1988 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 58, в. 1
1988 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 58, № 1

УДК 537.533.331

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ И ВРЕМЕННЫ́Х АБЕРРАЦИЙ В КАТОДНЫХ ЛИНЗАХ СО СЛАБО НАРУШЕННОЙ ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ. I

С. В. Колесников, М. А. Монастырский

На основе метода τ-вариаций в приближении третьего порядка построена полная аберрационная модель электростатических катодных линз при наличии малых нарушений осевой симметрии и развит устойчивый метод расчета коэффициентов неосесимметричных пространственных и временны́х аберраций. В качестве частного случая разработан весьма универсальный и в то же время удобный для программной реализации метод расчета коэффициентов аберраций осесимметричных катодных линз. Обсуждаются некоторые вопросы практического расчета коэффициентов аберраций.

Введение

Характеристики изображения в эмиссионных электронно-оптических системах существенным образом зависят от того, насколько точно в процессе изготовления и сборки, а также при проведении экспериментальных исследований выдерживаются номинальные значения конструктивных и электрических параметров. Поэтому проблема улучшения качества изображения и совершенствования технологии изготовления эмиссионных систем оказывается тесно связанной с проблемой эффективного определения допусков на этапе проектирования.

Будем называть катодной линзой область поля, сосредоточенную в промежутке между катодом и экраном эмиссионной системы.[1]

Для научно обоснованного выбора системы допусков необходимо построение количественных зависимостей электронно-оптических параметров катодных линз от величин, характеризующих возможные отклонения геометрии электродов и питающих напряжений от номинальных. При этом особую важность приобретает теоретический и численный анализ факторов, приводящих к нарушению осевой симметрии, поскольку экспериментальное исследование влияния таких факторов на качество изображения в большинстве случаев чрезвычайно затруднено.

Мощным инструментом решения указанного класса задач является теория аберраций, позволяющая описать сложный трехмерный характер возмущений поля и траекторий в терминах полевых и траекторных задач для невозмущенной осесимметричной системы.

Расчет в аберрационном приближении влияния малых возмущений осевой симметрии на характеристики изображения электростатических катодных линз включает в себя три этапа. Первый этап состоит в определении возмущений потенциала, обусловленных малыми нарушениями осевой симметрии конструкции и питающих напряжений. Детально этот вопрос рассмотрен авторами в работе [2], где предложен эффективный метод расчета возмущений потенциала,

---

[1] Это определение несколько шире приведенного в монографии [1].

основанный на построении интегральных уравнений в вариациях. Второй этап, который составляет основное содержание настоящей работы, заключается в численной оценке влияния неосесимметричных возмущений потенциала на аберрации изображения при помощи анализа траекторий заряженных частиц.

Вопросы построения интегральных характеристик эмиссионных электронно-оптических систем с нарушенной осевой симметрией, составляющие основное содержание третьего этапа, в данной работе не рассматриваются.

Теории аберраций катодных линз с нарушенной осевой симметрией посвящены работы Воробьева [3], Дер-Шварца и Куликова [4], Шахматовой [5].

В [3] на основе метода главного луча в весьма общем виде рассмотрены пространственные аберрации, связанные с разложением произвольной траектории по малому параметру ε (ε — начальная энергия электрона на поверхности катода), установлено наличие приосевого астигматизма в катодных линзах с двумя плоскостями симметрии.

В [4] в явном виде выделены коэффициенты пространственных аберраций, обусловленных малыми нарушениями осевой симметрии; для этих коэффициентов получены интегральные представления, в которые, помимо осевого распределения потенциала невозмущенной осесимметричной системы, входят осевые распределения нулевой, первой и второй гармоник разложения возмущенного потенциала по азимутальному углу. В указанной работе катод предполагается плоским и эквипотенциальным. Отметим, что в [4] не учтено влияние третьей и четвертой гармоник на коэффициенты аберраций. В работе не приводятся результаты решения модельных или практических задач, однако сам вид приведенных формул, содержащих комбинации несобственных интегралов с неинтегрируемыми в нуле особенностями, указывает на их вычислительную неустойчивость, которая, как известно, приводит к значительным трудностям при практических расчетах.

Работа [5] посвящена анализу влияния на качество изображения неосесимметричных пространственных аберраций в катодных линзах с плоским эквипотенциальным катодом при наличии, как и в [4], лишь первых двух гармоник разложения потенциала. В работе построена достаточно четкая и естественная классификация пространственных аберраций; коэффициенты аберраций удовлетворяют линейным неоднородным дифференциальным уравнениям с сингулярными правыми частями. Следует заметить, что численное решение этих уравнений с необходимой точностью весьма затруднительно по тем же причинам, что и расчет коэффициентов аберраций по формулам [4].

В перечисленных работах не затрагиваются ставшие в последнее время весьма актуальными вопросы расчета временны́х неосесимметричных аберраций катодных линз, а также вопросы аберрационного анализа допусков зеркально-линзовых систем и систем, содержащих мелкоструктурные сетки в оптически действующей части поля.

Данная работа состоит из двух частей. В первой части в приближении третьего порядка построена полная аберрационная модель электростатических катодных линз с учетом малых нарушений осевой симметрии и развит устойчивый метод расчета коэффициентов неосесимметричных пространственных и временны́х аберраций, свободный от указанных выше ограничений. Одновременно в качестве частного случая разработан весьма универсальный и в то же время удобный для программной реализации метод расчета коэффициентов аберраций осесимметричных катодных линз, конкретные особенности которого обсуждаются в тексте.

Во второй части работы полученные общие соотношения применяются для качественного анализа влияния на качество изображения отдельных видов возмущений осевой симметрии, наиболее часто встречающихся на практике. Достоверность основных результатов проверена на аналитических моделях катодных линз. Подробно анализируются результаты численных экспериментов, иллюстрирующих вычислительную устойчивость метода.

Идея развиваемого в данной работе подхода к теории аберраций выдвинута впервые, по-видимому, в работе [6] и заключается в возможности установления связей между возмущениями решений уравнений движения заряженных частиц (уравнений Лоренца) и решений общего нелинейного уравнения траекторий (см., например, [7]), что позволяет в принципе решить характерную для катодных линз известную проблему «малых знаменателей», обусловленную малостью начальных энергий фотоэлектронов. Однако способ реализации этой идеи в [6] оказался весьма неудачным. Это обстоятельство, по-видимому, в значительной мере способствовало тому, что как сама работа [6], так и содержащаяся в ней идея впоследствии были незаслуженно забыты.

Корректная реализация указанного подхода применительно к теории временны́х аберраций осесимметричных катодных линз осуществлена в работе [8].

Суть метода, предложенного в [8] и распространенного в настоящей работе на случай малых нарушений осевой симметрии, заключается в построении преобразований, связывающих коэффициенты аберраций с изохронными (т. е. взятыми в одной и той же временно́й плоскости $\tau=\text{const}$) вариациями траекторий заряженных частиц.

Изохронные вариации траекторий (далее они называются τ-вариациями) вычисляются путем дифференцирования при $\tau=\text{const}$ уравнений Лоренца и начальных условий по характерным для катодных линз малым параметрам, что приводит к построению соответствующих дифференциальных уравнений для τ-вариаций. Практический расчет коэффициентов аберраций состоит, таким образом, из двух этапов: численного интегрирования системы дифференциальных уравнений для τ-вариаций и пересчета τ-вариаций в коэффициенты аберраций по алгебраическим формулам.

В работе рассматривается случай гладких электростатических полей, сосредоточенных в пространстве, свободном от зарядов. Учет влияния мелкоструктурных сеток в приближении заряженных до потенциала сетки и «прозрачных» для электронов непрерывных поверхностей (справедливого для достаточно «густых» сеток) не вносит ничего принципиально нового в расчет аберраций и осуществляется путем дополнения полученных ниже соотношений условиями скачка [9]. Анализ электронно-оптических свойств катодных линз с сетками, более детально учитывающий коллективное влияние микрополей ячеек сетки на электронные траектории, нуждается в отдельном рассмотрении.

Отметим, что полученные в работе результаты без изменения полностью переносятся на случай зеркально-линзовых эмиссионных электронно-оптических систем.

1. Общие соотношения

Рассмотрим траекторию электрона, эмиттированного в момент времени $\tau=0$ из точки M_0 $(x_0,\ y_0,\ z_0)$, расположенной на поверхности катода (см. рисунок). Движение частицы в электростатическом поле с потенциалом $\varphi\,(x,\ y,\ z)$ будем описывать уравнениями Лоренца в комплексной форме [7]

$$\ddot{\mathbf{r}}=\frac{2e}{m}\frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{r}^*},\qquad \ddot{z}=\frac{e}{m}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\tag{1}$$

с начальными условиями на поверхности катода

$$\mathbf{r}\,(0)=r_0e^{i\beta_0},\quad \dot{\mathbf{r}}\,(0)=\sqrt{\frac{2e}{m}}\,\varepsilon_\rho^{1/2}e^{i\alpha_0},\tag{2}$$

$$z\,(0)=z_0=f\,(x_0,\ y_0),\quad \dot{z}\,(0)=\sqrt{\frac{2e}{m}}\,\varepsilon_z^{1/2}.$$

В (1), (2) использованы следующие обозначения: x, y, z — декартовы координаты; $\mathbf{r}=x+iy$ — вектор (комплексное число) в плоскости xOy; $\varepsilon_\rho^{1/2}$, $\varepsilon_z^{1/2}$ — проекции начальной скорости (в соответствующей нормировке) на плоскость xOy и ось Oz соответственно; $z_0=f\,(x_0,\ y_0)$ — уравнение поверхности катода; α_0, β_0 — начальные углы, смысл которых ясен из рисунка.

Введем вектор характерных для катодных линз малых параметров $\xi=(\xi_1,\ \xi_2,\ \xi_3)$, где $\xi_1=\varepsilon_\rho^{1/2}$, $\xi_2=\varepsilon_z^{1/2}$, $\xi_3=r_0$. Обозначим также $\beta=(\beta_1,\ \ldots,\ \beta_n)$ вектор малых параметров, характеризующих нарушения осевой симметрии конструкции и режимов питания электродов катодной линзы по сравнению с невозмущенным состоянием, соответствующим $\beta=0$.

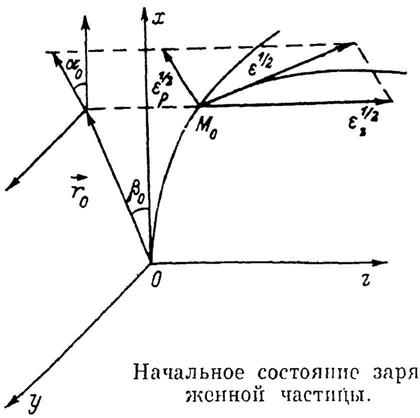
Производную произвольной функции $g(\xi, \beta)$ по параметру ξ_k будем далее обозначать g_k, производную по параметру β_k — $g_{\beta k}$ или же просто g_β в тех случаях, когда индекс «k» несуществен. Аналогично свертку по k вида $\sum_k \beta_k g_{\beta_k}$ будем для упрощения записи обозначать βg_β.

При помощи введенных обозначений решения уравнений (1) с начальными условиями (2) можно записать в виде уравнений

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\tau, \xi, \beta), \quad z = z(\tau, \xi, \beta), \tag{3}$$

которые будем называть уравнениями возмущенной траектории в τ-представлении.

Рассмотрим обратную функцию $\tau = \tau(z_1, \xi, \beta)$, представляющую собой время пролета частицы до произвольной фиксированной плоскости $z=z_1$ $(z_1 \geqslant z_0)$ и удовлетворяющую для любых значений ξ, β тождеству



Начальное состояние заряженной частицы.

$$z[\tau(z_1, \xi, \beta), \xi, \beta] = z_1. \tag{4}$$

Определим возмущенную траекторию $\mathbf{r}$ в z-представлении равенством

$$\mathbf{r}(z, \xi, \beta) = \mathbf{r}[\tau(z, \xi, \beta), \xi, \beta], \tag{5}$$

справедливым, как и (4), при любых значениях входящих в него аргументов.

Основой аберрационной модели пространственных и временных характеристик изображения в катодных линзах с осевой симметрией служат асимптотические разложения траектории $\mathbf{r}_{0c} = \mathbf{r}(z, \xi, 0)$ и времени пролета $\tau_{0c} = \tau(z, \xi, 0)$ по совокупности малых параметров ξ_1, ξ_2, ξ_3 с коэффициентами, зависящими от пространственной переменной z, отсчитываемой вдоль оси симметрии поля, и начальных углов α_0, β_0. Классификация, а также различные представления коэффициентов осесимметричных пространственных и временных аберраций имеются, например, в [1, 7, 8, 10–13].

Обозначим через φ_0 невозмущенный потенциал $\varphi|_{\beta=0}$ в катодной линзе с осевой симметрией. Рассмотрим произвольное малое неосесимметричное возмущение потенциала $\delta\varphi$, которое в линейном приближении по β можно представить в виде

$$\delta\varphi = \beta\varphi_\beta, \tag{6}$$

где

$$\varphi_{\beta_k} = \partial\varphi/\partial\beta_k|_{\beta=0} \quad (k = 1, \ldots, n)$$

— функции возмущения потенциала.

Назовем опорной траекторию электрона, эмиттированного в центре катода с нулевой начальной скоростью $(\varepsilon_\rho^{1/2} = \varepsilon_z^{1/2} = 0)$ при условии, что нарушение осевой симметрии отсутствует $(\beta = 0)$. Опорная траектория, как нетрудно видеть из (1), (2), описывается уравнениями

$$\mathbf{r} = 0,$$

$$\ddot{z} = \frac{e}{m}\Phi'(z), \quad z(0) = 0, \quad \dot{z}(0) = 0 \tag{7}$$

и геометрически совпадает с осью симметрии Oz.

Здесь и далее $\Phi(z) = \varphi_0|_{r=0}$ — осевое распределение невозмущенного потенциала, штрих означает дифференцирование по z. Для определенности, как это принято в теории катодных линз, положим $\Phi(0) = 0$.

Представим траекторию и время пролета частицы в возмущенном поле $\varphi = \varphi_0 + \delta\varphi$ с точностью до линейных по β членов в виде аберрационных разложений

$$\mathbf{r}(z, \xi, \beta) = \beta\mathbf{r}_\beta + \sum_i (\mathbf{r}_i + \beta\mathbf{r}_{i\beta})\xi_i + \frac{1}{2}\sum_{i,j}(\mathbf{r}_{ij} + \beta\mathbf{r}_{ij\beta})\xi_i\xi_j + \frac{1}{6}\sum_{i,j,k}(\mathbf{r}_{ijk} + \beta\mathbf{r}_{ijk\beta})\xi_i\xi_j\xi_k + \ldots, \quad (8)$$

$$\tau(z, \xi, \beta) = \tau_0 + \sum_i (\tau_i + \beta\tau_{i\beta})\xi_i + \frac{1}{2}\sum_{i,j}(\tau_{ij} + \beta\tau_{ij\beta})\xi_i\xi_j + \ldots. \quad (9)$$

В (8), (9) τ_0 — время движения частицы по опорной траектории; $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{r}_{ij}$, $\mathbf{r}_{ijk}$, τ_i, τ_{ij} — коэффициенты аберраций невозмущенной осесимметричной катодной линзы; $\mathbf{r}_\beta$, $\mathbf{r}_{i\beta}$, $\mathbf{r}_{ij\beta}$, $\mathbf{r}_{ijk\beta}$, τ_β, $\tau_{i\beta}$, $\tau_{ij\beta}$ — коэффициенты аберраций, связанные с нарушением осевой симметрии. Коэффициенты аберраций, очевидно, совпадают с соответствующими частными производными функций $\mathbf{r}(z, \xi, \beta)$, $\tau(z, \xi, \beta)$ по параметрам ξ, β, вычисленными в плоскости $z = \text{const} > 0$ при $\xi = 0$, $\beta = 0$, т. е. на опорной траектории.

Следуя [14], представим функцию возмущения потенциала в виде разложения

$$\varphi_\beta = \Phi_0 - \frac{1}{4}\mathbf{r}\mathbf{r}^*\Phi_0'' + \frac{1}{64}(\mathbf{r}\mathbf{r}^*)^2\Phi_0^{IV} + \left(\Phi_1 - \frac{1}{8}\mathbf{r}\mathbf{r}^*\Phi_1''\right)\frac{\mathbf{r}+\mathbf{r}^*}{2} - i\left(\Psi_1 - \frac{1}{8}\mathbf{r}\mathbf{r}^*\Psi_1''\right)\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}^*}{2} + \left(\Phi_2 - \frac{1}{12}\mathbf{r}\mathbf{r}^*\Phi_2''\right)\frac{\mathbf{r}^2+\mathbf{r}^{*2}}{2} - i\left(\Psi_2 - \frac{1}{12}\mathbf{r}\mathbf{r}^*\Psi_2''\right)\times$$
$$\times\frac{\mathbf{r}^2-\mathbf{r}^{*2}}{2} + \Phi_3\frac{\mathbf{r}^3+\mathbf{r}^{*3}}{2} - i\Psi_3\frac{\mathbf{r}^3-\mathbf{r}^{*3}}{2} + \Phi_4\frac{\mathbf{r}^4+\mathbf{r}^{*4}}{2} - i\Psi_4\frac{\mathbf{r}^4-\mathbf{r}^{*4}}{2} + \ldots. \quad (10)$$

Здесь

$$\Phi_0(z) = \partial\varphi/\partial\beta\,|_{\mathbf{r}=0,\,\beta=0}$$

— функция возмущения осевого потенциала; $\Phi_k(z)$, $\Psi_k(z)$ $(k = 1, \ldots, 4)$ — функции возмущения, соответствующие различным гармоникам разложения потенциала по азимутальному углу. Можно показать, что отсутствующие в (10) гармоники более высоких порядков не влияют на коэффициенты аберраций до третьего порядка включительно.

Для упрощения выкладок предположим, что возмущения потенциала «винтового» характера осутствуют. В этом случае функции Ψ_k $(k = 1, \ldots, 4)$ можно положить тождественно равными нулю.

Последовательно дифференцируя на опорной траектории решения $\mathbf{r}(\tau, \xi, \beta)$, $z(\tau, \xi, \beta)$ при $\tau = \text{const}$ по параметрам ξ, β, из (1) с учетом (10) получим уравнения для соответствующих τ-вариаций:

первого порядка

$$M^{(\tau)}[\mathbf{r}_i^{(\tau)}] = 0, \quad M^{(\tau)}[\mathbf{r}_\beta^{(\tau)}] = \frac{e}{m}\Phi_1, \quad (11)$$

$$T^{(\tau)}[z_i] = 0, \quad T^{(\tau)}[z_\beta^{(\tau)}] = \frac{e}{m}\Phi_0', \quad (12)$$

второго порядка

$$M^{(\tau)}[\mathbf{r}_{ij}^{(\tau)}] = -\frac{e}{2m}\Phi^{III}(\mathbf{r}_i^{(\tau)}z_j^{(\tau)} + \mathbf{r}_j^{(\tau)}z_i^{(\tau)}),$$

$$M^{(\tau)}[\mathbf{r}_{ij}^{(\tau)}] = -\frac{e}{2m}[\Phi^{III}(\mathbf{r}_i^{(\tau)}z_\beta^{(\tau)} + \mathbf{r}_\beta^{(\tau)}z_i^{(\tau)}) + \Phi_0''\mathbf{r}_i^{(\tau)} - 2\Phi_1 z_i^{(\tau)}z_i^{(\tau)} - 4\Phi_2\mathbf{r}_i^{*(\tau)}], \quad (13)$$

$$T^{(\tau)}[z_{ij}^{(\tau)}] = \frac{e}{m}\Phi^{III}\left[z_i^{(\tau)}z_j^{(\tau)} - \frac{1}{4}(\mathbf{r}_i^{(\tau)}\mathbf{r}_j^{*(\tau)} + \mathbf{r}_j^{(\tau)}\mathbf{r}_i^{*(\tau)})\right],$$

$$T^{(\tau)}[z_{i\beta}^{(\tau)}] = \frac{e}{m}\left[\Phi^{III}\left(z_i^{(\tau)}z_\beta^{(\tau)} - \frac{1}{4}(\mathbf{r}_i^{(\tau)}\mathbf{r}_\beta^{*(\tau)} + \mathbf{r}_i^{*(\tau)}\mathbf{r}_\beta^{(\tau)})\right) + \Phi_0''z_i^{(\tau)} + \frac{1}{2}\Phi_1'(\mathbf{r}_i^{(\tau)} + \mathbf{r}_i^{*(\tau)})\right]. \quad (14)$$

Линейные дифференциальные операторы $M^{(\tau)}$, $T^{(\tau)}$ определяются равенствами

$$M^{(\tau)}[q] = \ddot{q} + \frac{e}{2m}\Phi'' q, \quad T^{(\tau)}[q] = \ddot{q} - \frac{e}{m}\Phi'' q. \tag{15}$$

Верхний индекс в обозначении операторов указывает на независимую переменную, по которой производится дифференцирование.

Воспользовавшись интегралом энергии $m\dot{z}^2/2 = e\Phi$ на опорной траектории, в (11)—(14) можно перейти от переменной τ к переменной z при помощи соотношений

$$M^{(\tau)}[q] = \frac{2e}{m} M^{(z)}[q], \quad T^{(\tau)}[q] = \frac{2e}{m} T^{(z)}[q], \tag{16}$$

где

$$M^{(\tau)}[q] = \Phi q'' + \frac{1}{2}\Phi' q' + \frac{1}{4}\Phi'' q,$$

$$T^{(z)}[g] = \Phi q'' + \frac{1}{2}\Phi' q' - \frac{1}{2}\Phi'' q. \tag{17}$$

Из начальных условий (2) следует, что в том случае, когда геометрия катода не возмущается, в начальной точке отличны от нуля следующие три компоненты τ-вариаций:

$$\dot{\mathbf{r}}_1^{(\tau)}(0) = \sqrt{\frac{2e}{m}} e^{i\alpha_0}, \quad \mathbf{r}_3^{(\tau)}(0) = e^{i\beta_0}, \quad z_{33}^{(\tau)}(0) = \frac{1}{R_k} \tag{18}$$

(R_k — радиус кривизны поверхности катода в центре). При возмущении катодной поверхности начальные условия для $\mathbf{r}_\beta^{(\tau)}$, $\mathbf{r}_{i\beta}^{(\tau)}$, $\mathbf{r}_{ij\beta}^{(\tau)}$, $z_\beta^{(\tau)}$, $z_{i\beta}^{(\tau)}$, $z_{ij\beta}^{(\tau)}$ отличны от нуля и зависят от конкретного вида возмущения.

Важно подчеркнуть, что из общей теории возмущений (см., например [15, 16]) следует равномерная точность на любом отрезке $0 \leqslant z \leqslant a$ асимптотических разложений

$$\mathbf{r}(\tau, \xi, \beta) = \beta\mathbf{r}_\beta^{(\tau)} + \sum_i (\mathbf{r}_i^{(\tau)} + \beta\mathbf{r}_{i\beta}^{(\tau)})\xi_i + \frac{1}{2}\sum_{i,j}(\mathbf{r}_{ij}^{(\tau)} + \beta\mathbf{r}_{ij\beta}^{(\tau)})\xi_i\xi_j + \ldots \tag{19}$$

τ-представления траектории $\mathbf{r}$ по τ-вариациям.

Получим теперь формулы перехода от τ-вариаций к коэффициентам пространственных и временны́х аберраций (формулы пересчета).

Соотношения между τ-вариациями и коэффициентами временны́х аберраций получаются путем дифференцирования (4) по ξ, β на опорной траектории

$$\tau_i = -\frac{\lambda}{\sqrt{\Phi}} z_i^{(\tau)}, \quad \tau_\beta = -\frac{\lambda}{\sqrt{\Phi}} z_\beta^{(\tau)},$$

$$\tau_{ij} = -\frac{\lambda}{\sqrt{\Phi}}\left(z_{ij}^{(\tau)} + \dot{z}_i^{(\tau)}\tau_j + \dot{z}_j^{(\tau)}\tau_i + \frac{e}{m}\Phi'\tau_i\tau_j\right),$$

$$\tau_{i\beta} = -\frac{\lambda}{\sqrt{\Phi}}\left(z_{i\beta}^{(\tau)} + \dot{z}_i\tau_\beta + \dot{z}_\beta\tau_i + \frac{e}{m}\Phi'\tau_i\tau_\beta\right), \tag{20}$$

$$\lambda = \sqrt{m/2e}.$$

Дифференцируя (5) по ξ, β на опорной траектории, получим формулы для пространственных аберраций

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i^{(\tau)}, \quad \mathbf{r}_\beta = \mathbf{r}_\beta^{(\tau)},$$
$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_{ij}^{(\tau)} + \dot{\mathbf{r}}_i^{(\tau)}\tau_j + \dot{\mathbf{r}}_j^{(\tau)}\tau_i, \quad \mathbf{r}_{i\beta} = \mathbf{r}_{i\beta}^{(\tau)} + \dot{\mathbf{r}}_i\tau_\beta + \dot{\mathbf{r}}_\beta\tau_i, \tag{21}$$

Уравнения для τ-вариаций и формулы пересчета для коэффициентов аберраций более высоких порядков могут быть получены по аналогичной схеме и в силу ограниченности объема статьи здесь не приводятся.

Таким образом, практический расчет аберрационных коэффициентов сводится к численному решению уравнений для τ-вариаций и применению формул пересчета. При этом, конечно, предполагается, что функции возмущения потенциала Φ_k ($k=0, 1, \ldots$) вычислены заранее или вычисляются одновременно с интегрированием уравнений для τ-вариаций.

Изложенный подход позволяет алгоритмически просто получить замкнутую систему соотношений для всех аберрационных коэффициентов разложений (8), (9) в заданном приближении и тем самым построить полную аберрационную модель катодных линз с нарушенной осевой симметрией. Такая модель является весьма универсальной. Она включает в себя как пространственные, так и временные характеристики изображения; учитывает эффекты, связанные с кривизной или неэквипотенциальностью поверхности катода; применима к системам с мелкоструктурными сетками и зеркально-линзовым системам.

Вычислительная устойчивость разработанной модели подробно рассмотрена в ч. II настоящей работы. Здесь мы ограничимся замечанием о том, что применяемый подход фактически позволяет «отделить» регулярные компоненты аберрационных коэффициентов в виде τ-вариаций от сингулярных при $z \to 0$ компонент, входящих в формулы пересчета. Поэтому, как показывают приведенные ч. II работы результаты численных экспериментов, расчет коэффициентов аберраций по методу τ-вариаций оказывается существенно более устойчивым, чем аналогичный расчет с применением известных интегральных представлений коэффициентов аберраций с особенностями при $z=0$ в подынтегральных выражениях (см., например, [4, 7]).

2. Коэффициенты аберраций осесимметричных катодных линз

При анализе качества изображения в катодных линзах с нарушенной осевой симметрией, помимо оценки неосесимметричных аберраций, необходим учет аберраций, присущих системам с осевой симметрией. Известно (см., например, [6, 7]), что в осесимметричных катодных линзах произвольная траектория $\mathbf{r}_{oc}$ и время пролета τ_{oc} с точностью до членов соответственно третьего и второго порядков малости по совокупности малых параметров $\varepsilon_\rho^{1/2}$, $\varepsilon_z^{1/2}$, r_0 могут быть представлены в виде аберрационных разложений

$$\mathbf{r}_{oc} = \varepsilon_\rho^{1/2} e^{i\alpha_0} v + r_0 e^{i\beta_0} w + \varepsilon_\rho^{1/2}\varepsilon_z^{1/2} e^{i\alpha_0} H + \varepsilon_z^{1/2} r_0 K + \varepsilon_z \varepsilon_\rho^{1/2} e^{i\alpha_0} P + \varepsilon_z r_0 e^{i\beta_0} Q + \varepsilon_\rho^{3/2} e^{i\alpha_0} B + \\ + \varepsilon_\rho r_0 [e^{i\beta_0} G + e^{i(2\alpha_0-\beta_0)} F] + \varepsilon_\rho^{1/2} r_0^2 [e^{i\alpha_0} D + e^{i(2\beta_0-\alpha_0)} C] + r_0^3 e^{i\beta_0} E + \ldots, \qquad (22)$$

$$\tau_{oc} = \tau_0 + \varepsilon_z^{1/2} a_2 + \varepsilon_\rho A_{11} + \varepsilon_z A_{22} + r_0^2 A_{33} + 2\varepsilon_\rho^{1/2} r_0 \cos(\beta_0 - \alpha_0) A_{13} + \ldots. \qquad (23)$$

Обозначения для коэффициентов заимствованы из работ [7, 8].

Явно выделив в (8), (9) экспоненциальные множители, зависящие от начальных углов α_0, β_0, и положив $\beta = 0$ (нарушение осевой симметрии отсутствует), нетрудно прийти к приведенным выше разложениям.

В качестве примера приведем конкретные соотношения для расчета одного из наиболее важных на практике аберрационных коэффициентов — коэффициента D, определяющего среднюю кривизну поверхности острой фокусировки на оси симметрии катодной линзы.

Расчетная формула для коэффициента D имеет вид

$$D = \frac{1}{2}\left(r_{133}^{(\tau)} - v' z_{33}^{(\tau)} - w' z_{13}^{(\tau)}\right). \qquad (24)$$

Функции v, w в (24) являются линейно-независимыми решениями параксиального уравнения $M^{(z)}[r] = 0$ с асимптотикой при $z \to 0$ [17]

$$v(z) = \frac{2}{(\Phi'(0))^{1/2}} z^{1/2} + O(z^{3/2}),$$

$$w(z) = 1 - \frac{\Phi''(0)}{2\Phi'(0)} z + O(z^2). \qquad (25)$$

Функции $z_{13}^{(\tau)}$, $z_{33}^{(\tau)}$ удовлетворяют уравнениям

$$T^{(z)}[z_{13}^{(\tau)}] = -\frac{1}{4}\Phi^{III} v w, \quad T^{(z)}[z_{33}^{(\tau)}] = -\frac{1}{4}\Phi^{III} w^2 \qquad (26)$$

с начальными условиями соответственно,

$$z_{13}^{(\tau)}(0)=0, \quad z_{13}^{(\tau)\prime}(0)=0,$$

$$z_{33}^{(\tau)}(0)=\frac{1}{R_k}, \quad z_{33}^{(\tau)\prime}(0)=\frac{2\Phi''(0)-R_k\Phi^{III}(0)}{2R_k\Phi''(0)}. \tag{27}$$

Функция $r_{133}^{(\tau)}$ удовлетворяет уравнению

$$M^{(2)}[r_{133}^{(\tau)}]=\frac{1}{16}\Phi^{IV}rw^2-\frac{1}{4}\Phi^{III}(wz_{13}^{(\tau)}+rz_{33}^{(\tau)}) \tag{28}$$

с нулевыми начальными условиями.

В заключение данной части работы заметим, что теории аберраций осесимметричных катодных линз посвящено значительное количество исследований, привести сколько-нибудь полную библиографию которых здесь не представляется возможным. В то же время практика показывает, что надежный расчет аберраций при реальном машинном моделировании многоэлектродных катодных систем остается весьма серьезной задачей. Сложность этой задачи заключается в необходимости сочетания в рамках одной методики одновременно двух важных факторов: универсальности, позволяющей проводить расчеты для достаточно широкого класса систем, и хорошей вычислительной устойчивости, обеспечивающей как можно более низкие требования к точности расчета потенциала и позволяющей тем самым при разумных затратах машинного времени проводить численную оптимизацию конструкций и режимов питания катодных линз в соответствии с техническими требованиями. С этой точки зрения методика расчета осесимметричных аберраций, являющаяся частным результатом (при $\beta=0$) данной работы, имеет преимущества, о которых уже упоминалось выше и которые более детально обсуждаются во второй части работы.

Литература

[1] *Власов А. Г., Шапиро Ю. А.* Методы расчета эмиссионных электронно-оптических систем. Л.: Машиностроение, 1974.
[2] *Монастырский М. А., Колесников С. В.* ЖТФ, 1983, т. 53, № 9, с. 1668—1677.
[3] *Воробьев Ю. В.* ЖТФ, 1959, т. 29, № 5, с. 589—596.
[4] *Дер-Шварц Г. В., Куликов Ю. В.* РиЭ, 1968, т. 13, № 12, с. 2223—2227.
[5] *Шахматова И. П.* Автореф. канд. дис. Л., 1969.
[6] *Касьянков П. П.* Труды ГОИ, 1966, т. 33, в. 169, с. 62—80.
[7] *Куликов Ю. В., Монастырский М. А., Фейгин Х. И.* РиЭ, 1978, т. 23, № 1, с. 167—174.
[8] *Монастырский М. А., Щелев М. Я.* Препринт ФИАН, № 128. М., 1980.
[9] *Монастырский М. А.* ЖТФ, 1980, т. 50, № 9, с. 1939—1947.
[10] *Воробьев Ю. В.* ЖТФ, 1956, т. 26, № 10, с. 2269—2280.
[11] *Бонштедт Б. Э.* РиЭ, 1964, т. 9, № 5, с. 844—850.
[12] *Кельман В. М., Сапаргалиев А. А., Якушев Е. М.* ЖТФ, 1973, т. 43, № 1, с. 52—60.
[13] *Игнатьев А. Н., Куликов Ю. В.* РиЭ, 1978, т. 23, № 11, с. 2470—2472.
[14] *Глазер В.* Основы электронной оптики. М.: Гостехиздат, 1957.
[15] *Понтрягин Л. С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1970.
[16] *Найфэ А. Х.* Методы возмущений. М.: Мир, 1976.
[17] *Монастырский М. А.* ЖТФ, 1978, т. 48, № 6, с. 1117—1122.

Поступило в Редакцию
8 июля 1986 г.
В окончательной редакции
28 ноября 1986 г.