160 \text{ мэВ}$ . Во всех расчетах использованы следующие значения эффективных масс: электронов —  $m_e=0.067 m_0$ , тяжелых и легких дырок —  $m_h=0.45 m_0$  и  $m_l=0.08 m_0$ .

Вычисления в модели 4 проводились применительно к структуре  $\text{Al}_{0.32}\text{Ga}_{0.68}\text{As}/\text{GaAs}$ . Считалось, что глубина электронной КЯ  $\Delta E_c = 240$  мэВ. Расчеты показывают, что переход к конечной глубине электронной КЯ приводит к почти пропорциональному изменению ИП при всех значениях продольного волнового вектора для разрешенных переходов с точностью до 10 % (как для  $TE^-$ , так и для  $TM$ -поляризаций). Поэтому в таблице приведены значения ИП ( $I$ ) для разрешенных переходов только при  $\beta=0$  в зависимости от безразмерного параметра  $\gamma = \hbar^2 \pi^2 / (2m_c d^2 \Delta E_c)$ ,  $m_c$  — эффективная масса электрона. Для запрещенных переходов такой пропорциональности, вообще говоря, не наблюдается. Поэтому на рис. 1—3 приведены зависимости  $I=f(\beta)$  для запрещенных переходов при  $d=75$  Å (кривые 3). Из рис. 3 видно, что ИП перехода (3h—1c) в конечной КЯ больше, чем в бесконечной, так как в конечной КЯ этот переход разрешен уже при  $\beta=0$ .

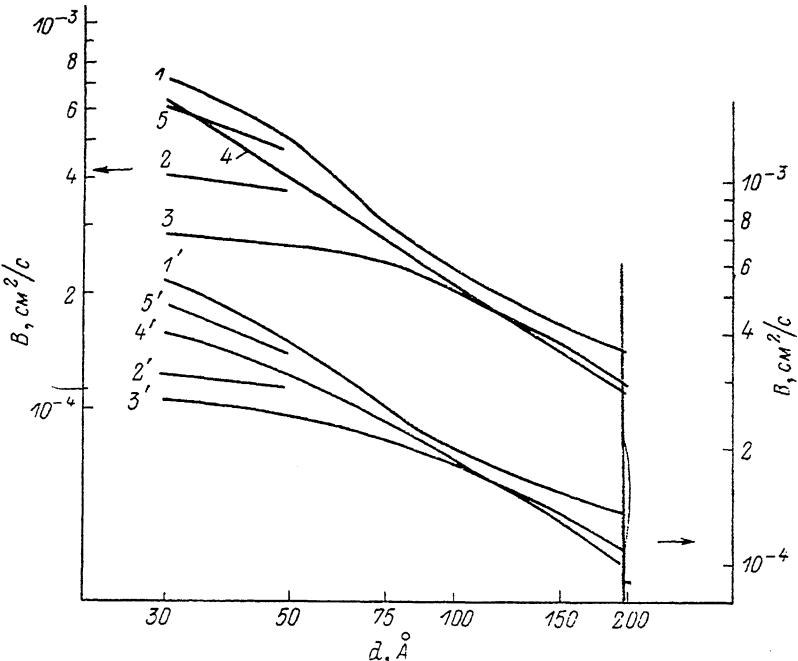


Рис. 4. Зависимости коэффициента излучательной рекомбинации  $B$  от толщины квантовой ямы  $d$ , рассчитанные при фиксированной поверхностной концентрации.  
 $n, \text{ см}^{-2}$ : 1—4 —  $10^{11}$  (левая шкала), 1'—4' —  $10^{12}$  (правая шкала). Модели: 1, 1' — 1; 2, 2' — 2; 3, 3' — 3; 4, 4' — 4; 5, 5' — в тексте.

Далее с использованием полученных матричных элементов оптических переходов вычислялась скорость межзонной излучательной рекомбинации

$$G = 2w/(2\pi)^2 \sum_{n, m} M_{nm} f_c(k) f_v(k) d^2 k, \quad (3)$$

$n, m$  — номера ПРК дырок и электронов,  $f_c, f_v$  — функции распределения электронов и дырок,  $w$  — вероятность излучательного перехода электрона в свободное дырочное состояние, вычисленная, как в [10]:

$$w = \frac{2}{3} \frac{e^2}{\hbar^2 c^3} \frac{E_g^2 \sqrt{\epsilon_\infty}}{m_c}, \quad (4)$$

$\epsilon_\infty$  — оптическая диэлектрическая проницаемость,  $E_g$  — ширина запрещенной зоны в КЯ. Использовано приближение Кейна для межзонального матричного элемента.

Рассматривался случай равной концентрации электронов и дырок ( $n=p$ ). Зависимости коэффициента излучательной рекомбинации  $B$  [ $G=Bn^2$ ; излучательное время жизни  $\tau=(Bn)^{-1}$ ] от толщины КЯ приведены на рис. 4. Кри-

ые 1, 1' соответствуют трехмерным расчетам (модель 1), 2, 2' получены в модели простой валентной зоны 2 для структуры  $\text{Al}_{0.32}\text{Ga}_{0.68}\text{As}/\text{GaAs}$  ( $\Delta E_e = 240$ ,  $\Delta E_h = 160$  мэВ). Кривые 3, 3' — результаты расчета в модели сложной зоны 3; отрезки 4, 4' — в модели 4.

Из рис. 4 видно, что при  $d > 75$  Å результаты практически не зависят от модели. При меньших толщинах модель 1 дает зависимость  $B \sim d^{-1}$ , так как скорость рекомбинации вычислялась при фиксированной поверхностной концентрации  $n$ , что отвечает с уменьшением  $d$  росту объемной концентрации  $n_p = n/d$ . В модели 2 при малых  $d$  коэффициент  $B$  слабо зависит от  $d$ , что и следует ожидать при переходе к двумерному пределу. Несколько неожиданно то, что модель 3 не приводит к насыщению  $B=f(d)$  при малых  $d$ , несмотря на ее двумерный характер. Это связано с особенностями закона дисперсии нижнего УРК дырок (1h) [8]. При  $\beta=0$  продольная эффективная масса этого УРК мала, но довольно быстро при увеличении  $\beta$  приближается к массе тяжелых дырок, поэтому приведенная плотность состояний в данной подзоне ( $N_s$ ) с уменьшением  $d$  падает ( $N_s$  — эффективная плотность состояний, усредненная в энергетическом интервале ширины  $kT$ ). Концентрация носителей связана с  $N_s$  соотношением  $p=N_s \exp(-\zeta_h/kT)$ , где  $\zeta_h$  — квазиуровень Ферми дырок, отсчитываемый от края зоны. Поэтому при уменьшении  $d$  и фиксированной концентрации  $p$  величина  $\zeta_h$  также уменьшается и функция заполнения дырок при  $\beta=0$ , равная  $\exp(-\zeta_h/kT)$ , растет. В силу закона сохранения квазимпульса и малой эффективной массы электронов наибольший вклад в рекомбинацию дает окрестность точки  $\beta=0$ , поэтому уменьшение  $d$  в диапазоне 75–30 Å приводит к росту величины  $B$ . Насыщение при таком законе дисперсии должно наблюдаться при еще меньших значениях  $d$ . Эти расчеты не проводились, поскольку при таких  $d$  и модель бесконечной КЯ, и само приближение эффективной массы теряет физический смысл.

Конечность глубины КЯ электронов сказывается на значении коэффициента  $B$  в основном через изменения ИП, поэтому существенное различие между моделями 3 и 4 возникает только при  $d \leq 50$  Å [см. таблицу и рис. 4 (кривые 1, 1' и 2, 2')]. В модели 4 величина ИП недооценивалась, так как из-за бесконечной глубины КЯ дырок не учитывалось проникновение волновой функции за пределы КЯ. Значения ИП при  $\beta=0$  для модели с двумя конечными КЯ приведены в таблице (серия II). Более точную оценку коэффициента  $B$  можно получить, умножив значения  $B$  в модели 3 на указанные значения ИП для перехода (1h–1c) из таблицы (рис. 4, кривые 5, 5'). Следует отметить, что параллельность 2 и 4, а также 2' и 4' на рис. 4 носит случайный характер, так как в модели 4 уменьшение ИП по сравнению с моделью 3 компенсирует возрастание  $B$  из-за особенности дырочного энергетического спектра.

Таким образом, приведенные расчеты коэффициента  $B$  показывают, что при толщине КЯ  $d > 75$  Å квантово-размерные эффекты слабо влияют на скорость излучательной рекомбинации. Хотя при учете сложной структуры валентной зоны появляется вклад в рекомбинацию от запрещенных переходов, соответственно уменьшаются ИП для разрешенных переходов. Поэтому полная скорость рекомбинации изменяется мало. При  $d < 75$  Å необходимо учитывать как размерное квантование, так и сложную структуру валентной зоны. Отметим, что вследствие сложной структуры валентной зоны предел скорости излучательной рекомбинации [5] не достигается при разумных значениях толщины КЯ. При  $d < 75$  Å  $B$  продолжает расти с уменьшением  $d$ , имитируя трехмерное поведение.

#### Список литературы

- [1] Гарбузов Д. З., Халфин В. Б // Тез. докл. Советско-Американского симп. «Лазерная оптика конденсированных сред». Л., 1987. С. 6.
- [2] Colak S., Eppenga R., Schuurmans M. // IEEE J. Quant. Electron. 1987. V. QE-23. N 6. P. 960–968.
- [3] Гарбузов Д. З., Тикунов А. В., Халфин В. Б. // ФТП. 1987. Т. 21. В. 6. С. 1085–1094.
- [4] Yu R. W., Sanders G. D., Reynolds D. C. et al. // Phys. Rev. 1987. V. B35. N 17. P. 9250–9258.
- [5] Халфин В. Б., Гарбузов Д. З., Красовский В. В. // ФТП. 1986. Т. 20. В. 10. С. 1816–1822.

- [6] Sanders G. D., Chang Y. C. // J. Vac. Sci. Techn. B. 1985. V. 3. N 4. P. 1285—1289.
- [7] Бир Г. Л., Пикус Г. Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. М., 1972. 640 с.
- [8] Соколова З. Н., Халфин В. Б., Эфрос Ал. Л. // ФТП. 1988. Т. 22. В. 12. С. 2124—2130.
- [9] Захарченя Б. П., Мирлин Д. Н., Перель В. И., Решина И. И. // УФН. 1982. Т. 136. В. 3. С. 459—499.
- [10] Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. Ч. I. М., 1968. 430 с.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Получена 18.04.1989  
Принята к печати 29.05.1989