УДК 533.9.07 Журнал технической физики, т. 58, в. 1, 1988

К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО УСКОРЕНИЯ ПЛАЗМЫ

В. Ф. Тырнов

С момента возникновения идеи электродинамического ускорения плазмы [1] прошло много лет. К настоящему времени плазменные ускорители относятся к числу устройств, имеющих серьезные и многообразные применения: инжекторы плазмы для термоядерных установок, источники ионов, плазменные ракетные двигатели и т. д. [2-5]. Поэтому поиски путей повышения их эффективности остаются важной задачей. Не теряет актуальности и электродинамическая модель ускорения, которая, хотя и не дает представления о процессах в ускоряемой плазме, позволяет правильно рассчитать характеристики плазменных ускорителей [6, 7]. В основном завершенная в работах [8, 9], она остается рабочим инструментом и по сей день [10].

Одной из основных характеристик плазменного сгустка на выходе ускорителя является его скорость. Максимальная скорость плазменных сгустков, предсказываемая электродинамической моделью, в экспериментальных условиях часто не достигается по причинам (см., например, [11]), которые не могут считаться порочащими идею электродинамического ускорения, так как при определенных способах создания ускоряемых плазмоидов ее достижение возможно [7]. Теоретически в электродинамическом методе нет ограничения на скорость плазмоидов, практически же оно есть. Связано оно с использованием в качестве источников питания систем с относительно большой постоянной времени (например, разряд конденсатора большой емкости). Дело в том, что по мере ускорения плазмоида растет индукционный ток в ускоряющем контуре, противофазный току, создаваемому внешним источником. Это приводит к резкому падению магнитного давления, ускоряющего плазмоид, т. е. эффективной является лишь начальная стадия ускорения, пока индукционный ток мал.

Избежать этой неприятности можно, применив в качестве источника высокочастотный генератор. В этом случае на векторной диаграмме индукционный ток изобразится вектором, составляющим некоторый угол с вектором тока внешней эдс. Если этот угол окажется значительно отличающимся от π, то эффективная компенсация магнитных полей, создаваемых двумя токами, окажется невозможной.

В качестве модели ускорителя рассмотрим длинную линию с погонными индуктивностью и емкостью L и C соответственно. Внешняя синусоидальная с частотой ω и амплитудой $\mathcal{E}_0$ эдс включена в левый конец линии ($x=0$). Плазменная перемычка с активным сопротивлением r_0 и массой m замыкает линию справа и имеет возможность двигаться слева направо. Так как обычно проводимость металлов во много раз больше проводимости плазмы, активным сопротивлением линии пренебрежем. Пренебрежем также ее утечкой. Распределение тока $i\,(x)$ и напряжения $u\,(x)$ вдоль длинной линии описывается парой телеграфных уравнений [12]

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{L}{c^2}\frac{\partial i}{\partial t}=0,\quad \frac{\partial i}{\partial x}+C\frac{\partial u}{\partial t}=0. \tag{1}$$

Общее гармоническое решение этих уравнений имеет вид

$$u=A_1e^{j\varkappa x}+A_2e^{-j\varkappa x},$$

$$i=-\frac{1}{Z}\left(A_1e^{j\varkappa x}-A_2e^{-j\varkappa x}\right), \tag{2}$$

где

$$\varkappa=\frac{\omega}{c}\sqrt{LC},\quad Z=\frac{1}{c}\sqrt{\frac{L}{C}},\quad j=\sqrt{-1}.$$

Константы A_1 и A_2 должны быть определены из граничных условий. Обсудим их. На левом конце линии включен генератор. Там же включены начальные индуктивность L_0 и емкость C_0 системы, которые можно отнести к импедансу генератора. Частоту генератора можно выбрать так, чтобы мнимая часть его импеданса обратилась в нуль. Тем самым влияние начальных параметров на ускорение перемычки исключается, а внутреннее сопротивление генератора для этой частоты является чисто активным. Обозначим его R_0, и граничное условие на левом конце приобретает вид

$$u\,(0)=\mathcal{E}_0+R_0 i\,(0). \tag{3}$$

На правом конце ($x=X$, где X — координата перемычки) включено сопротивление перемычки r_0 и та часть эдс индукции, которая связана с ее движением (часть эдс индукции, связанная с изменением магнитного поля в контуре, учитывается самим уравнением (1)). Она легко вычисляется

$$\mathscr{E}=-\frac{vL}{c^2}i(X), \quad \text{где} \quad v=\frac{dX}{dt} \tag{4}$$

Поэтому граничное условие на правом конце линии имеет вид

$$u(X)=\left(r_0-\frac{Lv}{c^2}\right)i(X). \tag{5}$$

Подстановка решения (2) в граничные условия (3) и (5) приводит к системе линейных уравнений относительно A_1 и A_2, решение которых таково:

$$A_1=\frac{\mathscr{E}_0(1-bZ^{-1})\,e^{-j\varkappa X}}{p_1e^{-j\varkappa X}-p_2e^{j\varkappa X}},$$

$$A_2=-\frac{\mathscr{E}_0(1+bZ^{-1})\,e^{j\varkappa X}}{p_1e^{-j\varkappa X}-p_2e^{j\varkappa X}}, \tag{6}$$

где

$$p_1=\left(1+\frac{R_0}{Z}\right)\left(1-\frac{b}{Z}\right), \quad p_2=\left(1-\frac{R_0}{Z}\right)\left(1+\frac{b}{Z}\right).$$

Подставляя (6) в (2), находим ток через перемычку

$$i(X)=\frac{2Z^{-1}\mathscr{E}_0}{p_2e^{j\varkappa X}-p_1e^{-j\varkappa X}}. \tag{7}$$

Если генератор согласован с нагрузкой, т. е. $R_0=Z$, то $p_2=0$. Восстанавливая множитель $\exp(j\omega t)$ и возвращаясь к вещественному представлению, найдем, что ток через перемычку равен

$$i(X)=-\frac{Z^{-1}\mathscr{E}_0}{1-bZ^{-1}}\cos(\omega t+\varkappa X). \tag{8}$$

Предположим, что время пролета плазмоида через ускоритель τ много больше периода колебаний генератора, т. е. $\omega\gg 1/\tau$ и одновременно $\omega\gg\varkappa c$, или, что то же самое, $\sqrt{LC}\ll 1$. Последнее неравенство означает, что скорость изменения второго слагаемого в фазе выражения (8) много меньше скорости изменения первого. Это позволяет усреднить по периоду колебаний выражение для квадрата тока через перемычку, определяющего ускоряющую силу, и считать

$$i^2(X)=Z^{-2}\mathscr{E}_0^2/2(1-bZ^{-1}). \tag{9}$$

Сила, действующая на перемычку, равна [13]

$$P=\frac{1}{2c^2}Li^2, \tag{10}$$

а уравнение ее движения имеет вид

$$m\frac{dv}{dt}=\frac{1}{2c^2}L\,\frac{Z^{-2}\mathscr{E}_0^2}{2(1-Z^{-1}b)^2}. \tag{11}$$

Его легко преобразовать к форме

$$\left(1+a\frac{v}{c}\right)^2dv=\frac{L\mathscr{E}_0^2dt}{4mc^2(Z-r_0)^2}, \tag{12}$$

где

$$a=Z\sqrt{LC}/(Z-r_0).$$

Окончательный результат интегрирования этого уравнения с нулевым начальным условием таков:

$$v=c\left[\left(\frac{(Z-r_0)^3}{Z^3(LC)^{3/2}}+\frac{3}{4}\frac{\mathscr{E}_0^2t}{Lmc}\right)^{1/3}-\frac{Z-r_0}{Z\sqrt{LC}}\right]. \tag{13}$$

Формула (13) сильно упрощается, если $r_0 \approx Z$

$$v = c\,(3\mathscr{E}_0^2 t/4Lmc)^{1/3}. \tag{14}$$

Закон движения перемычки имеет при этом вид

$$X = \frac{Lmc^2}{\mathscr{E}_0^2}\left(\frac{3}{4}\,\frac{\mathscr{E}_0^2 t}{Lmc}\right)^{4/3}. \tag{15}$$

На основании последних двух формул получается следующая зависимость скорости перемычки от длины ускорения:

$$v = c\,(\mathscr{E}_0^2 X/Lmc^2)^{1/4}. \tag{16}$$

Из полученных результатов видно, что при переменно-точном питании ускорителя процесс ускорения носит монотонный характер и не сменяется осцилляторным режимом, как это имеет место при питании от конденсаторных батарей [1]. Это обстоятельство внушает некоторую надежду на то, что переменно-точная схема ускорения окажется перспективной для повышения эффективности плазменных ускорителей рельсотронного типа.

Литература

[1] *Арцимович Л. А., Лукьянов С. Ю., Подгорный И. М., Чуватин С. Л.* ЖЭТФ, 1957, т. 33, № 1, с. 3—11.
[2] Плазменные ускорители. М.: Машиностроение, 1973.
[3] Ионные, плазменные и дуговые ракетные двигатели. М.: Госатомиздат, 1961.
[4] Физика и применение плазменных ускорителей. Минск: Наука и техника, 1974.
[5] *Гришин С. Д., Лесков Л. В., Козлов Н. П.* Плазменные ускорители. М.: Машиностроение, 1983.
[6] *Калмыков А. А., Лесков Л. В., Пергамент М. И.* В сб. [2], с. 183—191.
[7] *Калмыков А. А.* В сб. [4], с. 48—77.
[8] *Michels C., Heighway J., Johansen S.* AIAAA J., 1966, v. 5, N 5, p. 823—839.
[9] *Хижняк Н. А.* Автореф. докт. дис. Харьков, 1966.
[10] *Сиднев В. В., Скворцов Ю. В., Соловьева В. Г., Умрихин Н. М.* Физика плазмы, 1984, т. 10, № 2, с. 392—399.
[11] *Кварцхава И. Ф., Меладзе Р. Д., Хаутиев Э. Ю.* и др. ЖТФ, 1966, т. 36, № 5, с. 759—762.
[12] *Смирнов В. И.* Курс высшей математики. М.: ГИФМЛ, 1961, т. 2, § 18.
[13] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982, § 33.

Поступило в Редакцию
7 апреля 1986 г.
В окончательной редакции
4 октября 1986 г.

УДК 535.417 *Журнал технической физики, т. 58, в. 1, 1988*

СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ ПРОДОЛЬНОГО СМЕЩЕНИЯ С ОБЪЕМНОЙ РЕГИСТРАЦИЕЙ СПЕКЛ-СТРУКТУР

И. С. Клименко, Т. В. Кривко, А. Н. Малов, В. П. Рябухо

Одним из приложений спекл-интерферометрии является измерение продольных смещений диффузно рассеивающих объектов [1]. Известно, что вследствие продольного поступательного смещения объекта (и рассеянного им спекл-поля) спекл-структура в плоскости регистрации претерпевает в зависимости от направления смещения поперечное радиальное растяжение или сжатие. Это означает, что при реализации традиционной техники спекл-интерферометрии, основанной на регистрации двух (или нескольких) сечений смещающегося спекл-поля на квазиплоскую регистрирующую среду, спеклограмма регистрирует лишь поперечное смещение сечений идентичных спеклов, величина которого определяется пространственной ориентацией спеклов, представляющих собой объемные образования. Этим обстоятельством определяется относительно низкая чувствительность спекл-интерферометрии к продольному смещению по сравнению с голографической интерферометрией, обеспечивающей регистрацию изменения фазы спекл-поля вследствие такого смещения.