КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.382 Журнал технической физики, т. 58, в. 1, 1988

ПОПЕРЕЧНЫЙ ПЕРЕНОС ЭЛЕКТРОНОВ И ДЫРОК ПРИ ЛАВИННОМ УМНОЖЕНИИ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРАХ

А. С. Кюрегян

До сих пор при анализе лавинного умножения перенос электронов и дырок в области пространственного заряда (ОПЗ) полупроводниковых приборов считался чисто дрейфовым [1]. В настоящей работе мы покажем, что вблизи лавинного пробоя такое описание переноса далеко не всегда верно, так как поперечная диффузия в неодномерной ОПЗ должна вызывать большое боковое расплывание носителей заряда.

Анализ этой проблемы в общем виде невозможен, поэтому мы исследуем предельно простой случай, что позволит нам получить строгие результаты и заодно изучить влияние поперечного магнитного поля. Рассмотрим однородный по площади обратносмещенный p^+—i—n^+-диод, помещенный в магнитное поле. Пусть электрическое поле E параллельно оси x, магнитное поле B — оси z, а в i-слой диода со стороны p^+-слоя инжектируются электроны, причем источник электронов — линейный, направленный вдоль оси z. Таким образом, сила Лоренца и диффузионные потоки параллельны оси y. Предположим, что коэффициенты ударной ионизации α, дрейфовые скорости v, коэффициенты диффузии D электронов и дырок равны, а термо- и фотогенерация в i-слое отсутствует. Наконец, пренебрежем саморазогревом и пространственным зарядом свободных носителей заряда, считая ток достаточно малым. Продольной диффузией также будем пренебрегать; нетрудно показать, что это оправдано при любом умножении вследствие малости отношения $D\alpha/v$ (обычно $D\alpha/v \ll 10^{-2}$).

С учетом сказанного стационарные уравнения непрерывности для электронов и дырок в i-слое и граничные условия принимают следующий вид:

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \alpha(n+p) + \mu\frac{\partial n}{\partial y} + \lambda\frac{\partial^2 n}{\partial y^2},$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \alpha(n+p) + \mu\frac{\partial p}{\partial y} + \lambda\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}, \tag{1}$$

$$n(x, \pm\infty) = p(x, \pm\infty) = p(w, y) = 0, \quad n(0, y) = c\delta(y),$$

где n и p — концентрации электронов и дырок; $\lambda = D/v$; μ — тангенс угла Холла (в классически слабом магнитном поле $\mu = \nu vB/E$; ν — множитель порядка 1); w — толщина i-слоя; c — нормировочная постоянная. Использование подстановки

$$f(x, y) = n(x, y)\exp(\mu y/2\lambda), \quad \varphi(x, y) = p(x, y)\exp(\mu y/2\lambda)$$

упрощает уравнения (1), так что их можно решить методом преобразования Фурье. Полученное таким способом распределение дырок в плоскости $x=0$ имеет следующий вид:

$$p(0, y) = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda}}\exp\left(-\frac{\mu y}{2\lambda}\right)\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Phi\left(t^2 + \frac{\mu^2}{4\alpha\lambda} - 1\right)\cos\sqrt{\frac{\alpha}{\lambda}}\,yt\,dt, \tag{2}$$

где

$$\Phi(x) = \left[x - \sqrt{x^2-1}\,\operatorname{cth}\left(\alpha w\sqrt{x^2-1}\right)\right]^{-1},$$

а распределение $n(w, y)$ электронов в плоскости $x=w$ отличается от (2) только заменой функции $\Phi(x)$ на

$$\psi(x)=\frac{\sqrt{x^2-1}}{\operatorname{sh}\left(aw\sqrt{x^2-1}\right)}\,\Phi(x).$$

Из (2) следует, что если магнитное поле и диффузия отсутствуют ($\mu=0,\ \lambda=0$), то как и следовало ожидать, $p(0, y)=c(M-1)\delta(y)$, $n(w, y)=cM\delta(y)$, где $M=(1-aw)^{-1}$ — коэффициент умножения. С другой стороны, без умножения ($a=0$), естественно, $p(x, y)=0$, а

$$n(w, y)=\frac{c}{2\sqrt{\pi\lambda w}}\exp\left[-\frac{(y+\mu w)^2}{4\lambda w}\right], \tag{3}$$

т. е. получается обычное распределение Гаусса, сдвинутое на длину поперечного дрейфа в холловском поле μw. Обычно величины μw и $\sqrt{\lambda w}$ очень малы по сравнению с характерными размерами неоднородности ОПЗ, что, вероятно, и служило до сих пор оправданием пренебрежения поперечной диффузией во всех известных нам работах. Между тем лавинное умножение резко изменяет ситуацию. Для того чтобы убедиться в этом, исследуем асимптотику распределения электронов и дырок при больших y, которая, как известно, определяется вычетом подынтегрального выражения (2) в ближайшей к действительной оси особой точке. Эта точка — простой полюс, расположенный на мнимой оси при

$$t=t_0\equiv i\left(\frac{\mu^2}{4a\lambda}+\sqrt{u^2+1}-1\right)^{1/2}, \tag{4}$$

где u — действительный корень уравнения $u=\operatorname{sh}(awu)$. С учетом сказанного при $\sqrt{a/\lambda}|t_0y|\gg\gg 1$ получается [1]

$$p(0, y)\sim n(w, y)\sim\exp\left(-\frac{\mu y}{2\lambda}+\sqrt{\frac{\mu^2}{4\lambda^2}+L_D^{-2}}\,|y|\right), \tag{5}$$

где

$$L_D^{-2}=\frac{a}{\lambda}\left(\sqrt{u^2+1}-1\right).$$

В отсутствие магнитного поля из (5) следует, что

$$p(0, y)\sim n(w, y)\sim\exp\left(-|y|/L_D\right). \tag{6}$$

В магнитном поле распределение несимметрично, причем если магнитное поле настолько велико, что $\mu\gg 2\lambda/L_D$, то

$$p(0, y)\sim n(w, y)\sim\begin{cases}\exp\left(\dfrac{y}{L_H}\right) & \text{при } y<0,\\ \exp\left(-\mu\dfrac{y}{\lambda}\right) & \text{при } y>0,\end{cases} \tag{7}$$

где

$$L_H=\frac{\mu}{\lambda}L_D^2.$$

Принципиальным является то, что на больших расстояниях от плоскости инжекции $y=0$ концентрации носителей заряда уменьшаются по простому экспоненциальному закону, а не по функции Гаусса, даже если магнитное поле отсутствует, а умножение сколь угодно мало. При большом умножении (т. е. вблизи пробоя), кроме этого, поперечный перенос сильно увеличивается и в магнитном поле, и без него: при $1-aw\ll 1$, как нетрудно убедиться, $u^2\simeq 6(1-aw)$, поэтому эффективная «диффузионная длина»

$$L_D\simeq\sqrt{\lambda w\frac{M}{3}} \tag{8}$$

и эффективная «магнитная длина»

$$L_H\simeq\mu w\frac{M}{3} \tag{9}$$

могут даже превысить w вблизи пробоя.

---

[1] Заметим, что асимптотика (5) верна при любых x, а без магнитного поля и в цилиндрически-симметричном случае при точечной инжекции электронов.

Очевидно, эти результаты, полученные для простейшей модели, качественно верны и для реальных приборов. Неравенство кинетических коэффициентов электронов и дырок может лишь незначительно изменить численный коэффициент в (8) и (9), а неоднородность электрического поля по толщине ОПЗ легко учесть, заменяя величину w на толщину эффективного слоя умножения.

Сильное увеличение поперечного диффузионного расплывания носителей заряда указывает на необходимость учета этого эффекта при анализе умножения (в частности, при выводе критерия пробоя) в полупроводниковых приборах с неодномерной ОПЗ, т. е. практически во всех реальных приборах. Этот же эффект должен определять пространственную разрешающую способность метода наведенного тока при анализе однородности лавинного пробоя. Наконец, гигантское усиление бокового дрейфа в магнитном поле открывает возможность наблюдения новых магнитоэлектрических явлений при пробое полупроводниковых приборов в сравнительно слабых магнитных полях (из (9) следует, что $L_H > w$ при $M \simeq 10^3$ и $B \geqslant 3$ Тл), когда квадратичные по полю эффекты типа магнитосопротивления еще незаметны. Возможно, например, что именно рассмотренным эффектом объясняется изменение напряжения поверхностного пробоя германиевых диодов на ± 25 % в зависимости от ориентации магнитного поля с $B=1.5$ Тл, наблюдавшееся в работе [2].

Литература

[1] *Зи С.* Физика полупроводниковых приборов. М.: Мир, 1984, т. 1. 455 с.
[2] *Анупыльд А. Ю., Горюнов М. Н., Дмитриева А. И.* РиЭ, 1968, т. 13, № 6, с. 1079—1084.

Всесоюзный электротехнический институт им. В. И. Ленина
Москва

Поступило в Редакцию 1 февраля 1986 г.

УДК 53 : 51 *Журнал технической физики, т. 58, в. 1, 1988*

К ДВУХСТОРОННЕЙ ОЦЕНКЕ ФУНКЦИОНАЛОВ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ

М. В. Давидович

При численном решении краевых задач электростатики особое значение приобретают оценки погрешностей находимых решений. Применение вариационных принципов позволяет во многих практически важных случаях свести нахождение искомых параметров задачи к получению стационарных значений некоторых функционалов [1–6], а определение погрешностей — к их двусторонним оценкам [1–3]. Для получения таких оценок исходную задачу необходимо решать двумя встречными один другому методами (определяющими искомый параметр с недостатком и избытком), реализация которых сопряжена с необходимостью строить полные системы функций, в одном случае удовлетворяющих краевым условиям (в методе Ритца), а в другом — уравнению Эйлера (в методе Трефтца) либо краевым условиям преобразования Фридрихса [5].

В настоящей работе предлагается способ оценки погрешности функционалов электростатики при нахождении их стационарных значений только методом Трефтца. Получены также соответствующие оценки для функционалов швингеровского типа.

Рассмотрим квадратичный функционал

$$\Lambda(u) = \int_{\Omega} \varepsilon \nabla u \nabla u^* d\Omega, \qquad (1)$$

определенный для функций, непрерывно дифференцируемых в $M+1$-связной области Ω с поверхностью $S=S_0+S_1+\cdots+S_M$, заполненной средой со скалярной проницаемостью ε. Пусть требуется определить матрицу частичных емкостей системы M металлических тел с поверхностями S_n, ограниченными поверхностью экрана S_0 (необязательно замкнутой). Искомые $M(M+1)/2$ частичные емкости C_{nm} можно найти, решая, например, краевые задачи