ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ УПРУГОЙ СРЕДЫ НА ФОНОННЫЙ МЕХАНИЗМ РЕЛАКСАЦИИ ДВУМЕРНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА

Вартанян А. Л., Киракосян А. А.

Получены выражения для обратного времени импульсной релаксации и мощности энергетических потерь системы двумерных носителей заряда с учетом влияния свободной поверхности и различия упругих констант полупроводника и диэлектрического слоя в МОП структуре при рассеянии на акустических фононах. Показано, что в области малоуглового рассеяния взаимодействие с поверхностными фононами приводит к усилению темпа релаксации и тем самым снимает разногласие между расчетными и экспериментальными данными для обратного времени импульсной релаксации. В области частичной неупругости существенную роль играет отражение объемных фононов от границы раздела, что приводит к подавлению темпа релаксации.

Введение. Проводимое в последние годы интенсивное исследование электрон-фононного взаимодействия в системах с двумерным газом носителей заряда (см., например, [1-9]) обусловлено как фундаментальностью этого типа взаимодействия, так и трудностями при объяснении имеющихся экспериментальных результатов [10]. Так, в [11] обнаружена сильная температурная зависимость обратного времени импульсной релаксации τ_p^{-1}, приписываемая фононному рассеянию, величина которого, однако, значительно меньше теоретически рассчитанной. Численные расчеты, сделанные в [4, 5] с целью исследования влияния свободной поверхности полупроводника на фононный механизм релаксации, приводят к заключению, что при любой температуре этим влиянием на основные релаксационные характеристики (τ_p и $\langle Q \rangle$ — мощность энергетических потерь) можно пренебречь. Это эквивалентно предположению о взаимодействии двумерных носителей заряда (ДНЗ) с объемными фононами, т. е. квантами волнового поля бесконечной однородной упругой среды. Однако авторами [4, 5] в их более поздней работе [6] показано, что при гелиевых температурах наличие свободной поверхности Si (100) приводит к усилению энергетической релаксации ДНЗ инверсионного слоя почти втрое. Вместе с тем, согласно [9], существуют ситуации, когда наличие свободной границы сильно подавляет темп релаксации энергии. Эти обстоятельства наводят на мысль о более полном учете влияния неоднородности упругой среды (НУС), т. е. различия упругих констант полупроводника и диэлектрического слоя (ДС), а также наличия свободной поверхности ДС на основные релаксационные характеристики ДНЗ инверсионного слоя, что и проведено в данной работе. Следует заметить, что рассматриваемая модель адекватна реальной МОП структуре на Si с алюминиевым затвором ввиду близких значений скоростей сдвиговых волн в SiO_2 и Al [12].

Выражение для вероятности перехода с учетом НУС

Рассмотрим внутридолинное рассеяние ДНЗ основной подзоны на акустических фононах в инверсионном слое. Полная вероятность перехода ДНЗ в единицу времени из состояния $\mathbf{k}$ в $\mathbf{k}'$ дается формулой

$$W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \int d\mathbf{q} \sum_{(j)} \left(w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{(\mathbf{q}j)+} + w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{(\mathbf{q}j)-} \right), \qquad (1)$$

где

$$w_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}^{(\mathbf{q}j)\pm}=\frac{2\pi}{\hbar}\,|F_{\mathbf{q}j}|^2\left(N_{\mathbf{q}j}+\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\right)\delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}\mp\mathbf{q}}\,\delta\left(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{k}'}\mp\hbar\omega_{\mathbf{q}j}\right), \tag{2}$$

верхние знаки соответствуют испусканию, а нижние — поглощению фонона с квантовым набором $(\mathbf{q}j)$. В рамках модели деформационного потенциала, согласно [13],

$$|F_{\mathbf{q}j}|^2=\frac{\varkappa^2\hbar}{8\pi^2\rho\omega_{\mathbf{q}j}}\int\limits_0^\infty dz\,|\chi_0(z)|^2\int\limits_0^\infty dz'\,|\chi_0(z')|^2\exp\left[i\theta\,(z-z')\right]\hat{\xi}_{\nu\nu'}\Lambda_{\nu\nu'}^{(\mathbf{q}j)}(z,\ z'). \tag{3}$$

В (1)—(3) $\mathbf{k}$ и $\mathbf{q}$ — двумерные волновые векторы ДНЗ и фонона соответственно, $\varepsilon_{\mathbf{k}}$ — энергия ДНЗ, $N_{\mathbf{q}j}$ — среднее число фононов с частотой $\omega_{\mathbf{q}j}$, $\chi_0(z)$ — волновая функция основного состояния ДНЗ в одномерной яме, $\varkappa=\varkappa_u$ и $D=\varkappa_d/\varkappa_u$ — константы деформационного потенциала, $\hat{\xi}_{\nu\nu'}(D,\ \mathbf{q},\ \partial/\partial z,\ \partial/\partial z')$ — оператор, а θ — параметр, конкретный вид которых зависит от ориентации эллипсоидов постоянных энергий относительно поверхности инверсионного слоя [13], ρ — плотность Si, $\Lambda_{\nu\nu'}^{(\mathbf{q}j)}(z,\ z')=\overset{*}{u}{}_{\nu}^{(\mathbf{q}j)}(z)\,u_{\nu'}^{(\mathbf{q}j)}(z')$, а $u_{\nu}^{(\mathbf{q}j)}(z)$ — зависящая от z часть ν-й компоненты собственной фононной моды с набором $(\mathbf{q}j)$; по ν, ν' проводится суммирование. Выражения для $u_{\nu}^{(\mathbf{q}j)}(z)$ приведены в [14], где в континуальном приближении решена задача квантования волнового поля в неоднородной упругой среде «слой—полупространство». Выражения для $\Lambda_{\nu\nu'}^{(\mathbf{q}j)}$ в области полупроводника, необходимые для последующего изложения, даны далее. В набор (j) входят следующие величины: 1) квантовое число поляризации λ, которому приписывается либо символ $P—SV$ в случае вертикально поляризованных смешанных волн, либо SH в случае горизонтально поляризованных поперечных волн; 2) $c=\omega_{\mathbf{q}j}/|\,\mathbf{q}\,|$ — фазовая скорость волны вдоль поверхности Si, которая сохраняется как при ее отражении от свободной поверхности SiO_2, так и при прохождении и отражении от границы раздела SiO_2—Si. Она выражается через угол $\varphi_{\text{в}}$, образуемый нормалью к поверхности инверсионного слоя и направлением распространения волны со скоростью $c_{\text{в}}$ соотношением $c=c_{\text{в}}/\sin\varphi_{\text{в}}$, где $c_{\text{в}}$ — любая из характерных скоростей c_l, c_t, c_{1l}, c_{1t} (c_l, c_t — скорости продольных и поперечных волн в однородной среде соответственно, а индекс 1 относится к SiO_2); 3) квантовое число n, указывающее области изменения c; 4) квантовое число m, указывающее число независимых решений в заданной области c.

С помощью (2) и (3) для полной вероятности перехода получим

$$W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}=\frac{\varkappa^2}{4\pi}\sum_{(j),\ \nu\nu'}\int d\mathbf{q}\,\frac{M_{\mathbf{q}j}^{\mathbf{k}\mathbf{k}'}}{\omega_{\mathbf{q}j}}\int\limits_0^\infty dz\,|\chi_0(z)|^2\int\limits_0^\infty dz'\,|\chi_0(z')|^2\exp\left[i\theta\,(z-z')\right]\hat{\xi}_{\nu\nu'}\Lambda_{\nu\nu'}^{(\mathbf{q}j)}, \tag{4}$$

где

$$M_{\mathbf{q}j}^{\mathbf{k}\mathbf{k}'}=(N_{\mathbf{q}j}+1)\,\delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}-\mathbf{q}}\,\delta\left(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{k}'}-\hbar\omega_{\mathbf{q}j}\right)+N_{\mathbf{q}j}\delta_{\mathbf{k}',\,\mathbf{k}+\mathbf{q}}\,\delta\left(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{k}'}+\hbar\omega_{\mathbf{q}j}\right).$$

В областях $c<c_t$, где появляются поверхностные акустические моды, суммирование в (4) ведется по дискретным значениям c_s при фиксированном $\mathbf{q}$, а в областях непрерывного изменения c суммирование заменяется интегрированием.

Дальнейшие вычисления проводятся для инверсионного слоя на поверхности Si (100), для которого $\theta=0$, а отличные от нуля компоненты $\hat{\xi}_{\nu\nu'}$ равны (ось x направлена по $\mathbf{q}$) [13]

$$\begin{gathered}\hat{\xi}_{xx}=q^2D^2,\quad \hat{\xi}_{xz}=-iqD\,(D+1)\,\frac{\partial}{\partial z'},\\ \hat{\xi}_{zx}=iqD\,(D+1)\,\frac{\partial}{\partial z},\quad \hat{\xi}_{zz}=(D+1)^2\,\frac{\partial^2}{\partial z\partial z'}.\end{gathered} \tag{5}$$

Поскольку в SH-волне $u_x=u_z=0$, $u_y\neq 0$ [14], согласно (5), вклад SH-волн в $W_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ равен нулю [7].

Используя выражения для $u_\nu^{(qj)}(z)$, приведенные в [14], можно показать, что для $P-SV$-волн в области полупроводника при $c>c_l$ $[n=1,\ m=2\,(+,\ -)]$

$$\Lambda^{(1,\,+)}_{\nu\nu'}(z,\ z')+\Lambda^{(1,\,-)}_{\nu\nu'}(z,\ z')=F_{\nu\nu'}(\gamma_1,\ \delta_1,\ \gamma,\ \delta)-F_{\nu\nu'}(-\gamma_1,\ -\delta_1,\ -\gamma,\ -\delta), \tag{6а}$$

при $c_l>c>c_{1l}$ $(n=2,\ m=1)$

$$\Lambda^{(2,\,1)}_{\nu\nu'}(z,\ z')=F_{\nu\nu'}(\gamma_1,\ \delta_1,\ i\gamma_0,\ \delta)-F_{\nu\nu'}(-\gamma_1,\ -\delta_1,\ i\gamma_0,\ -\delta), \tag{6б}$$

при $c_{1l}<c<c_{1t}$ $(n=3,\ m=1)$

$$\Lambda^{(3,\,1)}_{\nu\nu'}(z,\ z')=F_{\nu\nu'}(i\gamma_{10},\ \delta_1,\ i\gamma_0,\ \delta)-F_{\nu\nu'}(i\gamma_{10},\ -\delta_1,\ i\gamma_0,\ -\delta), \tag{6в}$$

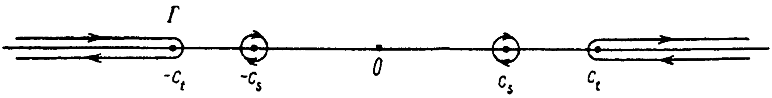
при $c_t<c<c_{1t}$ $(n=4,\ m=s)$

$$\Lambda^{(4,\,s)}_{\nu\nu'}(z,\ z')=-2\pi i\operatorname*{res}_{c=c_s}F_{\nu\nu'}(i\gamma_{10},\ \delta_1,\ i\gamma_0,\ i\delta_0), \tag{6г}$$

при $c<c_{1t}$ $(n=5,\ m=s)$

$$\Lambda^{(5,\,s)}_{\nu\nu'}(z,\ z')=-2\pi i\operatorname*{res}_{c=c_s}F_{\nu\nu'}(i\gamma_{10},\ i\delta_{10},\ i\gamma_0,\ i\delta_0). \tag{6д}$$

В (6г) и (6д) скорости поверхностных акустических волн c_s при фиксированном $\mathbf{q}$ определяются из дисперсионных уравнений $Q\,(i\gamma_{10},\ \delta_1,\ i\gamma_0,\ i\delta_0)=0$ и $Q\,(i\gamma_{10},\ i\delta_{10},\ i\gamma_0,\ i\delta_0)=0$ соответственно. Остальные обозначения в (6а)—(6д) даны в *Приложении*.



Учитывая то, что $F_{\nu\nu'}(i\gamma_{10},\ \delta_1,\ i\gamma_0,\ i\delta_0)=F_{\nu\nu'}(i\gamma_{10},\ -\delta_1,\ i\gamma_0,\ i\delta_0)$ и используя (6а)—(6д), $W_{\mathbf{kk}'}$ можно представить в виде

$$W_{\mathbf{kk}'}=\frac{\varkappa^2}{16\pi^2\rho}\int q^2 d\mathbf{q}\int\limits_{\Gamma}\frac{dc}{c^2}\,M^{\mathbf{kk}'}_{cq}\,\{J_1(q,\ c)+J\,(q,\ c)\}, \tag{7}$$

где

$$J_1(q,\ c)=\frac{1}{\gamma}\,[D+\gamma^2(1+D)]^2\,|\,Z\,(q\gamma)\,|^2+\delta\,|\,Z\,(q\delta)\,|^2 \tag{8}$$

обусловлен взаимодействием ДНЗ с объемными фононами, а

$$J_2(q,\ c)=\frac{1}{\gamma}\,[D+\gamma^2(1+D)]^2\,Z^2(q\gamma)\,a^{(P)}_{21}-\delta Z^2(q\delta)\,a^{(SV)}_{23}+$$

$$+\,2\delta\,[D+\gamma^2(1+D)]\,Z\,(q\gamma)\,Z\,(q\delta)\,a^{(P)}_{23} \tag{9}$$

обусловлен НУС, $a^{(P)}_{21}$ $(a^{(SV)}_{23})$ — амплитуда отраженной от границы раздела продольной (поперечной) волны при падении на нее со стороны полупроводника продольной (поперечной) волны единичной амплитуды, $a^{(P)}_{23}$ — амплитуда отраженной продольной волны при падении на границу раздела поперечной волны единичной амплитуды, $Z\,(p)=\int\limits_0^\infty dz\,|\,\chi_0(z)\,|^2\exp(ipz)$, контур Г показан на рисунке, где отмечена только одна из особых точек c_s выражения в фигурных скобках в (7) при фиксированном $\mathbf{q}$.

Расчет релаксационных характеристик

Для вычисления $\langle\tau_p^{-1}\rangle$ и $\langle Q\rangle$ пробного ДНЗ воспользуемся следующими выражениями [1, 15]:

$$\langle\tau_p^{-1}\rangle=\frac{q}{N_s k_B T}\int\limits_0^\infty d\varepsilon\,\frac{\varepsilon}{\tau_p}\,f_T(\varepsilon)\,[1-f_T(\varepsilon)],\quad \frac{\hbar\mathbf{k}}{\tau_p}=\sum_{\mathbf{k}'}\hbar\,(\mathbf{k}'-\mathbf{k})\,W_{\mathbf{kk}'}\,\frac{1-f_T(\mathbf{k}')}{1-f_T(\mathbf{k})}, \quad (10$$

$$\langle Q\rangle = \frac{1}{N_s}\sum_{\mathbf{kk'}} f_{T_c}(\mathbf{k})\,[1-f_{T_c}(\mathbf{k'})]\,(\varepsilon_{\mathbf{k}}-\varepsilon_{\mathbf{k'}})\,W_{\mathbf{kk'}}, \tag{11}$$

где g — двумерная плотность состояний, N_s — концентрация ДНЗ, f_T — функция Ферми—Дирака с решеточной температурой T, f_{T_c} — то же с электронной температурой T_c. Подстановка (7) в (10) и (11), суммирование по $\mathbf{k}'$, усреднение по изоэнергетической поверхности и по распределению ДНЗ приводят к следующим расчетным формулам:

$$\langle\tau_p^{-1}\rangle = \frac{\varkappa^2 g}{16\pi^2\rho N_s k_B T}\int\limits_0^\infty d\varepsilon f_T(\varepsilon)\int\limits_\Gamma \frac{dc}{c^2}\times$$

$$\times\left\{\int \frac{q^3(\varepsilon_q+\hbar cq)(N_{cq}+1)}{\sqrt{4\varepsilon\varepsilon_q-(\varepsilon_q+\hbar cq)^2}}\,[1-f_T(\varepsilon-\hbar cq)]\,J(q,c)\,dq-(\text{то же с заменой } c\to -c)\right\}, \tag{12}$$

$$\langle Q\rangle = \frac{\varkappa^2 m}{8\pi^3 N_s\rho\hbar}\int\limits_0^\infty d\varepsilon f_{T_c}(\varepsilon)\int\limits_\Gamma \frac{dc}{c}\times$$

$$\times\left\{\int \frac{q^4 N_{cq}[1-f_{T_c}(\varepsilon+\hbar cq)]}{\sqrt{4\varepsilon\varepsilon_q-(\varepsilon_q+\hbar cq)^2}}\,[\exp(\beta-\beta_c)\hbar cq-1]\,J(q,c)\,dq+(\text{то же с заменой } c\to -c)\right\}, \tag{13}$$

где $J(q,c)=J_1(q,c)+J_2(q,c)$, $\beta=(k_BT)^{-1}$, $\beta_c=(k_BT_c)^{-1}$, m — масса ДНЗ в плоскости инверсионного слоя, области интегрирования по q в (12) и (13) определены требованием положительности подкоренных выражений.

Основные закономерности кинематики рассеяния ДНЗ при взаимодействии с объемными акустическими фононами изучены в [1], где исходя из характера электрон-фононного взаимодействия выделены три температурные области. Рассмотрим релаксационные характеристики ДНЗ в системе слой—полупространство в этих областях.

1. *Область малоуглового рассеяния*: $k_BT \ll (8ms^2\varepsilon_F)^{1/2}$. В данной области значения волнового вектора и энергии фонона определяются температурой решетки [1] ($q\sim q_T=k_BT/\hbar s$, $\hbar\omega\sim k_BT$), и поэтому для взаимодействующего фонона $c\sim s$ — характерной скорости звука в Si (c_l или c_t). Это означает, что ДНЗ в основном взаимодействует с фононами, распространяющимися вдоль поверхности Si, а взаимодействие носит малоуглового характер. Газ ДНЗ вырожден, $\varepsilon\sim\varepsilon_F$, а $\varepsilon_q=\hbar^2q^2/2m\sim k_B^2T^2/2ms^2\ll\varepsilon_F$. Эти оценки позволяют в подкоренных выражениях (12) и (13) пренебречь вторыми слагаемыми, а интегрирование по q провести от 0 до ∞.

В результате получим

$$\langle\tau_p^{-1}\rangle = \frac{\varkappa^2 m^{1/2} g}{16\sqrt{2}\,\pi^2\hbar\rho N_s k_B T}\int\limits_0^\infty \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon}} f_T(\varepsilon)\int\limits_\Gamma \frac{dc}{c^2}\int\limits_0^\infty dq\,q^2 J(q,c)\times$$

$$\times\{(N_{cq}+1)(\varepsilon_q+\hbar cq)[1-f_T(\varepsilon-\hbar cq)]+N_{cq}(\varepsilon_q-\hbar cq)[1-f_T(\varepsilon+\hbar cq)]\}, \tag{14}$$

$$\langle Q\rangle = \frac{\varkappa^2 m^{3/2}}{8\sqrt{2}\,\pi^3 N_s\rho\hbar^2}\int\limits_0^\infty \frac{d\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon}} f_{T_c}(\varepsilon)\int\limits_\Gamma \frac{dc}{c}\int\limits_0^\infty dq\,q^3 J(q,c)\,\{N_{cq}[\exp(\beta-\beta_c)\hbar cq-1]\times$$

$$\times[1-f_{T_c}(\varepsilon+\hbar cq)]-(N_{cq}+1)[\exp(\beta_c-\beta)\hbar cq-1][1-f_{T_c}(\varepsilon-\hbar cq)]\}. \tag{15}$$

Выполнив интегрирование по ε и вводя новую переменную $y=\hbar cq/2k_BT$, получим следующие выражения для $\langle\tau_p^{-1}\rangle$ и $\langle Q\rangle$:

$$\langle\tau_p^{-1}\rangle = \frac{\varkappa^2(k_BT)^5}{\pi^2\hbar^4(2m)^{1/2}\rho\,\varepsilon_F^{3/2}}\int\limits_\Gamma \frac{dc}{c^7}\int\limits_0^\infty \frac{y^5}{\mathrm{sh}^2 y}\,J(y,c)\,dy, \tag{16}$$

$$\langle Q\rangle=\frac{\varkappa^2(2m)^{1/2}(k_BT)^5}{\pi^2\hbar^4\rho\varepsilon_F^{3/2}}\int\limits_{\Gamma}\frac{dc}{c^5}\int\limits_0^\infty\frac{y^4\,\mathrm{sh}\left(\frac{T_c}{T}-1\right)y}{\mathrm{sh}\,y\,\mathrm{sh}\,\frac{T_c}{T}\,y}J(y,\,c)\,dy. \tag{17}$$

Дальнейший расчет кинематических характеристик связан с использованием различных приближений. Так, ввиду того что в рассматриваемом случае длина волны фонона значительно больше ширины инверсионного канала, можно перейти к двумерному пределу, полагая $|\chi_0(z)|^2\sim\delta(z)$. В частном, но весьма важном случае отсутствия ДС получаемые из (16) и (17) выражения описывают влияние свободной поверхности полупроводника на электрон-фононное взаимодействие в инверсионном слое. При этом $J(y,\,c)$ уже не зависит от y, что позволяет провести интегрирование по этой переменной. Окончательные результаты после вычисления контурных интегралов можно представить в виде

$$\langle\tau_p^{-1}\rangle=\tau_B^{-1}\frac{[2(1+D)-\eta^2]^2[4+(\eta^2-1)(3\eta^6+\eta^4+3\eta^2+5)]}{(\eta^2-1)^3[8D^2+4D+1+\eta^6]}, \tag{18}$$

$$\langle Q\rangle=\langle Q\rangle_B\frac{2(\eta^4+1)[2(1+D)-\eta^2]^2}{(\eta^2-1)^2(8D^2+8D+3+\eta^4)}, \tag{19}$$

где $\eta=c_l/c_t$, а через τ_B и $\langle Q\rangle_B$ обозначены релаксационные характеристики, вычисленные в предположении неупругости взаимодействия ДНЗ с объемными фононами (выражения для τ_B и $\langle Q\rangle_B$ см. в [1]). В [6] приведены результаты численных расчетов, согласно которым при $D=-0.67$, $c_l=9.04\cdot10^5$ см/с, $c_t=5.42\times\times10^5$ см/с $\langle Q\rangle/\langle Q\rangle_B\simeq2.762$. При тех же значениях D, c_l и c_t из (19) получаем $\langle Q\rangle/\langle Q\rangle_B\simeq2.763$, что практически не отличается от результата [6]. Из выражения (18) следует, что $\langle\tau_p^{-1}\rangle\simeq5.32\ \tau_B^{-1}$, это снимает различия между теорией и экспериментом [11].

Заметим, что вывод об усилении темпа релаксации энергии не противоречит результатам [9], где заключение о несущественном подавлении $\langle Q\rangle$ сделано с учетом только вклада отражения объемных фононов от свободной поверхности, без учета вклада поверхностных фононов, взаимодействие с которыми в данной области является доминирующим [6]. Этим объясняется также существенное усиление импульсной релаксации.

2. *Область частичной неупругости*: $(8ms^2\varepsilon_F^{1/2})\ll k_BT\ll(8ms^2W_0)^{1/2}$ (W_0 — *энергия основного состояния* ДНЗ *в одномерной яме*). В этой области основную роль играет взаимодействие с продольными фононами, энергия которых все еще определяется температурой решетки, а $q\sim2\bar{k}$, где $\bar{k}$ порядка либо k_F для вырожденного, либо $k_T\sim(2mk_BT/\hbar^2)^{1/2}$ для невырожденного газа ДНЗ [1], поэтому $c\simeq k_BT/2\hbar\bar{k}\gg s$ и бо́льшая часть участвующих во взаимодействии фононов распространяется поперек инверсионного слоя, рассеяние на которых носит неупругий характер.

Расчет $\langle\tau_p^{-1}\rangle$ и $\langle Q\rangle$ в данной области проводится с помощью формул

$$\langle\tau_p^{-1}\rangle=\frac{g}{2\tau_2N_sk_BT}\int\limits_0^\infty\varepsilon f_T(\varepsilon)\,I_1(\varepsilon)\,d\varepsilon,\quad\langle Q\rangle=\frac{gk_BT}{\tau_2N_s}\int\limits_0^\infty d\varepsilon f_{T_c}(\varepsilon)\,I_2(\varepsilon), \tag{20}$$

где

$$I_1(\varepsilon)=B^6\int\limits_{\tilde{\gamma}_0}y\,dy\,[(B^2+y^2)^{-3}-P_0^l(iB+y)^{-6}]\times$$
$$\times\{N_y[1-f(x+y)]+(N_y+1)[1-f(x-y)]\}, \tag{21}$$

$$I_2(\varepsilon)=B^6\int\limits_{\tilde{\gamma}_0}y^2dy\,[(B^2+y^2)^{-3}-P_0^l(iB+y)^{-6}]\left\{N_y\left[1-f\left(\frac{T}{T_c}(x+y)\right)\right]\times\right.$$
$$\left.\times\left[\exp\left(1-\frac{T}{T_c}\right)y-1\right]-(N_y+1)\left[1-f\left(\frac{T}{T_c}(x-y)\right)\right]\left[\exp\left(\frac{T}{T_c}-1\right)y-1\right]\right\}, \tag{22}$$

$$\frac{1}{\tau_2}=\frac{\varkappa^2m(k_BT)^2(1+D)^2}{2\pi\hbar^4\rho c_l^3},\quad P_0^l=\frac{\rho_1c_{1l}-\rho c_l}{\rho_1c_{1l}+\rho c_l},\quad x=\frac{\varepsilon-\varepsilon_F}{k_BT},\quad B=\frac{\hbar c_tb}{k_BT}.$$

Здесь b — параметр, входящий в вариационную волновую функцию Фэнга и Ховарда [10], ρ_1 — плотность SiO_2, $\tilde{\gamma}_0$ — отображение контура Γ, соответствующее замене переменной c в формулах (12) и (13) на $y=y_0\,(c^2/c_t^2-1)^{1/2}$, так что при $c=\sqrt{2}c_t$ $y=y_0=\hbar c_t q/k_B T$. Заметим, что при выводе (20)—(22) использовано приближение «толстого ДС» $L \gg \hbar/(c_{1l}^{-1}+c_{1t}^{-1})\,k_B T$, что фактически всегда имеет место. После выполнения контурного интегрирования в (21) и (22), а также интегрирования по ε в (20) с учетом условия $B \gg 1$ для $\langle\tau_p^{-1}\rangle$ и $\langle Q\rangle$ получим выражения

$$\langle\tau_p^{-1}\rangle = \tau_B^{-1}\,(1+P_0^l), \quad \langle Q\rangle = \langle Q\rangle_B\,(1+P_0^l), \tag{23}$$

отличающиеся от соответствующих выражений, выведенных без учета НУС в [1] для обеих статистик, только лишь множителем $1+P_0^l$. Вклад НУС обусловлен отражением нормально падающих продольных волн от свободной поверхности и границы раздела, с которыми в данной области температур взаимодействуют ДНЗ. При $c_l=9.04\cdot10^5$ см/с, $c_{1l}=5.97\cdot10^5$ см/с, $\rho\simeq2.33$ г/см^3, $\rho_1\simeq\simeq2.2$ г/см^3 получаем, что учет НУС приводит к уменьшению $\langle\tau_p^{-1}\rangle$ и $\langle Q\rangle$ по сравнению с τ_B^{-1} и $\langle Q\rangle_B$ примерно на 25 %, что, по-видимому, обусловлено уменьшением амплитуд взаимодействующих с ДНЗ волн в области SiO_2 [16]. Заметим, что из-за числовых неравенств $(D+1)^2 < 1$ и $c_t < c_l$ в Si необходимо учитывать также взаимодействие ДНЗ с поперечными фононами [1]; при этом влияние НУС на $\langle\tau_p^{-1}\rangle$ и $\langle Q\rangle$ описывается формулами (23) с заменой P_0^l на $P_0^t=(\rho c_t-\rho_1 c_{1t})/(\rho c_t+\rho_1 c_{1t})$. Для Si—$SiO_2$ при $c_t=5.42\cdot10^5$ см/с, $c_{1t}=4.76\cdot10^5$ см/с $P_0^t\simeq\simeq0.09$. Замена SiO_2 более мягким материалом приводит к уменьшению темпа релаксации на продольных фононах, тогда как для поперечных фононов он увеличивается. Если же значения упругих параметров ДС и полупроводника равны, то обусловленный НУС вклад в приближении толстого ДС отсутствует.

При отсутствии ДС вычисления $\langle\tau_p^{-1}\rangle$ и $\langle Q\rangle$ в случае статистики Ферми приводят к следующим результатам:

$$\langle\tau_p^{-1}\rangle = \frac{4\varkappa^2\,(2m)^{3/2}k_B T\,\varepsilon_F^{1/2}}{3\pi\rho c_l^2\hbar^4}\,\frac{1}{\eta^4}\,[2\,(1+D)-\eta^2]^2, \tag{24}$$

$$\langle Q\rangle = \frac{2\pi\varkappa^2 m^2 k_B^2\,(T_c^2-T^2)}{3\rho\hbar^4 c_l}\,\frac{1}{\eta^3}\,[2\,(1+D)-\eta^2]^2. \tag{25}$$

Таким образом, наличие свободной поверхности полупроводника приводит к изменению температурной и концентрационной зависимостей релаксационных характеристик. Следует отметить, что в рамках изотропной модели, т. е. при $D\to\infty$, (25) переходит в полученную в [9] формулу (41) (при $\bar{z}=0$).

3. *Область высоких температур*: $k_B T \gg (8ms^2W_0)^{1/2}$. В этой области энергия взаимодействующего фонона определяется областью локализации ДНЗ, т. е. шириной инверсионного канала d $\hbar\omega \sim 2\pi\hbar s d^{-1}$, а q — характерным значением двумерного волнового вектора ДНЗ [1]; в квантовом пределе $q \lesssim 2\pi/d$, поэтому энергия взаимодействующего фонона меньше средней тепловой энергии $k_B T$. Это позволяет электрон-фононное взаимодействие считать квазиупругим и в формулах (12), (13) пренебречь энергией фонона в аргументах f и в подкоренных выражениях.

Учитывая также то, что при высоких температурах $N_{cq} \simeq k_B T/\hbar c q \gg 1$, после контурного интегрирования для τ_p^{-1} получим

$$\frac{1}{\tau_p(\varepsilon)} = \frac{1}{\tau_0}\int\limits_0^1 \frac{y^{1/2}dy}{(1-y)^{1/2}}\left\{1+\frac{x}{(D+1)^2}\left[-\frac{1+2D}{1+x}-\frac{1+2D}{(1+x)^2}+\frac{\eta^2-3-4D}{3\,(1+x)^3}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\frac{\eta^2-1}{(1+x)^4}+\frac{4M_0}{3\,(1+x)^5}+\frac{4M_1}{3\,(1+x)^7}+\frac{4M_2}{3\,(1+x)^6}\right]\right\}_{x=(8m\varepsilon y/\hbar^2 b^2)^{1/2}}, \tag{26}$$

где

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{9\varkappa^2 m^{3/2}W_0^{1/2}k_B T}{8\sqrt{2}\,\pi\hbar^4\rho c_l^2}.$$

Последних три слагаемых в (26) обусловлены НУС. Коэффициенты M_0, M_1 и M_2 равны

$$M_0 \equiv m_0 = (\eta^2 - 1)^{-1} [8D^2 + 4D(3 - \eta^2) + 5 - 4\eta^2 + \eta^4],$$

$$M_1 \equiv m_1 = -6(4D + 3 - \eta^2), \quad M_2 = 18(\eta^2 - 1)$$

в отсутствие ДС и

$$M_0 = m_0 S(\eta^2 - 1)[1 - \eta_1^2 - 2\nu + \nu^2 + \nu^2(1 + \eta_1)^2] + 2S\eta^2[1 - \eta_1^2 - \nu(1 - \eta^2)],$$

$$M_1 = \frac{1}{6} m_1 S(\eta^2 - 1)[1 - \eta_1^2 - 2\nu + \nu^2(1 + \eta_1^2)], \quad M_2 = 18S(\eta^2 - 1)^2[1 - \eta_1^2 - 2\nu + \nu^2(1 + \eta_1^2)],$$

$$S^{-1} = (\eta_1^2 - 1)(\eta^2 + 1) + 2\nu + \nu^2(\eta^2 - 1)(\eta_1^2 + 1) + 2\nu\eta_1^2\eta^2,$$

$$\eta_1 = \frac{c_{1l}}{c_{1t}}, \quad \nu = \frac{\rho c_t^2}{\rho_1 c_{1t}^2}$$

при наличии ДС с толщиной $L \gg d/4\pi$.

По оценкам, для Si (100) в отсутствие ДС при $\varepsilon \sim \hbar^2/2md^2$ учет НУС приводит к увеличению τ_p^{-1} примерно на 13 %, что согласуется с результатами [13]. При наличии же ДС увеличение τ_p^{-1} составляет примерно 5.5 %.

Мощность энергетических потерь, согласно формулам (4) и (11), можно представить в виде

$$\langle Q \rangle = -\frac{\varkappa^2}{4\pi N_s} \int_0^\infty dz\, |\chi_0(z)|^2 \int_0^\infty dz'\, |\chi_0(z')|^2 \,\xi_{\nu\nu'} \left\{ \int d\mathbf{q} \sum_{(j)} \frac{P_{\mathbf{q}j}}{\omega_{\mathbf{q}j}} \Lambda_{\nu\nu'}^{(\mathbf{q}j)}(z, z') \right\}, \tag{27}$$

где

$$P_{\mathbf{q}j} = \hbar\omega_{\mathbf{q}j} \left\{ 1 - \exp\left[\hbar\omega_{\mathbf{q}j} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \Big/ k_B T \right] \right\} \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega_{\mathbf{q}j}}{k_B T}\right) - 1 \right]^{-1} \times$$

$$\times \sum_k f_{T_c}(\varepsilon_\mathbf{k})[1 - f_{T_c}(\varepsilon_\mathbf{k} + \hbar\omega_{\mathbf{q}j})]\,\delta(\varepsilon_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - \varepsilon_\mathbf{k} - \hbar\omega_{\mathbf{q}j}). \tag{28}$$

В рассматриваемом приближении $P_{\mathbf{q}j} \sim \hbar\omega_{\mathbf{q}j}$, поэтому входящий в (27) член в фигурных скобках пропорционален $\int d\mathbf{q} \sum_{(j)} \Lambda_{\nu\nu'}^{(\mathbf{q}j)}(z, z') = \delta_{\nu\nu'}\delta(z - z')$ из-за полноты собственных функций фононных мод независимо от наличия НУС. Следовательно, вклад НУС в $\langle Q \rangle$ появляется только во втором порядке $\hbar\omega/k_B T \simeq \simeq (8ms^2 W_0)^{1/2}/k_B T$. Окончательно в рассматриваемом приближении для $\langle Q \rangle$ получим

$$\langle Q \rangle = \frac{3mc_l^2}{\pi^2 \tau_0} \left\{ 1 + \frac{2\pi^2}{3} \left(\frac{D}{1 + D}\right)^2 \frac{\bar\varepsilon}{W_0} \right\} \frac{W_0}{\bar\varepsilon} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \left(\frac{T_c}{T}\right)^r, \tag{29}$$

где $r = 1$, $\bar\varepsilon = \varepsilon_F$ для статистики Ферми, $r = 0$, $\bar\varepsilon = k_B T$ для статистики Больцмана.

Следует также заметить, что в [1] при вычислении τ_p^{-1} и $\langle Q \rangle_в$ учтены только первые слагаемые в фигурных скобках (26) и (29). Расчет, однако, показывает, что для τ_p^{-1} это оправдано, если $\bar\varepsilon/W_0 \leqslant 10^{-3}$. При характерных значениях $\bar\varepsilon/W_0 \geqslant 10^{-2}$ последующие члены в (26) и (29), обусловленные взаимодействием ДНЗ с объемными фононами, преобладают и пренебрегать ими нельзя.

Авторы благодарны В. Карпусу, И. Б. Левинсону и С. М. Бадаляну за обсуждение полученных результатов.

Приложение

Входящую в (6а)—(6д) функцию $F_{\nu\nu'}$ можно представить в виде

$$F_{\nu\nu'}(\gamma_1, \delta_1, \gamma, \delta) = \frac{q}{2\pi c} \sum_{v=1}^{6} R_v^{\nu\nu'} \exp[iq(a_v z + a_v' z')], \tag{П.1}$$

	$v=1$	$v=2$	$v=3$	$v=4$	$v=5$	$v=6$
R_v^{xx}	γ^{-1}	δ	$\gamma^{-1}a_{21}^{(P)}$	$-\delta a_{23}^{(SV)}$	$\gamma^{-1}\delta a_{23}^{(P)}$	$\gamma^{-1}\delta a_{23}^{(P)}$
R_v^{zz}	γ	δ^{-1}	$-\gamma a_{21}^{(P)}$	$\delta^{-1}a_{23}^{(SV)}$	$a_{23}^{(P)}$	$a_{23}^{(P)}$
R_v^{xz}	1	-1	$a_{21}^{(P)}$	$a_{23}^{(SV)}$	$-\gamma^{-1}a_{23}^{(P)}$	$\gamma^{2}\delta a_{23}^{(P)}$
R_v^{zx}	-1	1	$-a_{21}^{(P)}$	$-a_{23}^{(SV)}$	$-\gamma^{2}\delta a_{23}^{(P)}$	$\gamma^{-1}a_{23}^{(P)}$
α_v	γ	δ	γ	δ	γ	δ
α'_v	$-\gamma$	$-\delta$	γ	δ	δ	γ

$R_v^{\nu\nu'}$, α_v и α'_v даны в таблице, где введены следующие обозначения:

$$a_{2i}^{(\lambda)} = Q^{-1}\left[L_i^{\lambda}(\gamma_1,\ \delta_1) + L_i^{\lambda}(-\gamma_1,\ -\delta_1) - L_i^{\lambda}(-\gamma_1,\ \delta_1) - L_i^{\lambda}(\gamma_1,\ -\delta_1)\right],\quad \lambda = P,\ SV;\ \ i = 1,\ 3,$$

$$Q(\gamma_1,\ \delta_1,\ \gamma,\ \delta) = \Phi(\gamma_1,\ \delta_1) + \Phi(-\gamma_1,\ -\delta_1) - \Phi(-\gamma_1,\ \delta_1) - \Phi(\gamma_1,\ -\delta_1),$$

$$\begin{gathered} L_1^{(P)}(\gamma_1,\ \delta_1) = 4\gamma_1\delta_1\varphi_1\left[2\mu_1^2\eta^{(-)}\varphi_1 + \mu^2\varkappa^{(-)} + \mu\mu_1(\varphi_1 - 2)\,\theta^{(+)}\right] + \varkappa_1^{(+)}\exp\left[iqL(\gamma_1+\delta_1)\right]\times \\ \times\left\{\mu^2\eta_1^{(+)}\varkappa^{(-)} - \mu_1^2\eta^{(-)}\varkappa_1^{(+)} + \mu\mu_1\left[2\theta_1^{(-)}\theta^{(+)} + \sigma(\varphi_1+2)(\varphi+2)\right]\right\}, \end{gathered} \tag{П. 2}$$

$$\begin{gathered} L_1^{(SV)}(\gamma_1,\ \delta_1) = 2\delta\left\{-2\gamma_1\delta_1\varphi_1\left[4\mu_1^2\varphi_1 + 4\mu^2\varphi + \mu\mu_1(\varphi_1-2)(\varphi-2)\right] + \right. \\ \left. + \varkappa_1^{(+)}\exp\left[iqL(\gamma_1+\delta_1)\right]\left[\mu_1^2\varkappa_1^{(+)} - 2\mu^2\varphi\eta_1^{(+)} - \mu\mu_1\theta_1^{(-)}(\varphi-2)\right]\right\}, \end{gathered} \tag{П. 3}$$

$$L_3^{(P)}(\gamma_1,\ \delta_1) = -\frac{\gamma}{\delta}L_1^{(SV)}(\gamma_1,\ \delta_1),\quad L_3^{(SV)}(\gamma_1,\ \delta_1) = L_1^{(P)}(\gamma_1,\ \delta_1)\Big|_{\substack{\gamma\to-\gamma\\ \delta\to-\delta}},$$

$$\Phi(\gamma_1,\ \delta_1) = -L_1^{(P)}(\gamma_1,\ \delta_1)\Big|_{\delta\to-\delta},$$

$$\left.\begin{gathered} \varkappa^{(\pm)} = 4\gamma\delta \pm (\delta^2-1)^2,\quad \theta^{(\pm)} = \delta^2 - 1 \pm 2\gamma\delta,\quad \mu = \rho c_t^2, \\ \eta^{(\pm)} = 1 \pm \gamma\delta,\quad \varphi = \delta^2 - 1,\quad \sigma = \gamma_1\delta - \gamma\delta_1, \\ \gamma = \left(\frac{c^2}{c_l^2} - 1\right)^{1/2},\quad \delta = \left(\frac{c^2}{c_t^2} - 1\right)^{1/2},\quad \gamma_0 = -i\gamma,\quad \delta_0 = -i\delta. \end{gathered}\right\} \tag{П. 4}$$

Входящие в (П. 2) и (П. 3) величины с индексом 1 получаются из (П. 4) заменой $c_l \to c_{1l}$, $c_t \to c_{1t}$, $\rho \to \rho_1$.

Список литературы

[1] Карпус В. // ФТП. 1986. Т. 20. В. 1. С. 12—19.
[2] Гусев Г. М., Квон З. Д., Овсюк В. Н. // ЖЭТФ. 1987. Т. 93. В. 1. С. 206—214.
[3] Долгополов В. Т., Шашкин А. А., Дорожкин С. И., Выродов Е. А. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. В. 6. С. 2113—2123.
[4] Shinba Y., Nakamura K. // J. Phys. Soc. Japan. 1981. V. 50. N 1. P. 114—120.
[5] Shinba Y., Nakamura K., Fukuchi M., Sakata M. // J. Phys. Soc. Japan. 1982. V. 51. N 1. P. 157—163.
[6] Shinba Y., Nakamura K., Fukuchi M., Sakata M. // J. Phys. Soc. Japan. 1982. V. 51. N 12. P. 3908—3914.
[7] Krowne C. M. // J. Appl. Phys. 1983. V. 54. N 5. P. 2441—2454.
[8] Вартанян А. Л., Киракосян А. А. // Тез. докл. XIII Всес. совещ. по теории полупроводников. Ереван, 1987. С. 70
[9] Бадалян С. М., Левинсон И. Б. // ФТТ. 1988. Т. 30. В. 9. С. 2764—2772.
[10] Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М., 1985. 415 с.
[11] Kawaguchi Y., Kawaji S. // Surf. Sci. 1980. V. 98. P. 211—217.
[12] Ancona M. G. // Surf. Sci. 1985. V. 161. P. 147—155.
[13] Ezawa H., Kawaji S., Nakamura K. // Japan. J. Appl. Phys. 1974. V. 13. N 1. P. 126—155.
[14] Киракосян А. А., Вартанян А. Л. // Межвуз. сб. науч. тр. Ереван, 1987. № 8-9. С. 234—240.
[15] Гантмахер В. Ф., Левинсон И. Б. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М., 1984. 350 с.
[16] Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М., 1973. 343 с.

Ереванский
государственный университет

Получена 20.02.1989
Принята к печати 9.06.1989