В случае Лауэ выполнен расчет зависимости интегральной интенсивности от толщины кристалла для различных уровней деформации. Расчет сделан в соответствии с (3) для излучения с длиной волны $\lambda = 0.155$ Å (отражение Si (220), $\varphi_Б = 0.04$, $\eta = 0.01$). При малых толщинах отмечается линейный рост интенсивности за счет увеличения угловой толщины отражения, тогда как при больших толщинах кристалла ($L > 3$ см) интенсивность падает за счет затухания. Максимумы зависимостей I/I_0 приходятся на $L' = 1/\eta = 100$, что соответствует толщине кристалла 2.3 см. Для случая деформации $z'_{эф} = 0.08$ при такой толщине кристалла $I/I_0 = 160$, ширина отражения $\delta\varphi/2\Delta\varphi = 1200$; в случае меньшей деформации $z'_{эф} = 0.75$ аналогичные величины равны соответственно 50 и 130. Относительная деформация в кристалле при этом не превышает 10^{-6}. Таким образом, в случае Лауэ даже малые смещения атомов достаточны для проявления рассматриваемого эффекта.

Полученные результаты легко обобщаются на случай немонохроматического пучка и могут быть использованы для оценки эффективности перекачки пучка в дифрагированный в различных кристаллах, а также для создания специализированного спектрометра, работающего на узкоколлимированном входном пучке, с увеличенной светосилой.

Литература

[1] *Энтин И. Р., Пучкова И. А.* ФТТ, 1984, т. 26, № 11, с. 3320—3324.
[2] *Мкртчян А. Р., Навасардян М. А., Габриелян Р. Г.* и др. Письма в ЖТФ, 1983, т. 9, № 10, с. 1181—1184.
[3] *Чуховский Ф. Н.* Металлофизика, 1981, т. 3, № 5, с. 3—30.
[4] *Хапачев Ю. П., Колпаков А. В., Кузнецов Г. Ф., Кузьмин Р. Н.* Вестник МГУ. Сер. 3, физ., астрон., 1980, т. 21, № 5, с. 57—63.
[5] *Kolpakov A. V., Punegov V. I.* Sol. Stat. Comm., 1985, v. 54, N 7, p. 573—579.
[6] *Мкртчян А. Р., Навасардян М. А., Мирзоян В. К.* Письма в ЖТФ, 1982, т. 8, № 11, с. 677—680.
[7] *Tikhonova E. A.* Phys. Stat. Sol. (a), 1984, v. 81, N 1, p. 69—75.
[8] *Takagi S.* J. Phys. Soc. Japan, 1969, v. 26, N 5, p. 1239—1253.
[9] *Hanson H. P.* Acta Cryst., 1964, v. 17, N 8, p. 1040—1044.
[10] International tables for X-ray crystallography. Birmingham. England. Kynoch press, 1969, v. 1. 558 p.
[11] *Сторм Э., Исраэль Х.* Сечения взаимодействия гамма-излучения (для энергий 0.001—100 МэВ и элементов с 1 по 100). Справочник. М.: Атомиздат, 1973. 256 с.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова
Москва

Поступило в Редакцию
8 декабря 1986 г.

УДК 537.533.31 *Журнал технической физики, т. 58, в. 1, 1988*

МЕТОД ПРИБЛИЖЕННОГО РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ КОНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Л. А. Баранова Г. Н. Дьякова, С. Я. Явор

Электростатические системы с электродами конической формы находят широкое применение в качестве линз, отклоняющих элементов и энергоанализаторов. Они обеспечивают возможность построения систем с переменной апертурой, позволяют увеличить светосилу и улучшить согласование пучка с устройством. Расчет таких систем представляет значительные трудности и, как правило, выполняется численными методами.

В данной статье построена приближенная теория систем, образованных двумя круговыми соосными конусами с совмещенными вершинами (см. рисунок). Распределение потенциала в сферической системе координат (r, θ, ψ) в случае бесконечно длинных электродов имеет вид [1]

$$\varphi(\theta) = \frac{V}{\ln(\operatorname{tg}(\theta_1/2)/\operatorname{tg}(\theta_0/2))}(\ln \operatorname{tg}\theta/2 - \ln \operatorname{tg}\theta_0/2). \quad (1)$$

Здесь θ_0 — угол полураствора внутреннего конуса, потенциал которого принят равным нулю; θ_1 — угол полураствора внешнего конуса, находящегося под потенциалом V. Как видно из (1), распределение потенциала имеет осевую симметрию и не зависит от радиуса-вектора.

Уравнения движения заряженной частицы в таком поле при $\dot{\psi}_0=0$ записываются следующим образом:

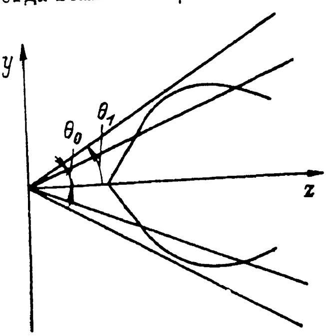
$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0,$$
$$m\,(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = -\frac{e}{r}\,\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}. \tag{2}$$

Закон сохранения энергии имеет вид

$$\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2 = -\frac{2e}{m}\,[\varphi_0 + \varphi(\theta)]. \tag{3}$$

Здесь предполагается, что начальная энергия частицы $\mathcal{E} = -e\varphi_0$.

В дальнейшем будем полагать угол между конусами $\theta_1 - \theta_0$ малым по сравнению с θ_0. Тогда величина $d\varphi/d\theta$ должна быть велика, чтобы обеспечить конечную разность потенциалов между электродами. Для того чтобы правая часть второго уравнения в (2) имела конечную величину, r должно быть порядка $d\varphi/d\theta$. Из сделанных предположений следует, что величина $r\dot{\theta}$ конечна, $ar\dot{\theta}^2$ мало. В этом случае первое из уравнений (2) дает $\ddot{r}\approx 0$ и $\dot{r}\approx\dot{r}_0$, где $\dot{r}_0$ — начальное значение r-составляющей скорости.



Из уравнения сохранения энергии (3) в таком приближении получим

$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{\dot{\theta}}{\dot{r}_0} = \pm\frac{1}{\dot{r}_0 r}\sqrt{-\frac{2e}{m}\,[\varphi_0 + \varphi(\theta)] - \dot{r}_0^2}\,. \tag{4}$$

Знак плюс соответствует восходящей ветви траектории, знак минус — нисходящей. Интегрирование (4) дает

$$\frac{r}{r_0} = \begin{cases} \exp\left[\dot{r}_0 \displaystyle\int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{-\frac{2e}{m}[\varphi_0+\varphi(\theta)] - \dot{r}_0^2}}\right], & \theta \leqslant \theta_{max}, \\ \exp\left\{\dot{r}_0\left[\displaystyle\int_{\theta_0}^{\theta_{max}} \frac{d\theta}{\sqrt{-\frac{2e}{m}[\varphi_0+\varphi(\theta)] - \dot{r}_0^2}} + \int_{\theta}^{\theta_{max}} \frac{d\theta}{\sqrt{-\frac{2e}{m}[\varphi_0+\varphi(\theta)] - \dot{r}_0^2}}\right]\right\}, & \theta \geqslant \theta_{max} \end{cases} \tag{5}$$

где θ_{max} определяется из условия равенства нулю подкоренного выражения.

Разложив $\varphi(\theta)$ в ряд по степеням $(\theta - \theta_0)$ и проинтегрировав (5), получим выражение для траектории, лежащей в азимутальной плоскости конической системы, в аналитическом виде

$$\frac{r}{r_0} = \begin{cases} \exp\left[2\sqrt{\frac{\mathcal{E}\sin\theta_0}{eC}}\cos\beta\left(-\sqrt{\frac{\mathcal{E}\sin\theta_0\sin^2\beta}{eC} - (\theta-\theta_0)} + \sqrt{\frac{\mathcal{E}\sin\theta_0}{eC}}\sin\beta\right)\right], & \theta \leqslant \theta_{max}, \\ \exp\left[\sqrt{\frac{\mathcal{E}\sin\theta_0}{eC}}\sin 2\beta + 2\sqrt{\frac{\mathcal{E}\sin\theta_0}{eC}}\cos\beta\sqrt{\frac{\mathcal{E}\sin\theta_0\sin^2\beta}{eC} - (\theta-\theta_0)}\right], & \theta \geqslant \theta_{max}. \end{cases} \tag{6}$$

Здесь β — угол между вектором начальной скорости $\bar{v}_0$ и образующей внутреннего электрода $v_0\cos\beta = \dot{r}_0$; величина C равна

$$C = \frac{V}{\ln\left(\mathrm{tg}\,(\theta_1/2)/\mathrm{tg}\,(\theta_0/2)\right)}\,. \tag{7}$$

Рассмотрим подробнее случай, когда частица входит в систему через внутренний электрод конденсатора, отражается от внешнего и выходит снова через внутренний. Связь координаты входа r_0 и выхода $r_к$ имеет вид

$$r_к = r_0 \exp\left(\frac{2\mathcal{E}}{eC}\sin\theta_0\sin 2\beta\right). \tag{8}$$

Предположим, что на внутреннем электроде на расстоянии r_0 от вершины расположен узкий кольцевой источник. Выходящий из него пучок заряженных частиц сфокусируется на том же электроде, если выполняется условие

$$\partial r_к/\partial\beta = 0. \tag{9}$$

Из (8) и (9) имеем

$$\beta = \pm \pi/4. \tag{10}$$

Как видно из (10), в принятом приближении условие фокусировки первого порядка не зависит от параметров пучка и геометрии системы. Оно совпадает с аналогичным условием фокусировки в плоском конденсаторе. Фокусировка второго порядка при этом не возникает. Для ее получения необходим вынос источника и (или) его изображения за пределы поля.

Траектория имеет асимметричную форму относительно своей вершины, она более вытянута со стороны более слабого поля. Угол выхода траектории из поля также равен $\pi/4$, увеличение системы равно единице.

Если использовать рассмотренную систему как анализатор заряженных частиц по энергии, то в первую очередь нас интересует его дисперсия. Дифференцируя $r_к$ по $\mathscr{E}$ и предполагая, что пучок движется в сторону расширения конусов, получим выражение для относительной дисперсии D/d

$$\frac{D}{d} = \frac{(2\mathscr{E}/eC)\sin\theta_0}{1 - \exp\left(-\frac{2\mathscr{E}}{eC}\sin\theta_0\right)}. \tag{11}$$

Здесь D — линейная дисперсия, d — база анализатора

$$d = r_к - r_0.$$

Дважды дифференцируя (8) по β, найдем величину коэффициента сферической аберрации второго порядка C_2

$$C_2 = -2D. \tag{12}$$

θ_0, град	$\theta_1-\theta_0$, град	d/r_0	D/d	$\mathscr{E}/eC$	$\mathscr{E}/eV$
20	5	0.233	1.11	0.306	1.34
20	10	0.747	1.30	0.816	1.95
30	5	0.232	1.11	0.209	1.28
30	10	0.747	1.30	0.558	1.82
45	5	0.233	1.11	0.148	1.25
45	10	0.748	1.31	0.395	1.73
45	15	1.472	1.52	0.640	1.93

Результаты расчета некоторых вариантов энергоанализатора приведены в таблице. Из нее видно, что относительная дисперсия конического анализатора может существенно превышать относительную дисперсию анализатора с однородным полем, равную единице.

При движении пучка заряженных частиц по направлению к вершине конуса получим уменьшение относительной дисперсии по сравнению с единицей. Выражение (12) для коэффициента аберрации C_2 сохраняется.

Полученное выражение для траектории может быть использовано при расчете оптических свойств других систем, например конических анализаторов с впуском частиц через торец и линз с полым пучком.

Следует отметить, что развитый здесь метод применим и для расчета оптических свойств конических систем с раздвинутыми вершинами, если углы растворов конусов близки и расстояние между вершинами невелико. Это следует из малости составляющей напряженности $E_r = -\partial\varphi/\partial r$ в таких полях.

Для сравнения приведем результат приближенного численного расчета анализатора, образованного двумя соосными конусами с одинаковыми углами раствора и разнесенными вершинами [2]. Получено, что угол фокусировки в нем при расположении входной и выходной щелей на внутреннем электроде в диапазоне изменения угла раствора θ_0 от 30 до 60° также близок к $\pi/4$, а относительная дисперсия примерно равна единице. Такой же результат имеем в случае цилиндрического зеркального анализатора с расстоянием между электродами много меньше радиуса внутреннего электрода. Очевидно, что если спектрометр образован двумя соосными конусами с разнесенными вершинами и мало отличающимися углами раствора, то и в этом случае угол фокусировки будет близок к $\pi/4$. Относительная дисперсия будет превышать единицу, если пучок движется в сторону ослабления напряженности поля.

Для оценки области применимости приближенного метода был проведен численный расчет нескольких вариантов конических анализаторов. Результаты совпадают с точностью до 10 %, если разность углов полураствора внешнего и внутреннего конусов не превышает 10°. При этом точное значение относительной дисперсии несколько возрастает по сравнению с приближенным расчетом, а линейное увеличение отличается от единицы. Из теории подобия следует, что увеличение M^*, измеряемое вдоль нижнего электрода, дается формулой $M^* = 1 + d/r_0$ при движении частиц от вершины конуса и $M^* = 1 - d/r_0$ при движении по направлению к вершине.

Рассмотренные в работе анализаторы могут быть использованы для одновременного получения энергетических и угловых спектров вторичных заряженных частиц, что особенно актуально при исследовании поверхности.

Литература

[1] *Овсянникова Л. П., Явор С. Я.* ЖТФ, 1978, т. 48, № 6, с. 1306—1308.
[2] *Никифоров Н. Я., Казаков А. Т., Рабинович М. Н.* Изв. вузов. Физика, 1981, т. 24, № 10, с. 35—40.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
16 декабря 1986 г.

Журнал технической физики, т. 58, в. 1, 1988

ПРЯМОЙ МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ КОНСТАНТ СКОРОСТЕЙ ПО СТРУЙНЫМ РЕЛАКСАЦИОННЫМ ЭКСПЕРИМЕНТАМ

А. В. Богданов, Н. В. Станкус

1. Из всех вариантов релаксационной спектроскопии измерение кинетики заселенностей внутренних степеней свободы в струйных течениях [1] позволяет охватить самый широкий спектр параметров и достигнуть значительной неравновесности в течении. Однако использование стандартных методов подбора параметров в аналитических параметризациях констант скоростей [2] показало слабую чувствительность заселенностей к виду и величине релаксационных коэффициентов. Мы покажем тем не менее, что существует режим течения, в котором зависимость от констант скоростей достаточно сильна, и предложим процедуру прямого восстановления релаксационных коэффициентов в этом режиме.

2. Введем отношение констант $a(n-1,\ t)=K_{n-1,\ n}/K_{n-1}$ и определим, следуя [3], модифицированные заселенности соотношением

$$f\,(n-1,\ t)\ a\,(n-1,\ t)=N_n\,(t)/N_{n-1}\,(t). \tag{1}$$

Уравнения для $f\,(n,\ t)$ намного проще уравнений для $N_n\,(t)$; в частности, в них наблюдается разделение вкладов в изменение заселенностей от столкновений, газодинамического процесса и источников накачки [3]

$$\dot{f}\,(n,\ t)=R\,(f,\ f)+Hf+S\,(f)\,f. \tag{2}$$

В отсутствие накачки член $S\,(t)$, который содержит f с индексами, отличными от n, является малым второго порядка как по отклонению от равновесия, так и по гладкости начального распределения, а поэтому в струйных течениях может быть отброшен. H — это вклад газодинамических градиентов $H\,(n,\ t)=-d/dt\ \ln a\,(n,\ t)$ $(\equiv -G\,(t)\ \Delta E\,(n))$, а R — интеграл столкновений. Например, в приближении одноквантового VT (RT)-обмена он имеет вид

$$R\,(f, f)=A_n\,f^2+B_n\,f+C_n(A_n+B_n+C_n=0), \tag{3}$$

где $A_n \div C_n$ — некоторые комбинации констант скоростей [3]. В струях $A,\ B,\ C \gg H \gg S$.

3. Из анализа (2) с учетом (3) нетрудно получить, что все течение в струе разбивается на три области. На начальном этапе расширения при выходе из форкамеры заселенности близки к равновесным, $f\,(n,\ t)\simeq 1$ и в силу (3) $R\,(f,\ f)\simeq 0$. Поэтому решение на начальном этапе имеет универсальный вид

$$f\,(n,\ t)\simeq \exp\left\{-\Delta E\,(n)\int\limits_0^t G\,(t)\ dt\right\} \tag{4}$$

и слабо зависит от констант скоростей в системе (интеграл в (4) берется вдоль токовой трубки). Во второй области, на временах порядка

$$\tau_n=(C_n-A_n)^{-1}\equiv(K_{n+1,\ n}-K_{n,\ n-1}-K_{n+1,\ n+2}-K_{n,\ n+1})^{-1}, \tag{5}$$

вклады газодинамических градиентов и релаксационных членов сравниваются

$$A_n\,f_n^2+B_n\,f_n+C_n+Hf_n\simeq 0, \tag{6}$$