Для метода полевой электронной микроскопии были изготовлены малогабаритные электронные проекторы с острием из вольфрама и с расстоянием от острия до экрана 3 см.

При адсорбции щелочных металлов на вольфраме работа выхода поверхности сильно понижается [9], а адсорбция химически активных остаточных газов приводит к незначительному увеличению работы выхода. Учитывая, что теплота адсорбции щелочных металлов меньше, чем у химически активных газов, можно предположить, что при нагреве острия первыми будут десорбироваться щелочные металлы.

Изменение работы выхода при нагреве острия во всех исследованных приборах имело аналогичный характер. Начальная работа выхода острия (до нагрева) составила 3.5—4.0 эВ. После десорбции щелочных металлов работа выхода возросла до 4.8—5.1 эВ. При дальнейшем нагреве острия, когда уже десорбировались остаточные газы, работа выхода уменьшалась до работы выхода чистого острия (4.44 эВ). Из сравнения полученных изменений работ выхода с известными концентрационными зависимостями работ выхода при адсорбции щелочных металлов на вольфраме [9] следует, что на поверхности острия наряду с адсорбированными газами имеется покрытие щелочных металлов, составляющее десятые доли от моноатомного слоя.

Измерение времени образования мономолекулярного слоя химически активных остаточных газов с момента полной очистки острия составило для разных ЭОПов от 10 ч до нескольких суток. Это соответствует остаточному давлению $1 \cdot 10^{-10}$—$1 \cdot 10^{-11}$ Тор. Этот же результат был получен в тех же приборах после хранения в течение года.

Анализ изменения автоэмиссионных изображений в процессе десорбции показал, что основными компонентами в составе химически активных остаточных газов являются водород и окись углерода.

Авторы выражают благодарность В. Н. Агееву и В. Н. Шреднику за полезные рекомендации и обсуждение результатов.

Литература

[1] *Завойский Е. К.*, *Бутслов М. М.*, *Смолкин Г. Е.* ДАН СССР, 1959, т. 111, № 5, с. 996—999.
[2] *Архипова Т. А.*, *Белошеев В. К.*, *Ерзунов А. И.* и др. ОМП. 1985, № 10, с. 20—23.
[3] *Соммер А.* Фотоэмиссионные материалы. М.: Энергия, 1973, с. 78—90.
[4] *Зандберг Э. Я.*, *Ионов Н. И.* Поверхностная ионизация. М.: Наука, 1969, с. 366.
[5] *Roboz P.* Acta Physica Hung., 1962, v. 14, N 4, p. 319—330.
[6] *Gomer R.*, *Wortman R.*, *Lundy R.* J. Chem. Phys., 1957, v. 26, N 5, p. 1147—1164.
[7] *Ehrlich G.*, *Hudda F.* J. Chem. Phys., 1961, v. 35, N 4, p. 1421—1439.
[8] *Klein R.* J. Chem. Phys., 1959, v. 31, N 5, p. 1306—1313.
[9] *Фоменко В. С.* Эмиссионные свойства материалов. Киев: Наукова думка, 1981, с. 263—279.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
12 февраля 1987 г.

УДК 53 : 51 *Журнал технической физики, т. 58, в. 3, 1988*

НЕСТАЦИОНАРНАЯ КОНВЕКТИВНАЯ ДИФФУЗИЯ В КАНАЛАХ С ДВИЖУЩИМИСЯ СТЕНКАМИ

Я. С. Уфлянд

В работе даны точные решения двух классов нестационарных задач конвективной диффузии для ламинарного установившегося течения вязкой несжимаемой жидкости, вызванного движением стенок канала.

Общность применяемого математического аппарата состоит в том, что в обоих случаях (плоском и цилиндрическом) решаются краевые задачи для уравнения Бесселя, отличные от классических в связи с комплексностью собственных значений и собственных функций.

1. Плоскопараллельный слой

Пусть одна стенка ($x=a$) канала ($-\infty < y,\ z < \infty$) движется в отрицательном направлении оси z со скоростью v, а другая стенка ($x=0$) неподвижна. Если границы слоя непроницаемы, то нестационарная задача диффузии с учетом конвекции сводится к решению уравнения [1, 2] для искомой концентрации $c\ (x,\ z,\ t)$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}\right) + v\,\frac{x}{a}\,\frac{\partial c}{\partial z} \tag{1.1}$$

при дополнительных условиях

$$\left.\frac{\partial c}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial c}{\partial x}\right|_{x=a} = 0, \quad c\,\Big|_{t=0} = F\ (x,\ z). \tag{1.2}$$

Имея в виду разложить решение в интеграл Фурье по переменной z, будем разыскивать частные решения уравнения (1.1) в виде

$$\exp\,[i\lambda z - D\,(\lambda^2 + \mu^2)\,t]\,\psi\,(x). \tag{1.3}$$

Тогда для функции ψ получается уравнение

$$\psi'' + \left(\mu^2 + \frac{i\lambda v}{D}\,\frac{x}{a}\right)\psi = 0 \tag{1.4}$$

с параметром μ и граничными условиями

$$\psi'\,(0) = \psi'\,(a) = 0. \tag{1.5}$$

Подстановка

$$\tau = 1 + u\mu x, \quad u = i\lambda v/aD\mu^3, \quad \psi\,(x) = f\,(\tau) \tag{1.6}$$

приводит к уравнению

$$f'' + \frac{\tau}{u^2}\,f = 0, \tag{1.7}$$

решение которого выражается через функции Бесселя [3]

$$f = \sqrt{\tau}\left[PJ_{1/3}\left(\frac{2}{3u}\,\tau^{3/2}\right) + QJ_{-1/3}\left(\frac{2}{3u}\,\tau^{3/2}\right)\right]. \tag{1.8}$$

Таким образом, явное выражение для собственных функций краевой задачи (1.4)—(1.5) имеет вид

$$\begin{aligned}\psi = \sqrt{\tau}\,\Big\{&\left[2J'_{-1/3}\left(\frac{2}{3u}\right) + uJ_{-1/3}\left(\frac{2}{3u}\right)\right]J_{1/3}\left(\frac{2}{3u}\,\tau^{3/2}\right) - \\ &-\left[2J'_{1/3}\left(\frac{2}{3u}\right) + uJ_{1/3}\left(\frac{2}{3u}\right)\right]J_{-1/3}\left(\frac{2}{3u}\,\tau^{3/2}\right)\Big\},\end{aligned} \tag{1.9}$$

причем собственные значения $\mu\,(\lambda)$ должны находиться из уравнения

$$\begin{aligned}&\left[2J'_{-1/3}\left(\frac{2}{3u}\right) + uJ_{-1/3}\left(\frac{2}{3u}\right)\right]\left[2J'_{1/3}\left(\frac{2}{3u}\,\alpha^{3/2}\right) + uJ_{1/3}\left(\frac{2}{3u}\,\alpha^{3/2}\right)\right] = \\ &= \left[2J'_{1/3}\left(\frac{2}{3u}\right) + uJ_{1/3}\left(\frac{2}{3u}\right)\right]\left[2J'_{-1/3}\left(\frac{2}{3u}\,\alpha^{3/2}\right) + uJ_{-1/3}\left(\frac{2}{3u}\,\alpha^{3/2}\right)\right],\end{aligned} \tag{1.10}$$

$$\alpha = 1 + u\mu a.$$

Можно доказать существование бесчисленного множества собственных значений, образующих дискретный спектр. Таким образом, формальное решение поставленной задачи представляется двойным разложением вида

$$c = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \exp\,(i\lambda z - D\lambda^2 t)\,d\lambda \sum_m A_m\,(\lambda)\,\psi_m\,(x,\ \lambda)\,\exp\,[-D\mu_m^2\,(\lambda)\,t]. \tag{1.11}$$

На основании свойства ортогональности

$$\int_0^a \psi_p(x, \lambda)\, \psi_q(x, \lambda)\, dx = 0, \quad p \neq q \tag{1.12}$$

и начального условия находим для искомых функций $A_m(\lambda)$ выражение

$$A_m(\lambda) = \frac{1}{2\pi N_m(\lambda)} \int_0^a \int_{-\infty}^{\infty} F(x, z)\, \psi_m(x, \lambda) \exp(-i\lambda z)\, dx dz, \tag{1.13}$$

где положено

$$N_m(\lambda) = \int_0^a \psi_m^2(x, \lambda)\, dx = -\frac{1}{2\mu_m}\left(\psi \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial \mu}\right)_{\substack{x=a \\ \mu=\mu_m}} \neq 0. \tag{1.14}$$

Изложенная методика легко обобщается на более общий случай, когда стенка $x=0$ также движется с заданной скоростью.

2. Коаксиальные цилиндры

Рассмотрим плоскую нестационарную задачу диффузии для случая, когда жидкость занимает область, заключенную между двумя непроницаемыми цилиндрами ($r_1 < r < r_2$, $0 \leqslant \varphi < \pi$), вращающимися с угловыми скоростями ω_1 и ω_2 соответственно.

Так как поле скоростей имеет при этом вид [1]

$$v = v_\varphi = Ar + \frac{B}{r}, \quad A = \frac{\omega_2 r_2^2 - \omega_1 r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}, \quad B = \frac{(\omega_1 - \omega_2)\, r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}, \tag{2.1}$$

то поставленная задача заключается в решении уравнения для концентрации $c(r, \varphi, t)$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial c}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 c}{\partial \varphi^2}\right] - \frac{v}{r}\frac{\partial c}{\partial \varphi} \tag{2.2}$$

с граничными и начальным условиями

$$\left.\frac{\partial c}{\partial r}\right|_{r=r_1} = \left.\frac{\partial c}{\partial r}\right|_{r=r_2} = 0, \quad \left. c\right|_{t=0} = F(r, \varphi). \tag{2.3}$$

Частные решения уравнения (2.2), периодические по координате φ, имеют вид

$$\exp[i(n\varphi - At)\, D\mu^2 t]\, R(r),$$

причем функция R должна удовлетворять уравнению

$$R'' + \frac{1}{r}R' + \left(\mu^2 - \frac{\nu^2}{r^2}\right)R = 0, \quad \nu^2 = n^2 + ni\frac{B}{D} \tag{2.4}$$

и краевым условиям

$$R'(r_1) = R'(r_2) = 0. \tag{2.5}$$

Представляя решение уравнения (2.4) через функции Бесселя

$$R = PJ_\nu(\mu r) + QY_\nu(\mu r), \tag{2.6}$$

находим выражение для собственных функций краевой задачи (2.4) — (2.5)

$$R = Y'_\nu(\mu r_1)\, J_\nu(\mu r) - J'_\nu(\mu r_1)\, Y_\nu(\mu r) \tag{2.7}$$

и уравнение для образующих дискретный спектр собственных значений μ

$$Y'_\nu(\mu r_1)\, J'_\nu(\mu r_2) = J'_\nu(\mu r_1)\, Y'_\nu(\mu r_2). \tag{2.8}$$

Тогда формальное решение задачи имеет вид разложения в ряд Фурье по угловой координате и в ряд по системе функций $R_{mn}(r)$

$$c(r, \varphi, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp[in(\varphi - At)] \sum_{m=0}^{\infty} c_{mn} \times R_{mn}(r) \exp(-D\mu_{mn}^2 t). \tag{2.9}$$

Так как имеет место свойство ортогональности

$$\int_{r_1}^{r_2} R_{pn}(r)\, R_{qn}(r)\, r dr = 0, \quad p \neq q, \tag{2.10}$$

то использование начального условия дает для величины c_{mn} значение

$$c_{mn} = \frac{1}{2\pi N_{mn}} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} F(r, \varphi)\, R_{mn}(r) \exp(-in\varphi)\, r dr d\varphi, \tag{2.11}$$

где

$$N_{mn} = \int_{r_1}^{r_2} R_{mn}^2(r)\, r dr = \frac{4}{\pi^2 \mu_{mn}^2} \left[\left(1 - \frac{\nu^2}{\mu_{mn}^2 r_2^2}\right) \times \frac{J_\nu'^2(\mu_{mn} r_1)}{J_\nu'^2(\mu_{mn} r_2)} - \right.$$
$$\left. - \left(1 - \frac{\nu^2}{\mu_{mn}^2 r_1^2}\right)\right] \neq 0. \tag{2.12}$$

Так как $\operatorname{Re}\mu_{mn} > 0$, $\mu_{00} = 0$, $R_{00} = 1$, $N_{00} = (r_2^2 - r_1^2)/2$, то при $t \to \infty$ найденное решение (2.9) дает

$$c_{\text{ст}} = \frac{1}{\pi^2 (r_2^2 - r_1^2)} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} F(r, \varphi)\, r dr d\varphi \tag{2.13}$$

в отличие от раздела 1, где $c_{\text{ст}} \equiv 0$.

В частном случае $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ (а также при $r_1 = 0$) имеем $B = 0$, $A = \omega$, $\nu^2 = n^2$, так что полученное решение отличается от соответствующего решения в отсутствие конвекции только наличием в формуле (2.9) множителя $\exp(-inAt)$.

Заметим в заключение, что развитая в работе методика применима и к аналогичным задачам конвективной теплопроводности при краевых условиях первого, второго и третьего рода.

Литература

[1] *Слезкин Н. А.* Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: ГТТИ, 1955. 519 с.
[2] *Франк Ф., Мизес Р.* Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. М.: ОНТИ, 1937. 998 с.
[3] *Лебедев Н. Н.* Специальные функции и их приложения. М.; Л.: Физматгиз, 1963. 358 с.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
18 февраля 1987 г.

Журнал технической физики, т. 58, в. 3, 1988

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАКОНА ВЗАИМОЗАМЕСТИМОСТИ ДЛЯ ПВМС ПРИЗ

А. М. Близнецов, Ю. И. Кузьмин, А. В. Хоменко

В различных режимах работы оптически управляемых пространственно-временных модуляторов света (ПВМС) интенсивность записывающего света I может быть существенно разной. По аналогии с фотоматериалами для ПВМС принято считать [1], что в некотором диапазоне величин I выполняется закон взаимозаместимости между интенсивностью записывающего света I и временем экспозиции t, если амплитуда модуляции считывающего света (отклик ПВМС) определяется экспозицией $\mathcal{E} = It$. В этом случае при фиксированном отклике ПВМС увеличение I ведет к пропорциональному уменьшению t. Данные о выполнении закона взаимозаместимости должны учитываться при определении параметров ПВМС и выборе режима его работы. В данной работе экспериментально исследован отклик ПВМС ПРИЗ [2] в диапазоне интенсивностей записывающего света от $3 \cdot 10^{-5}$ до $3 \cdot 10^{-1}$ Вт/см^2.