

## ГХ-ПЕРЕНОС В РЕАЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ: ВКЛАД РАССЕЯНИЯ НА МЕЖДОЛИННЫХ ФОНОНАХ

Грибников З. С., Райчев О. Э.

Рассчитан коэффициент прохождения  $\Gamma$ -электронов, падающих на резкую гетерограницу, пройдя которую они становятся  $X$ -электронами. Этот переход может быть как бесфононным, так и с приграничным поглощением или испусканием междолинного фонона. В последних случаях расчет может быть выполнен в рамках метода эффективной массы; результаты такого расчета показывают, что вклад этого процесса как качественно (энергетические и температурные зависимости), так и количественно близок к бесфононному вкладу. Бесфононный вклад учтен на основе полуфеноменологической модели, удовлетворительно подтверждаемой микротемпературной. ГХ-переход в реальном пространстве может быть эффективен в приборах с  $N$ -ОДП. Обсуждены способы экспериментального разделения вкладов от указанных выше механизмов ГХ-переноса.

1. Начиная с первых работ [1, 2] перенос электронов в реальном пространстве рассматривался всегда с сохранением типа долины:  $\Gamma$ -электроны при переносе через гетеропереход оставались  $\Gamma$ -электронами, а  $X$ -электроны оставались  $X$ -электронами. Такое описание адекватно в тех случаях, когда последовательность расположения долин на энергетической шкале слева и справа от гетероперехода одна и та же, что отвечает, например, случаю  $\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -перехода при  $x < 0.45$ . Однако при  $x > 0.45$  эта последовательность в данной гетеропаре нарушается, и по мере роста  $x$  все настоятельнее необходимо учитывать переходы с изменением типа долины на самой поверхности гетероперехода.

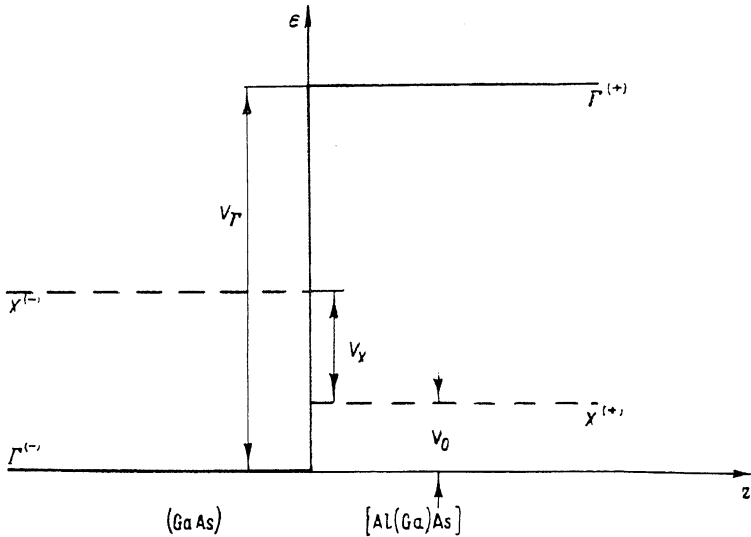
Отметим, что при практическом использовании переноса в реальном пространстве для получения  $N$ -образных ВАХ и приборов типа ганновских диодов [1, 2] применение гетеропар с ГХ-переходом может оказаться существенно эффективнее, поскольку при таком переходе резко — во много раз — увеличивается эффективная масса электрона, так что должно резко увеличиться отношение  $I_{\text{peak}}/I_{\text{valley}}$  (максимального и минимального токов на участке  $N$ -ОДП). При этом все практические преимущества переноса в реальном пространстве — технологически управляемый подбор параметров ВАХ — сохраняются.

Выделим два типа междолинных переходов на гетерогранице. Первый тип — непосредственные переходы на резкой гетерогранице, связанные с возможностью сколь угодно сильного изменения при взаимодействии с границей поперечного волнового вектора  $k_x$  (при неизменной полной энергии и продольном волновом векторе  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_\parallel$ ). Такие переходы с недавних пор привлекаются для описания туннельного тока через ГХГ- и ГХГХГ-структуры, в которых в качестве  $\Gamma$ -материала обычно выступает  $\text{GaAs}$ , а в качестве  $X$ -материала либо  $\text{AlAs}$ , либо  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  при  $x > 0.45$  (см., например, [3-5]). Вероятности этих переходов, как правило, рассчитываются численно с применением метода псевдопотенциала. Подобные расчеты [3] указывают на существенную величину вклада ГХ-переходов.

Второй тип междолинных переходов на границе — приповерхностное междолинное рассеяние с испусканием или поглощением междолинного фонона. Этот вклад может быть рассчитан с использованием метода эффективной массы

и объемных значений константы взаимодействия электрона с междолинным фононом. На возможную роль этого вклада указал, в частности, Прайс [6]. Цель настоящей работы — сравнение вкладов этих двух типов. Учет вклада первого типа (бесфононного) выполнен на основе полуэмпирической модели [7], дающей удовлетворительное согласие с псевдопотенциальными расчетами. Сравниваются значения коэффициентов прохождения электронов через одиночные гетерограницы. Сделан вывод о возможном существенном вкладе фононного рассеяния (которым авторы большинства работ пренебрегают). Указаны возможные способы разделения вкладов каждого из типов переходов.

2. При бесфононном переходе через гетерограницу типа (100) условие сохранения  $k$  оставляет возможными переходы только в ту из трех  $X$ -долин, чья ось большой массы нормальна гетерогранице (долина  $X_1$ ). Следуя работе [7],



Энергетическая диаграмма гетероперехода.

рассмотрим прохождение гетерограницы с помощью следующих уравнений:  $z < 0$  (GaAs)

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{\Gamma}^{(-)}} \frac{\partial^2 \Psi_{\Gamma}^{(-)}}{\partial z^2} = \left( \varepsilon - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{\Gamma}^{(-)}} \right) \Psi_{\Gamma}^{(-)}, \quad (1)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2M_X^{(-)}} \frac{\partial^2 \Psi_X^{(-)}}{\partial z^2} = \left( \varepsilon - V_0 - V_X - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_X^{(-)}} \right) \Psi_X^{(-)}, \quad (2)$$

$z > 0$  (AlGaAs)

$$-\frac{\hbar^2}{2m_{\Gamma}^{(+)}} \frac{\partial^2 \Psi_{\Gamma}^{(+)}}{\partial z^2} = \left( \varepsilon - V_{\Gamma} - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{\Gamma}^{(+)}} \right) \Psi_{\Gamma}^{(+)}, \quad (3)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2M_X^{(+)}} \frac{\partial^2 \Psi_X^{(+)}}{\partial z^2} = \left( \varepsilon - V_0 - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_X^{(+)}} \right) \Psi_X^{(+)}, \quad (4)$$

решаемых с граничными условиями на гетеропереходе

$$\Psi_{\Gamma}^{(-)}(0) = \Psi_{\Gamma}^{(+)}(0), \quad \Psi_X^{(-)}(0) = \Psi_X^{(+)}(0), \quad (5)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{1}{m_{\Gamma}^{(+)}} \frac{\partial \Psi_{\Gamma}^{(+)}}{\partial z} \Big|_{+0} - \frac{1}{m_{\Gamma}^{(-)}} \frac{\partial \Psi_{\Gamma}^{(-)}}{\partial z} \Big|_{-0} \right) + \alpha \Psi_X(0) = 0; \quad (6)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2} \left( \frac{1}{M_X^{(+)}} \frac{\partial \Psi_X^{(+)}}{\partial z} \Big|_{+0} - \frac{1}{M_X^{(-)}} \frac{\partial \Psi_X^{(-)}}{\partial z} \Big|_{-0} \right) + \alpha \Psi_{\Gamma}(0) = 0.$$

В этих формулах и далее под  $X$ -долиной понимается одна только  $X_1$ -долина. В уравнениях (1)–(6)  $m_{\Gamma}^{(\pm)}$  — масса  $\Gamma$ -электронов,  $m_X^{(\pm)}$  — поперечные массы  $X$ -электронов,  $M_X^{(\pm)}$  — продольные (тяжелые) массы  $X$ -электронов; параметры

$V_0$ ,  $V_\Gamma$ ,  $V_X$  указаны на рисунке. Из микротеории к параметрам метода эффективной массы добавляется один пограничный параметр  $\alpha$ , фигурирующий в уравнениях (6). Он дает интенсивность смешивания  $\Gamma$ - и  $X$ -состояний на границе и зависит от резкости гетерограницы. Его можно определить из сравнения с экспериментом или же с псевдопотенциальными расчетами. По порядку поправки, воспользовавшись которой можно существенно упростить выкладки.

Рассмотрим прохождение электронной волны ( $k_z = k_0$ ) в  $\Gamma$ -долине, падающей слева (см. рисунок) на гетерограницу. Такая волна в силу малости  $\alpha$  почти целиком отражается при  $\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m_\Gamma^{(-)}} < V_\Gamma + \frac{\hbar^2 k^2}{2} \left( \frac{1}{m_\Gamma^{(+)}} - \frac{1}{m_\Gamma^{(-)}} \right)$ , однако при  $\frac{\hbar^2 k_0^2}{2m_\Gamma^{(-)}} > V_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2} \left( \frac{1}{m_X^{(+)}} - \frac{1}{m_\Gamma^{(-)}} \right)$  имеет место слабое проникновение  $\Gamma$ -электронов в  $X$ -долину, так что коэффициент отражения несколько меньше единицы, а коэффициент прохождения равен

$$T_{\Gamma X} \equiv T_{\Gamma X}(k_z, \mathbf{k}) = 1 - R \simeq \frac{16\alpha^2}{\hbar^4} \frac{k_0 k'_0}{m_\Gamma^{(-)} M_X^{(+)}} \left[ \left( \frac{k_0^2}{m_\Gamma^{(-)2}} + \frac{g_0^2}{m_\Gamma^{(+)2}} \right) \left( \frac{k_0'^2}{M_X^{(+)2}} + \frac{g'^2}{M_X^{(-)2}} \right) \right]^{-1}, \quad (7)$$

где

$$g_0^2 = k^2 + \frac{2m_\Gamma^{(+)}}{\hbar^2} (V_\Gamma - \epsilon_k) > 0, \quad (8)$$

$$k_0'^2 = \frac{2M_X^{(+)}}{\hbar^2} \left( \epsilon_k - V_0 - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_X^{(+)}} \right) > 0, \quad (9)$$

$$g'^2 = \frac{2M_X^{(-)}}{\hbar^2} \left( V_0 + V_X - \epsilon_k + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_X^{(-)}} \right) > 0, \quad (10)$$

$$\epsilon_k = \frac{\hbar^2 (k^2 + k_0^2)}{2m_\Gamma^{(-)}}. \quad (11)$$

Очевидно, что та же формула (7) описывает и коэффициент обратного прохождения для электрона из  $X^{(+)}$ -долины с  $k_z = -k'_0$  в  $\Gamma^{(-)}$ -долину (где прошедший электрон приобретает поперечный волновой вектор  $k_0$ ).

Обратим здесь внимание на две особенности полученных формул: 1) зависимость  $T_{\Gamma X}$  около порога прохождения, определяемого условием (9), имеет вид

$$T_{\Gamma X} \sim \sqrt{\epsilon_k - V_0 - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_X^{(+)}}}, \quad (7')$$

2) на пороге прохождения из  $\Gamma^{(-)}$ -долины в  $X^{(+)}$ -долину попадают только электроны нормального падения. По мере превышения  $\epsilon_k$  над порогом  $V_0$  угол вхождения растет, а при  $\epsilon_k > V_0 \left( 1 - \frac{m_\Gamma^{(-)}}{m_X^{(+)}} \right)$  ограничения на угол вылета уже касаются не  $\Gamma$ -электронов, а  $X$ -электронов, движущихся справа налево (см. рисунок).

Усредняя коэффициент прохождения  $T_{\Gamma X}(k, k_z)$  вблизи порога по поверхности, равной энергии  $\epsilon = \epsilon_k = \frac{\hbar^2 (k^2 + k_z^2)}{2m_\Gamma^{(-)}}$ , получим

$$T_{\Gamma X}(\epsilon) = \frac{\int d^2\mathbf{k} \int_0^\infty dk_z T_{\Gamma X}(\mathbf{k}, k_z) k_z \delta(\epsilon - \epsilon_k)}{\int d^2\mathbf{k} \int_0^\infty dk_z k_z \delta(\epsilon - \epsilon_k)} \simeq A_{\Gamma X}(\epsilon - V_0)^{1/2}, \quad (12)$$

где

$$A_{\Gamma X} = \frac{16\alpha^2}{3\hbar^2} \frac{M_X^{(-)} m_X^{(+)}}{(M_X^{(+)} m_\Gamma^{(-)})^{1/2}} \left/ \left( V_X V_0^{1/2} \left[ V_0 + \frac{m_\Gamma^{(-)}}{m_\Gamma^{(+)}} (V_\Gamma - V_0) \right] \right) \right. \quad (13)$$

Выражение для введенного аналогичным образом обратного коэффициента прохождения (из  $X_1^{(+)}$ -долины в  $\Gamma^{(-)}$ -долину)  $T_{X\Gamma}(\epsilon)$  имеет вид

$$T_{X\Gamma}(\varepsilon) = A_{\Gamma X} \frac{m_{\Gamma}^{(-)}}{m_X^{(+)}} V_0(\varepsilon - V_0)^{1/2} = A_{\Gamma X} \frac{m_{\Gamma}^{(-)}}{m_X^{(+)}} V_0 \varepsilon'^{1/2}, \quad (12')$$

где  $\varepsilon'$  — энергия, отсчитанная от дна  $X^{(+)}$ -долины.

Умножая коэффициенты  $T_{\Gamma X}(\varepsilon)$  или  $T_{X\Gamma}(\varepsilon)$  на стеночные потоки  $\Gamma$ - или  $X$ -электронов с заданной энергией [соответственно  $g_{\Gamma}^{(-)}(\varepsilon)v_{\Gamma}^{(-)}(\varepsilon)f_{\Gamma}^{(-)}(\varepsilon)$  и  $g_X^{(+)}(\varepsilon) \times v_X^{(+)}(\varepsilon)f_X^{(+)}(\varepsilon)$ , где  $g_{\Gamma, X}(\varepsilon)$  — плотности состояний,  $f_{\Gamma, X}(\varepsilon)$  — изотропные составляющие функций распределения,  $v_{\Gamma, X}(\varepsilon)$  — средние  $z$ -компоненты скорости электронов при заданной кинетической энергии  $\varepsilon$ ], получим потоки проходящих электронов при заданной  $\varepsilon$ ; интегрируя их с  $d\varepsilon$ , легко получить полные потоки проходящих электронов (в невырожденном случае). Вырожденные также нетрудно учесть.

3. При  $\Gamma X$ -переходах с испусканием или поглощением междолинных фононов полностью остаемся в рамках метода эффективной массы и борновского приближения. При этом в  $\Gamma$ -долинах решаем уравнения (1) и (3) с первыми из граничных условий (5) и (6) при  $\alpha=0$ , а в  $X_{1,2}$ -долинах — уравнения (2) и (4) со вторыми из условий (5) и (6) при  $\alpha=0$ . Аналогичные уравнения решаются и для  $X_2$ -долин, в которых оси больших масс параллельны гетерогранице, лежащей в плоскости типа (100). Между состояниями в  $\Gamma^{(-)}$ -долинах и в  $X_{1,2}^{(+)}$ -долинах могут быть переходы с участием междолинных фононов, вероятности которых определяются формулами

$$W_{\Gamma X_{1,2}}^{(\pm)}(\mathbf{k}, k_z; \mathbf{k}', k'_z; \mathbf{q}, q_z) = \frac{\pi D_{\Gamma X}^2}{\rho \omega_{\Gamma X} L_z^3} \left( N_{\Gamma X} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \delta_{\mathbf{k}', \mathbf{k} \mp \mathbf{q}} \times \\ \times \delta(\varepsilon_{\Gamma}(\mathbf{k}, k_z) - \varepsilon_{X_{1,2}}(\mathbf{k}', k'_z) - V_0 \mp \hbar \omega_{\Gamma X}) \frac{1}{L_z^2} |I_{\Gamma X_{1,2}}^{(\pm)}(k_z, k; k'_z, k'; q_z)|^2, \quad (14)$$

где  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  отсчитываются от центров своих долин,  $\omega_{\Gamma X}$  — частота объемного междолинного фонона, полагаемая приближенно одинаковой по обе стороны от гетерограницы,  $(\mathbf{q}, q_z)$  — волновой вектор фонона за вычетом волнового вектора центра  $X$ -долины,  $N_{\Gamma X}$  — число междолинных фононов, вычисляемое по формуле Планка,  $D_{\Gamma X}$  — константа взаимодействия электрона с междолинным фононом (также равная по обе стороны гетероперехода),  $L^3$  — нормировочный объем фонона,  $L_z$  — нормировочная длина электрона,

$$I_{\Gamma X_{1,2}}^{(\pm)}(k_z, k; k'_z, k'; q_z) = \int_{-\infty}^{\infty} dz F_{\Gamma}^*(z) F_{\Gamma}(z) e^{\mp i q_z z}, \quad (15)$$

$F_{\Gamma}(z)$  — огибающая волновая функция  $\Gamma$ -электрона, из которой вычленен множитель  $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$  (где  $\mathbf{r}$  — двумерный вектор в плоскости гетерограницы),  $F_{X_{1,2}}(z)$  — аналогичная функция для  $X_{1,2}$ -электрона. На самом деле только  $F_{\Gamma}(z)$  и  $F_{X_{1,2}}(z)$  не зависят от направления векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$  соответственно; функция же  $F_{X_{1,2}}(z)$ , вообще говоря, зависит от направления  $k'$ , так что и весь интеграл  $I_{\Gamma X_{1,2}}^{(\pm)}$  зависит от этого направления. Оказывается, однако, что эта зависимость несущественна при вычислении  $W_{\Gamma X_{1,2}}^{(\pm)}$ , если

$$\frac{m_X^{(+)}}{M_X^{(+)}} = \frac{m_X^{(-)}}{M_X^{(-)}}. \quad (16)$$

Для гетеропары GaAs/AlAs равенство (16) приближенно выполняется (см. обзор [8]), хотя и нет видимой причины его достоверности.

Функции  $F_{X_{1,2}}(z)$  и  $F_{\Gamma}(z)$  в интересующем нас диапазоне энергий имеют вид стоячих волн (в полупространствах  $z > 0$  и  $z < 0$  соответственно), экспоненциально затухающих в «чужих» полупространствах. Пространственные периоды осцилляций и длины затухания этих функций определяют величину интегралов (15). В частности, имеем

$$I_{\Gamma X}^{\pm} = \frac{4k_0 k'_0}{m_{\Gamma}^{(-)} M_X^{(+)}} \left[ \left( \frac{k'_0}{M_X^{(+)}} - \frac{ig'}{M_X^{(-)}} \right) \left( \frac{k_0}{m_{\Gamma}^{(-)}} + \frac{ig_0}{m_{\Gamma}^{(+)}} \right) \right]^{-1} \times \\ \times \left[ \frac{g_0 \pm iq_z + \frac{M_X^{(+)}}{M_X^{(-)}} g'}{(g_0 \pm iq_z)^2 + k_0'^2} + \frac{g' \mp iq_z + \frac{m_{\Gamma}^{(-)}}{m_{\Gamma}^{(+)}} g_0}{(g' \mp iq_z)^2 + k_0^2} \right], \quad (17)$$

где  $k_0 = k_z$ ,  $k'_0 = k'_z$ ,  $g_0$  определяется по формуле (8), в которой  $\varepsilon_k = \varepsilon_{\Gamma}(k, k_z) = = \hbar^2(k^2 + k_z^2)/2m_{\Gamma}^{(-)}$ , а  $g'$  определяется с помощью формулы

$$g'^2 = M_X^{(-)} \left[ \frac{2V_X}{\hbar^2} - \frac{k_z'^2}{M_X^{(+)}} - k'^2 \left( \frac{1}{m_X^{(-)}} - \frac{1}{m_X^{(+)}} \right) \right]. \quad (10')$$

Для получения  $I_{\Gamma X}^{\pm}$  можно также использовать правую часть (17), заменив там  $M_X^{(\pm)}$  на  $m_X^{(\pm)}$ ; при этом сохраняются обозначения  $k_0 = k_z$  и  $k'_0 = k'_z$ , а  $g'$  получается с помощью формулы

$$g'^2 = m_X^{(-)} \left[ \frac{2V_X}{\hbar^2} - \frac{k_z'^2}{m_X^{(+)}} + k'^2 \left( \frac{1}{m_X^{(-)}} - \frac{1}{m_X^{(+)}} \right) + k_y'^2 \left( \frac{1}{M_X^{(-)}} - \frac{1}{M_X^{(+)}} \right) \right] \quad (10'')$$

(или такой же формулы с заменой  $k'_z \rightleftharpoons k'_y$ ).

Полученные вероятности  $W_{\Gamma X_{1,2}}^{\pm}(\mathbf{k}, k_z; \mathbf{k}', k'_z; \mathbf{q}, q_z)$  имеют размерности обратного времени и могут быть непосредственно использованы для вычисления полных потоков через гетеропереход с помощью формул

$$J_{\Gamma X_{1,2}}^{\pm} = \sum_{\substack{\mathbf{k}, k_z, \mathbf{k}', k'_z \\ \mathbf{q}, q_z}} W_{\Gamma X_{1,2}}^{\pm}(\mathbf{k}, k_z; \mathbf{k}', k'_z; \mathbf{q}, q_z) \{ f_{\Gamma}^{(>)}(\mathbf{k}, k_z) \times \\ \times (1 - f_{X_{1,2}}^{(<)}) - f_{X_{1,2}}^{(>)}(\mathbf{k}', k'_z) (1 - f_{\Gamma}^{(<)}) \}, \quad (18)$$

где  $f_{\Gamma}^{(>)}$  ( $\mathbf{k}, k_z$ ),  $f_{\Gamma}^{(<)}$  ( $\mathbf{k}, k_z$ ) — функции распределения  $\Gamma$ -электронов, падающих на поверхность гетероперехода и летящих от нее в  $\Gamma$ -полупроводнике ( $z < 0$ ),  $f_{X_{1,2}}^{(>)}$  ( $\mathbf{k}', k'_z$ ) и  $f_{X_{1,2}}^{(<)}$  ( $\mathbf{k}', k'_z$ ) — функции распределения  $X_{1-}$  или  $X_{2-}$  электронов в  $X$ -полупроводнике ( $z > 0$ ), летящих к гетеропереходу и от него соответственно. Ввиду принятого выше предположения о малости проходящего тока, обусловленного либо вычисляемым здесь рассеянием, либо описанным в разделе 2 слабым бесфононным переходом, имеем  $f_{\Gamma}(\mathbf{k}_z) = f_{\Gamma}(-\mathbf{k}_z)$  и  $f_{X_{1,2}}(k'_z) = f_{X_{1,2}}(-k'_z)$ , т. е. обозначения ( $\geq$ ) можно опустить. В формуле (18) использованы значения функций распределения на поверхности гетероперехода (слева и справа от него), т. е. предполагается, что пространственное изменение этих функций существенно более плавное, чем затухание волновых функций, определяющие величину  $W_{\Gamma X_{1,2}}^{\pm}$ .

Выражение для полных потоков удобно записать в виде

$$J_{\Gamma X_{1,2}}^{\pm} = \sum_{\mathbf{k}, k_z} T_{\Gamma X_{1,2}}^{\pm}(\mathbf{k}, k_z) J_{\Gamma}(\mathbf{k}, k_z) + \sum_{\mathbf{k}', k'_z} T_{X_{1,2} \Gamma}^{\pm}(\mathbf{k}', k'_z) J_{X_{1,2}}(\mathbf{k}', k'_z), \quad (19)$$

где потоки электронов в долинах определены формулами

$$J_{\Gamma}(\mathbf{k}, k_z) = \frac{f_{\Gamma}^{(>)}(\mathbf{k}, k_z)}{L_z} v_z^{(\Gamma)}(\mathbf{k}, k_z); \quad J_{X_{1,2}}(\mathbf{k}', k'_z) = \frac{f_{X_{1,2}}^{(>)}(\mathbf{k}', k'_z)}{L_z} v_z^{(X_{1,2})}(\mathbf{k}', k'_z). \quad (20)$$

Здесь  $v_z^{(\Gamma)}$  и  $v_z^{(X_{1,2})}$  — соответствующие  $z$ -компоненты групповых скоростей электронов. Сравнение (19) с (18) позволяет ввести коэффициенты прохождения

$$T_{\Gamma X_{1,2}}^{\pm}(\mathbf{k}, k_z) = \frac{L_z}{|v_z^{(\Gamma)}(\mathbf{k}, k_z)|} \sum_{\mathbf{k}', k'_z; \mathbf{q}, q_z} W_{\Gamma X_{1,2}}^{\pm} (1 - f_{X_{1,2}}^{(<)}) \quad (21)$$

$$T_{X_{1,2} \Gamma}^{\pm}(\mathbf{k}, k_z) = \frac{L_z}{|v_z^{(X_{1,2})}(\mathbf{k}, k_z)|} \sum_{\mathbf{k}, k_z; \mathbf{q}, q_z} W_{\Gamma X_{1,2}}^{\pm} (1 - f_{\Gamma}^{(<)})$$

Коэффициенты (21) отличаются от коэффициента (7) по определению искусственным введением множителя  $(1-f_{\Gamma})$  или  $(1-f_{X_1,2})$ , учитывающего возможное статистическое вырождение и не появляющегося в одночастичном приближении раздела 2.

В невырожденном случае имеем

$$T_{\Gamma X_1}^{(\pm)}(\mathbf{k}, k_z) = \frac{\pi}{(2\pi\hbar)^3} \frac{D_{\Gamma X}^2}{\rho\omega_{\Gamma X}} \left( N_{\Gamma X} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \frac{m_{\Gamma}^{(-)} m_{X_1}^{(+)}}{k_z} \int_{-\infty}^{\infty} dq_z \int_0^{k_z' \frac{(\pm)}{m_{X_1}^{(\pm)}}} dk_z' |I_{\Gamma X_1}^{(\pm)}|^2, \quad (22)$$

где

$$k_z' \frac{(\pm)}{m_{X_1}^{(\pm)}} = \frac{M_X^{(\pm)}}{m_{\Gamma}^{(\pm)}} (k^2 + k_z^2) - \frac{2M_X^{(\pm)}}{\hbar^2} (V_0 \pm \hbar\omega_{\Gamma X}), \quad (23)$$

а вместо формулы (10') для  $g'^2$  следует использовать выражение

$$g'^2 = g_{(\pm)}'^2 = \frac{2V_X M_X^{(-)}}{\hbar^2} + \frac{m_X^{(+)} M_X^{(-)}}{m_X^{(+)} M_X^{(-)}} (k_z' \frac{(\pm)}{m_{X_1}^{(\pm)}} - k_z'^2) - \frac{M_X^{(-)}}{M_X^{(+)}} k_z' \frac{(\pm)}{m_{X_1}^{(\pm)}}. \quad (24)$$

Здесь и далее предполагалось, что  $V_X, V_0 > \hbar\omega_{\Gamma X}$ ,  $V_{\Gamma} - V_0 > \hbar\omega_{\Gamma X}$ . Используя (15), нетрудно убедиться в том, что

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dq_z |I_{\Gamma X_1}^{(\pm)}|^2 &= 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} dz |F_{\Gamma}(z)|^2 |F_{X_1}(z)|^2 = \\ &= \left( \frac{8\pi k_0^2 k_0'^2}{M_X^{(+)} m_{\Gamma}^{(-)}} \right) \left[ \left( \frac{k_0'^2}{M_X^{(+)} + \frac{g_{(\pm)}'^2}{M_X^{(-)}}} \right) \left( \frac{k_0^2}{m_{\Gamma}^{(-)}} + \frac{g_0^2}{m_{\Gamma}^{(+)}} \right) \right]^{-1} \times \\ &\times \left[ \frac{1}{g_{(\pm)}'} + \frac{1}{g_0} + \frac{1}{g_{(\pm)}'} \frac{\left( g_{(\pm)}' + \frac{m_{\Gamma}^{(-)}}{m_{\Gamma}^{(+)}} g_0 \right)^2}{g_{(\pm)}'^2 + k_0^2} + \frac{1}{g_0} \frac{\left( g_0 + \frac{M_X^{(+)}}{M_X^{(-)}} g_{(\pm)}' \right)^2}{g_0^2 + k_0'^2} \right]. \quad (25) \end{aligned}$$

Прохождение электронов, связанное с контактным междолинным рассеянием, начинается с порогового импульса  $\hbar k_z' \frac{(\pm)}{m_{X_1}^{(\pm)}} = 0$  или с пороговой энергии

$$V_0^{(\pm)} = \frac{\hbar^2}{2m_{\Gamma}^{(\pm)}} (k^2 + k_z^2) \Big|_{\text{th}} = V_0 \pm \hbar\omega_{\Gamma X}. \quad (26)$$

При достаточно низких температурах интерес представляют значения  $T_{\Gamma X_1}^{(\pm)}$  вблизи порога, т. е. при достаточно малых превышениях энергии  $\Gamma$ -электронов над  $V_0^{(\pm)}$ . При этом в выражении (25) изменением всех величин, кроме  $k_0'^2 = = k_z'^2$ , в первом сомножителе можно пренебречь; тогда

$$T_{\Gamma X_1}^{(\pm)}(\mathbf{k}, k_z) \sim (\varepsilon_{\Gamma}(\mathbf{k}, k_z) - V_0^{(\pm)})^{3/2}. \quad (27)$$

Хотя детальное пороговое поведение (27) заметно отличается от даваемого формулой (7), однако оно совпадает (с точностью до замены  $V_0$  на  $V_0^{(\pm)}$ ) с усредненным поведением (12). Последнее обусловлено тем, что из-за несохранения продольного импульса (с передачей его фонону) в (27) аналогичное усреднение практически выполнено.

Подобное (22) выражение для  $T_{\Gamma X_2}^{(\pm)}(\mathbf{k}, k_z)$  нетрудно написать лишь при принятии условия (16). В этом случае достаточно выполнить замены  $m_X^{(\pm)}$  на  $(m_X^{(\pm)} M_X^{(\pm)})^{1/2}$  в (22);  $M_X^{(\pm)}$  на  $m_X^{(\pm)}$  и  $M_X^{(-)}$  на  $m_X^{(-)}$  в (25) и в определениях (23) и (24) величин  $k_z' \frac{(\pm)}{m_{X_1}^{(\pm)}}$  и  $g_{(\pm)}'$ . Очевидно, что на пороге  $T_{\Gamma X_2}^{(\pm)}$  отличается от  $T_{\Gamma X_1}^{(\pm)}$  только опущенным в (27) коэффициентом.

Обратные коэффициенты прохождения  $T_{X_1,2}^{(\pm)}$ , также фигурирующие в выражении (19), нетрудно получить аналогичным образом. Их зависимость от энергии  $X$ -электрона  $\varepsilon' = \varepsilon_{X_1,2}^{(\pm)}$  при малых значениях  $\varepsilon'$  аналогична зависимости (12'):  $T_{X_1,2}^{(\pm)} \sim \varepsilon'^{1/2}$ .

4. Выполняя по аналогии с (12) усреднение полученных выше выражений для  $T_{\Gamma X_1, 2}^{\pm}(\mathbf{k}, k_z)$  и  $T_{X_1, 2, \Gamma}^{\pm}(\mathbf{k}', k'_z)$  вблизи пороговых значений  $\varepsilon_{\Gamma}^{(\pm)} \simeq V_0^{(\pm)}$  и  $\varepsilon_X^{(\pm)} \simeq 0$ , получим зависимости  $T_{\Gamma X_1, 2}^{\pm}(\varepsilon)$  и  $T_{X_1, 2, \Gamma}^{\pm}(\varepsilon)$ , причем  $T_{\Gamma X_1, 2}^{\pm} \simeq A_{\Gamma X_1, 2}^{\pm}(\varepsilon - V_0^{(\pm)})^{1/2}$  [ср. с (12)]. Коэффициенты  $A_{\Gamma X_1, 2}^{\pm}$  даются несколько громоздкой формулой

$$\begin{aligned}
 A_{\Gamma X_1}^{\pm} = & \frac{\sqrt{2} D_{\Gamma X}^2}{3\pi\hbar^2\rho\omega_{\Gamma X}} \left( N_{\Gamma X} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \frac{1}{V_0^{(\pm)} V_X} \frac{M_X^{(-)} m_X^{(+)}}{M_X^{(+)} V_X} \left\{ \frac{k_m^{(\pm)}}{\alpha} + \right. \\
 & + \frac{2m_{\Gamma}^{(+)}}{m_{\Gamma}^{(+)} + m_{\Gamma}^{(-)}} \arcsin \frac{k_m^{(\pm)}}{k_l^{(\pm)}} + \frac{2m_{\Gamma}^{(-)} \alpha}{(m_{\Gamma}^{(+)} - m_{\Gamma}^{(-)})^2 V_X k_l^{(\pm)}} \left[ \frac{m_{\Gamma}^{(+)}{}^2}{m_{\Gamma}^{(-)}{}^2} \beta_1^{(\pm)} + \frac{M_X^{(+)}}{M_X^{(-)}} \right] \times \\
 & \times \operatorname{arctg} \left[ \frac{k_m^{(\pm)}}{k_l^{(\pm)}} \left( \frac{m_{\Gamma}^{(+)}{}^2}{m_{\Gamma}^{(-)}{}^2} - 1 \right)^{1/2} \right] - \beta_1^{(\pm)} \left[ 1 + \left( \frac{\alpha}{k_l^{(\pm)}} \right)^2 + \left( \frac{m_{\Gamma}^{(+)} \alpha}{m_{\Gamma}^{(-)} k_l^{(\pm)}} \right)^2 \right] \times \\
 & \times \operatorname{arctg} \frac{k_m^{(\pm)}}{\alpha} + \frac{M_X^{(+)}}{M_X^{(-)}} \frac{\alpha}{k_l^{(\pm)}} \ln \left| \frac{k_l^{(\pm)} + k_m^{(\pm)}}{k_l^{(\pm)} + k_m^{(\pm)}} \right| + \beta_2^{(\pm)} \left( \frac{M_X^{(+)} \alpha}{M_X^{(-)} k_l^{(\pm)}} \right)^2 - \\
 & - 2\beta_1^{(\pm)} \frac{m_{\Gamma}^{(+)}}{m_{\Gamma}^{(-)}} \left( \frac{\alpha}{k_l^{(\pm)}} \right)^2 \left( 1 + \left( \frac{k_l^{(\pm)}}{\alpha} \right)^2 \right)^{1/2} \operatorname{arctg} \left[ \beta_2^{(\pm)} \left( 1 + \left( \frac{k_l^{(\pm)}}{\alpha} \right)^2 \right)^{1/2} \right] + \operatorname{arctg} \left( \frac{m_{\Gamma}^{(+)}}{m_{\Gamma}^{(-)}} \beta_2^{(\pm)} \right) \times \\
 & \times \left[ \frac{2m_{\Gamma}^{(+)}{}^2}{m_{\Gamma}^{(+)}{}^2 - m_{\Gamma}^{(-)}{}^2} \left( \beta_1^{(\pm)} - \frac{m_{\Gamma}^{(-)}}{m_{\Gamma}^{(+)}} \right) - \left( \frac{M_X^{(+)} \alpha}{M_X^{(-)} k_l^{(\pm)}} \right)^2 \frac{m_{\Gamma}^{(-)}}{m_{\Gamma}^{(+)}} \right] \Big\}, \quad (28)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 k_m^{(\pm)} = m_{\Gamma}^{(-)} V_0^{(\pm)}, \quad \alpha^2 = M_X^{(-)} V_X, \quad k_l^{(\pm)2} = m_{\Gamma}^{(+)} V_{\Gamma} - (m_{\Gamma}^{(+)} - m_{\Gamma}^{(-)}) V_0^{(\pm)}, \\
 \beta_1^{(\pm)} = \left[ 1 + \left( \frac{\alpha}{k_l^{(\pm)}} \right)^2 - \left( \frac{\alpha m_{\Gamma}^{(+)}}{k_l^{(\pm)} m_{\Gamma}^{(-)}} \right)^2 \right]^{-1}, \quad \beta_2^{(\pm)} = \left[ \left( \frac{k_l^{(\pm)}}{k_m^{(\pm)}} \right)^2 - 1 \right]^{-1/2}.
 \end{aligned}$$

Для получения  $A_{\Gamma X_2}^{\pm}$  [в условиях выполнения равенства (16)] достаточно заменить в фигурной скобке из (28), а также в определениях  $\alpha^2$  и  $\beta_1^{(\pm)}$  массы  $M_X^{(\pm)}$  соответственно.

Обратные коэффициенты прохождения получаются с помощью формул [ср. с (12')]:

$$\begin{aligned}
 T_{X_1, \Gamma}^{\pm}(\varepsilon') = A_{\Gamma X_1}^{\mp} \frac{m_{\Gamma}^{(-)}}{m_X^{(+)}} V_0^{(\mp)} \frac{N_{\Gamma X} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}{N_{\Gamma X} + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}} \varepsilon'^{1/2}, \quad (29) \\
 T_{X_2, \Gamma}^{\pm}(\varepsilon') = A_{\Gamma X_2}^{\mp} \frac{m_{\Gamma}^{(-)}}{(m_X^{(+)} M_X^{(+)})^{1/2}} V_0^{(\mp)} \frac{N_{\Gamma X} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}}{N_{\Gamma X} + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2}} \varepsilon'^{1/2}.
 \end{aligned}$$

В частном предельном случае, когда  $V_{\Gamma}, \frac{M_X^{(-)}}{m_{\Gamma}^{(-)}} V_X \gg V_0$  (что сравнительно неплохо выполняется для реального GaAs/AlAs-гетероперехода, согласно данным [8]), выражение (28) заметно упрощается:

$$\begin{aligned}
 A_{\Gamma X_1}^{\pm} \simeq \frac{2\sqrt{2} D_{\Gamma X}^2}{9\pi\hbar^2\rho\omega_{\Gamma X}} \left( N_{\Gamma X} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \frac{m_X^{(+)} M_X^{(-)} m_{\Gamma}^{(+)}}{(M_X^{(+)} m_{\Gamma}^{(-)})^{1/2}} \frac{V_0^{(\pm)1/2}}{V_{\Gamma} V_X} \times \\
 \times \left\{ \frac{1}{(V_{\Gamma} m_{\Gamma}^{(+)})^{1/2}} \left[ 1 + \left( \frac{V_X M_X^{(+)2}}{V_{\Gamma} m_{\Gamma}^{(+)} M_X^{(-)}} \right)^{1/2} + \frac{V_X M_X^{(+)2}}{2V_{\Gamma} m_{\Gamma}^{(+)} M_X^{(-)}} \right] + \right. \\
 \left. + \frac{1}{(V_X M_X^{(-)})^{1/2}} \left[ 1 + \left( \frac{V_{\Gamma} m_{\Gamma}^{(-)2}}{V_X m_{\Gamma}^{(+)} M_X^{(-)}} \right)^{1/2} + \frac{V_{\Gamma} m_{\Gamma}^{(-)2}}{2V_X m_{\Gamma}^{(+)} M_X^{(-)}} \right] \right\}. \quad (28')
 \end{aligned}$$

Сравним  $A_{\Gamma X}$ , вычисленный по формуле (13), с  $A_{\Gamma X_1}^{\pm}$ , вычисленным по формуле (28'), используя нижеследующие значения параметров гетеропары GaAs/AlAs [7, 8]:  $V_{\Gamma} = 1.04$  эВ,  $V_X = 0.29$  эВ,  $V_0 = 0.18$  эВ,  $m_{\Gamma}^{(-)} = 0.067 m_0$ ,  $m_{\Gamma}^{(+)} = 0.15 m_0$ ,  $m_X^{(-)} = 0.24 m_0$ ,  $m_X^{(+)} = 0.19 m_0$ ,  $M_X^{(-)} = 1.3 m_0$ ,  $M_X^{(+)} = 1.1 m_0$ ,  $D_{\Gamma X} =$

$= 10^9$  эВ/см,  $\hbar\omega_{ГХ} = 0.03$  эВ,  $\rho = 5.31$  г/см<sup>3</sup>,  $\alpha \approx 0.1 \cdot 10^{-8}$  эВ · см,  $m_0$  — масса свободного электрона. Полагая  $N_{ГХ} + 1/2 \pm 1/2 = 1$ , имеем  $A_{ГХ}^{(1)}/A_{ГХ} \approx 0.36$ . Аналогично  $A_{ГХ}^{(2)}/A_{ГХ} \approx 0.415$ . Отсюда следует, что поток из Г-долины в три Х-долины с участием рассеяния на междолинных фононах имеет тот же порядок величины, что и поток за счет бесфононного механизма, направленный только в Х<sub>1</sub>-долину.

При термоэлектронной эмиссии из легированного GaAs-катода в высокоомный Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-объем «бесфононная» эмиссия и эмиссия с поглощением фонона при низких температурах ( $T \ll \hbar\omega_{ГХ}$ ) описываются идентичными формулами вида

$$J \sim T^{3/2} e^{-V_0/T} \quad (30)$$

и все различие состоит в коэффициентах перед правой частью, которые относятся как  $(2A_{ГХ,2} + A_{ГХ,1})/A_{ГХ}$ , где  $A_{ГХ,1,2}$  вычислены при  $N_{ГХ} + 1/2 \pm 1/2 = 1$ . При высоких температурах ( $T \gg \hbar\omega_{ГХ}$ ) становится сравнимым относительный вклад процессов с испусканием фононов, так что относительная интенсивность фононного канала примерно удваивается. При дальнейшем росте температуры эмиссия за счет фононного канала растет быстрее, чем «бесфононная» эмиссия, ввиду увеличения числа фононов  $N_{ГХ}$ .

При термоэлектронной эмиссии горячих электронов из GaAs в Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As относительный вклад бесфононного процесса при  $T \ll \hbar\omega_{ГХ}$  может быть повышен за счет возникновения малого экспоненциального множителя для фононного процесса

$$\exp \left\{ -\hbar\omega_{ГХ} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_e} \right) \right\},$$

где  $T_e > T$ ,  $T_e$  — электронная температура Г-электронов. Если указанный фактор достаточен, чтобы сделать «бесфононную» эмиссию в некотором диапазоне  $T_e$  доминирующей, то эксперимент с эмиссией горячих электронов мог бы детерминировать  $A_{ГХ}$  (и, следовательно,  $A_{ГХ,1,2}$ ).

Другим детерминирующим экспериментом могла бы стать автоэлектронная фаулер-норджеймовская эмиссия через треугольный Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As-барьер из GaAs-катода, о которой уже говорилось в [6] в связи с иным механизмом междолинного рассеяния электронов. (В [6] вычислен вклад рассеяния на сплаве, которое отсутствует при  $x=1$ , т. е. в случае гетероперехода GaAs/AlAs. Рассмотренный здесь механизм дает вклад и в этом случае, так что эксперименты при разных  $x$  могли бы указать вклад каждого из механизмов). При автоэлектронной эмиссии доминируют процессы с участием междолинного рассеяния в Х<sub>2</sub>-долины из-за малости поперечной эффективной массы  $m_{Х}^{(2)}$  (по сравнению с  $M_{Х}^{(1)}$ ), так что бесфононный процесс подавлен.

### Список литературы

- [1] Грибников З. С. // ФТП. 1972. Т. 6. В. 7. С. 1380—1382.
- [2] Hess K., Morkoc H., Shichijo H., Streetman B. G. // Appl. Phys. Lett. 1979. V. 35. N 6. P. 469—471.
- [3] Marsh A. C. // Sem. Sci. Technol. 1986. V. 1. N 5. P. 320—326.
- [4] Mendez E. E., Wang W. I., Galleja E., Goncalves de Silva C. E. T. // Appl. Phys. Lett. 1987. V. 50. N 18. P. 1263—1265.
- [5] Bonnefoi A. R., McGill T. C., Burnham R. D., Anderson G. B. // Appl. Phys. Lett. 1987. V. 50. N 6. P. 344—346.
- [6] Price P. J. // Surf. Sci. 1988. V. 196. P. 394—398.
- [7] Liu H. C. // Appl. Phys. Lett. 1987. V. 51. N 13. P. 1019—1021.
- [8] Adachi S. // J. Appl. Phys. 1985. V. 58. N 3. P. R1—R29.

Институт полупроводников АН УССР  
Киев

Получена 13.07.1989  
Принята к печати 25.07.1989