поле TE_0-моды практически полностью локализовано в ионообменном слое, а основная энергия TE_4-моды переносится в области, где волноводный эффект обусловлен диффузией титана (рис. 2). Учитывая вклад в дифракцию лишь электрооптического эффекта, при малой эффективности дифракции можно получить приближенное соотношение для η_4/η_0 в виде

$$\frac{\eta_4}{\eta_0}=\left(\frac{r_{33}}{r^I_{33}}\right)^2\frac{|\Gamma_4|^2}{|\Gamma_0|^2},$$

где $r^{\rm I}_{33}$ — величина r_{33} в ионообменном слое; Γ_m — величина интеграла перекрытия поля TE-волны с пьезоэлектрическим полем ПАВ. Расчет интегралов перекрытия по найденным распределениям полей и известным параметрам ПАВ для $LiNbO_3$ XZ-среза [5] позволил с помощью измеренных величин η_4/η_0 найти отношение $r_{33}/r^{\rm I}_{33}\simeq 2.3$. Зависимость от частоты ПАВ величины η_4/η_0 для этого случая приведена на рис. 1 (кривая). Видно, что согласие между данными расчета и эксперимента достаточно хорошее. В заключение следует отметить, что, несмотря на уменьшение эффективности акустооптического взаимодействия, волноводы $H^+:LiNbO_3:Ti$, по-видимому, могут использоваться для создания высокочастотных планарных акустооптических устройств. Действительно, для двух волноводов с одинаковыми профилем и нормированной толщиной в случае малой эффективности дифракции η_m справедливо соотношение [3]

$$\eta^{(1)}_m/\eta^{(2)}_m\simeq f^{(1)}_0/f^{(2)}_0=(\Delta n_1/n_2)^{1/2},$$

где $f^{(1,2)}_0$ — частоты, соответствующие максимальной эффективности дифракции; $\Delta n_{1,2}$ — приращения показателей преломления.

Таким образом, большая величина Δn в волноводах $H^+:LiNbO_3$ позволяет на более высоких частотах обеспечить примерно такую же величину дифракционной эффективности TE-волн на ПАВ, как в волноводах $LiNbO_3:Ti$.

Литература

[1] *Буриций К. С., Золотов Е. М., Черных В. А.* Письма в ЖТФ, 1983, т. 9, № 2, с. 72—75.
[2] *Серебренников Л. Я., Шандаров В. М., Шандаров С. М.* Письма в ЖТФ, 1979, т. 5, № 5, с. 288—290.
[3] *Колосовский Е. А., Петров Д. В., Царев А. В.* Квант. электр., 1980, т. 7, № 8, с. 1728—1732.
[4] *Becker R. A.* Appl. Phys. Lett., 1983, v. 43, N 2, p. 131—133.
[5] *Jingyu Xu, Yixin Chen.* Shanghai jiaotong dasue xuetao, 7 Shanghai Jiaotong Univ., 1983, N 2, p. 99—110.

Томский институт
автоматизированных систем управления
и радиоэлектроники

Поступило в Редакцию
16 марта 1987 г.

УДК 537.533.3 *Журнал технической физики, т. 58, в. 5, 1988*

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТОКА В ПУЧКЕ ПРИ ПРЕОБРАЗОВАНИИ КРОССОВЕРА В КРОССОВЕР

Е. В. Шпак

При расчете токопрохождения в электронно-оптических системах (ЭОС) и определении параметров формируемого системой кроссовера хорошо зарекомендовал себя метод, основанный на нахождении огибающих пучков заряженных частиц [1, 2]. В работе [3] найдены выражения огибающих параксиальных пучков при различных видах фазовых контуров на входе. В этой работе показано, что для контуров, расположенных внутри прямоугольника или ромба и имеющих общие с ними вершины, огибающие не отличаются от тех, которые соответствуют фазовому прямоугольнику или ромбу, а изменяется лишь распределение плотности тока. Данная работа посвящена исследованию распределения плотности тока в параксиальных пучках с различными граничными фазовыми контурами на входе.

Рассмотрим ЭОС, в которой на основной траектории продольное магнитное поле отсутствует. Введем криволинейную систему координат x, y, s, орты которой направлены соответственно по нормали, бинормали и касательной к основной траектории. Для систем с прямой осью она переходит в декартову систему координат x, y, z. В параксиальном приближении движения в направлениях x и y являются независимыми. Введем нормированные величины: $\bar{x} = x/r_{x0}$, $\bar{y} = y/r_{y0}$, $\bar{x}' = x'/x_{\mathrm{I}}'$, $\bar{y} = y'/y_{\mathrm{I}}'$, где r_{x0}, r_{y0}, x_{I}', y_{I}' — максимальные значения соответственно x_0, y_0, x_0', y_0' в кроссовере на входе (при $z = z_0$). Пусть при $z = z_0$ мы имеем пучок прямоугольного сечения

$$-1 \leqslant \bar{x}_0 \leqslant 1, \quad -1 \leqslant \bar{y}_0 \leqslant 1, \tag{1}$$

распределение фазовой плотности в плоскостях xx' и yy' постоянно и для каждого $\bar{y}_0$ значения $\bar{x}_0$ и $\bar{x}_0'$ ограничены в плоскости $\bar{x}\bar{x}'$ следующими контурами: а) квадратом (для x_0, x_0' он переходит в прямоугольник)

$$-1 \leqslant \bar{x}_0 \leqslant 1, \quad -1 \leqslant \bar{x}_0' \leqslant 1, \tag{2}$$

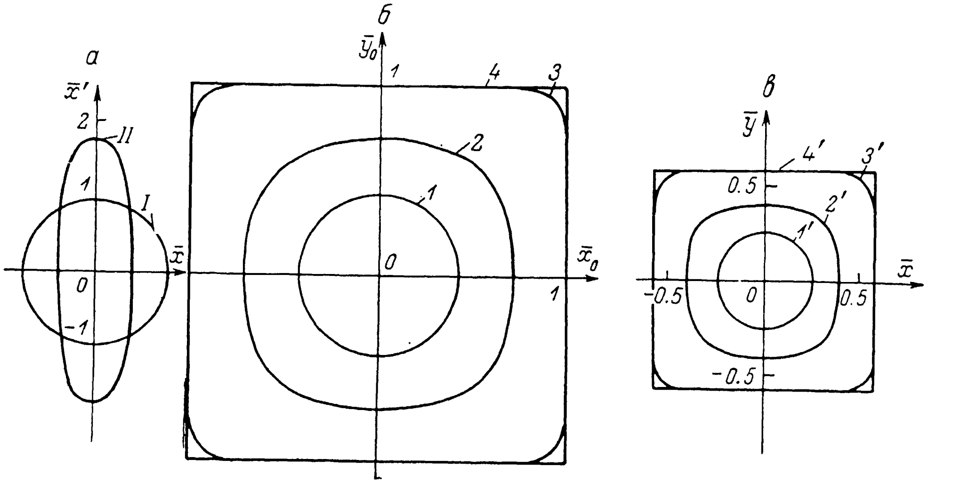

Рис. 1. Граничные фазовые контуры (*а*) и изофоты в плоскости входного (*б*) и выходного (*в*) кроссоверов.

1 — $J/4B_xB_y = 0.9$, *2* — 0.7, *3* — 0.1, *4* — 0. *1'* — 2.7, *2'* — 2.1, *3'* — 0.3, *4'* — 0.

б) окружностью (рис. 1, *а*, *I*; для x_0, x_0' она переходит в эллипс)

$$\bar{x}_0^2 + \bar{x}_0'^2 = 1, \tag{3}$$

в) контуром (рис. 2, *а*, *I*), определяемым пересечением прямых с параболами

$$\bar{x}_0 = 1, \quad \bar{x}_0 = -1,$$
$$\bar{x}_0' = a_x + b_x\bar{x}_0^2, \quad \bar{x}_0' = -a_x - b_x\bar{x}_0^2, \tag{4}$$

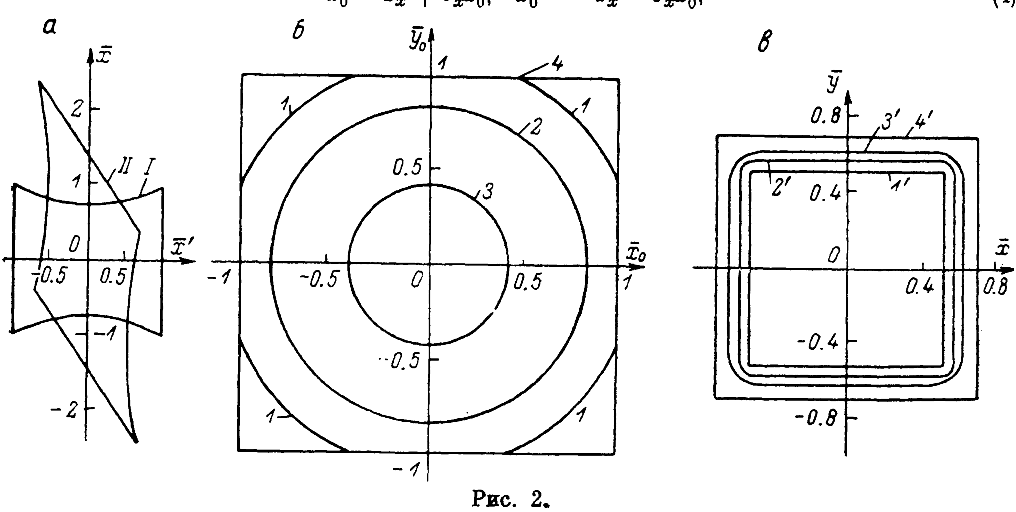

Рис. 2.

где a_x, b_x — положительные числа; г) квадратом (рис. 3, *а*, *I*) с полуосями, расположенными вдоль осей координат (ромбом для переменных x_0, x_0')

$$|\bar{x}_0| = 1, \quad |\bar{x}_0'| = 1, \tag{5}$$

д) контуром (рис. 4, *а*, *I*)

$$\bar{x}_0^{2/3} + \bar{x}_0'^{2/3} = 1. \tag{6}$$

Для каждого $\bar{x}_0$ значения $\bar{y}_0$ и $\bar{y}'_0$ ограничены контурами, которые получаются из выражений (2)—(6) заменой $\bar{x} \to \bar{y}$, причем мы будем рассматривать те варианты, когда при прямоугольном контуре в плоскости $\bar{x}\bar{x}'$ мы имеем прямоугольник и в плоскости $\bar{y}\bar{y}'$, а при окружности в плоскости $\bar{x}\bar{x}'$ — окружность в плоскости $\bar{y}\bar{y}'$ и т. д.

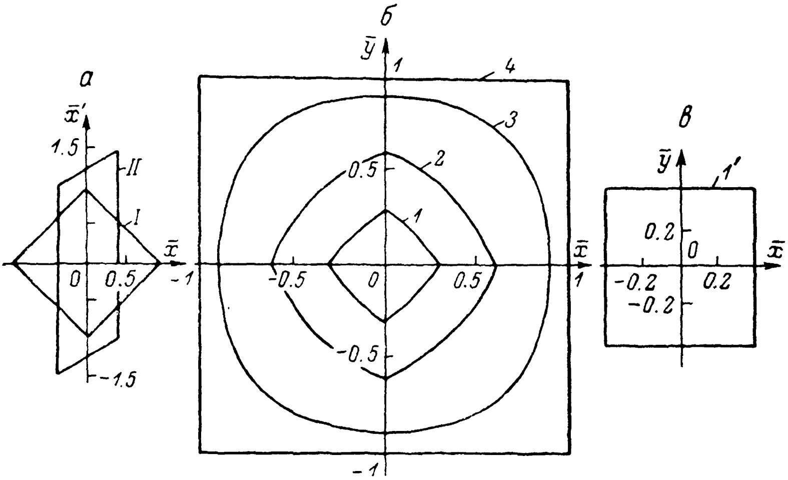

Рис. 3.

Если распределение фазовой плотности $B(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{x}'_0, \bar{y}'_0)$ известно, то распределение плотности тока на входе может быть найдено следующим образом:

$$J(\bar{x}_0, \bar{y}_0) = \int_{-\bar{x}'_p}^{\bar{x}'_p} \int_{-\bar{y}'_p}^{\bar{y}'_p} B(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{x}'_0, \bar{y}'_0)\, d\bar{x}'_0 d\bar{y}'_0. \tag{7}$$

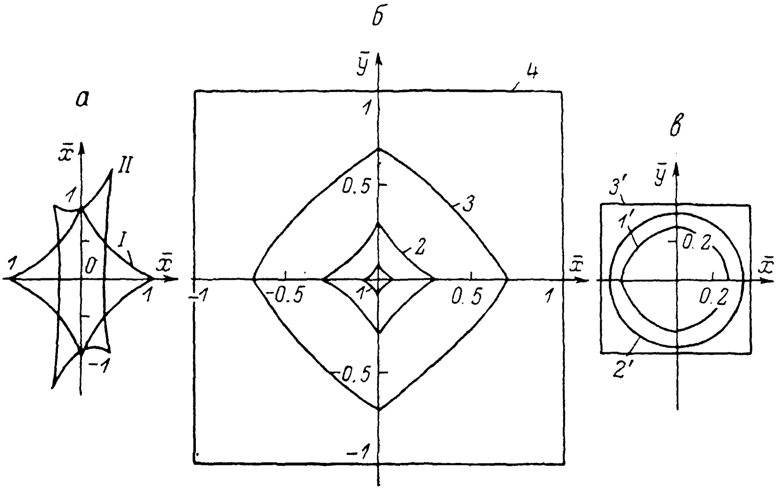

Рис. 4.

При постоянной фазовой плотности $B(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{x}'_0, \bar{y}'_0) = B_x B_y$ (B, B_y — константы) для перечисленных выше границ фазовых областей получим следующие выражения: а) для прямоугольных фазовых контуров

$$j = 4B_x B_y = \text{const}, \tag{8}$$

б) для окружностей (эллипсов в плоскостях xx', yy')

$$J = 4B_x B_y \sqrt{1 - \bar{x}_0^2}\sqrt{1 - \bar{y}_0^2}, \tag{9}$$

в) контуров, определяемых пересечением прямых с параболами

$$J = 4B_x B_y (a_x + b_x \bar{x}_0^2)(a_y + b_y \bar{y}_0^2), \tag{10}$$

г) ромбов

$$J = 4B_xB_y\,(1 - |\bar{x}_0|)\,(1 - |\bar{y}_0|), \tag{11}$$

д) контуров $\bar{x}_0^{2/3} + \bar{x}_0'^{\,2/3} = 1$, $\bar{y}_0^{2/3} + \bar{y}_0'^{\,2/3} = 1$

$$J = 4B_xB_y\left(1 - \bar{x}_0^{2/3}\right)^{3/2}\left(1 - \bar{y}_0^{2/3}\right)^{3/2}. \tag{12}$$

В случае «а» мы имеем в кроссовере на входе прямоугольник $-r_{x_0} \leqslant x_0 \leqslant r_{x_0}$, $-r_{y_0} \leqslant y_0 \leqslant r_{y_0}$ с постоянной плотностью тока, а для остальных границ фазовых областей изофоты (линии равной плотности тока) приведены на рис. 1, *б*—4, *б*. Рис. 1, *б* относится к случаю окружностей в фазовых плоскостях $\bar{x}_0\bar{x}_0'$ и $\bar{y}_0\bar{y}_0'$, кривая *1* соответствует $J/4B_xB_y=0.9$, *2* — 0.7, *3* — 0.1, т. е. плотность тока плавно спадает при удалении от центра.

На рис. 2, *б* приведены изофоты для контура, ограничивающего область, в которой с увеличением координат $\bar{x}_0$ (или $\bar{y}_0$) разброс углов $\bar{x}_0'$ (или $\bar{y}_0'$) возрастает. Здесь при $a_x=a_y=0.75$, $b_x=b_y=0.25$ плотность тока в центре равна $J/4B_xB_y=0.563$ и возрастает с увеличением $\bar{x}_0$ и $\bar{y}_0$, резко обрываясь на границе; изофота *1* соответствует $J/4B_xB_y=0.8$, *2* — 0.7, *3* — 0.6. Следует отметить, что огибающие для рассматриваемого случая и прямоугольных фазовых контуров одинаковы. Однако распределения плотности тока существенно различаются.

Рассмотрим варианты «г» и «д», для которых также огибающие пучков совпадают. На рис. 3, *б* и 4, *б* изображены изофоты соответственно для ромбов и кривых (6), рассчитанные по формулам (11), (12). Кривые *1* на этих рисунках соответствуют $J/4B_xB_y=0.7$, *2* — 0.4, *3* — 0.1, т. е. для пучка, имеющего бо́льшие по площади проекции на фазовые плоскости спад плотности тока от центра к краям является более плавным.

Распределение плотности тока в плоскости изображения осесимметричных линз или систем, аналогичных осесимметричным, повторяет распределение плотности в объекте, изменяя лишь масштаб изображения в зависимости от линейного увеличения системы. В стигматичных системах с различными увеличениями в направлениях x и y изменения масштаба в направлении осей x и y различны. В астигматичных ЭОС положения изображения в плоскостях xz и yz не совпадают, и распределение плотности в них не повторяет распределения в плоскости кроссовера на входе. Наиболее распространенной является задача концентрации пучков заряженных частиц, поэтому большой интерес вызывает изучение распределения плотности в кроссовере формируемого системой пучка.

Если фазовая плотность при $z=z_0$ постоянна и равна B_xB_y, то в произвольной плоскости за системой она равна

$$B\,(\bar{x},\ \bar{y},\ \bar{x}',\ \bar{y}') = B_xB_y\,\frac{\partial\,(\bar{x}_0,\ \bar{y}_0,\ \bar{x}_0',\ \bar{y}_0')}{\partial\,(\bar{x},\ \bar{y},\ \bar{x}',\ \bar{y}')} = B_xB_y\,\frac{\Phi_0\,(1+\varepsilon\Phi_0)}{\Phi\,(1+\varepsilon\Phi)}, \tag{13}$$

где $\varepsilon=e/2m_0c^2$, e — заряд частицы, m_0 — масса покоя, c — скорость света. При малых скоростях (13) переходит в следующее выражение:

$$B\,(\bar{x},\ \bar{y},\ \bar{x}',\ \bar{y}') = B_xB_y\,\frac{\Phi_0}{\Phi\,(s)}, \tag{14}$$

где $\Phi\,(s)$ — потенциал на оси системы s. Проекции траектории и углы наклона в параксиальном приближении записываются через две пары линейно-независимых решений x_α, x_β, y_α, y_β уравнений траектории, удовлетворяющих следующим начальным условиям при $z=z_0=0$, $x_\alpha=x_\beta'=y_\alpha=y_\beta'=0$, $x_\alpha'=x_\beta=y_\alpha'=y_\beta=1$. В плоскости кроссовера $z=z_к$ имеем

$$\begin{aligned} x_к &= x_0'x_\alpha\,(z_к) + x_0x_\beta\,(z_к), & x_к' &= x_0'x_\alpha'\,(z_к) + x_0x_\beta'\,(z_к), \\ y_к &= y_0'y_\alpha\,(z_к) + y_0y_\beta\,(z_к), & y_к' &= y_0'y_\alpha'\,(z_к) + y_0y_\beta'\,(z_к). \end{aligned} \tag{15}$$

Для нахождения граничных фазовых контуров в плоскости кроссовера необходимо выразить с помощью уравнений (15) x_0 и x_0' через $x_к$ и $x_к'$, а y_0 и y_0' через $y_к$ и $y_к'$ и подставить полученные выражения в (1)—(6), перейдя к нормированным величинам $\bar{x}_0$, $\bar{y}_0$, $\bar{x}_0'$, $\bar{y}_0'$. Формулы для нахождения положения кроссовера $z=z_к$ приведены в работе [4].

В качестве примера было исследовано распределение плотности тока в кроссовере пучка, сформированном осесимметричной короткой одиночной линзой с единичным увеличением ($M=1$). Распределения плотности в плоскости изображения в этом случае идентичны распределениям в кроссовере на входе (рис. 1, *б*—4, *б*). Граничные фазовые контуры в плоскости выходного кроссовера приведены на рис. 1, *а*—*4*, *а* (кривые *II*) для следующих параметров линзы: расстояние от кроссовера на входе до центра линзы $p=20$ см, фокусные расстояния $f=10$ см, расстояния от изображения до центра линзы $q=20$ см, $r_{x_0}=0.1$ см, $x_1'=0.007$. При этом расстояние от кроссовера до центра линзы $q_к$, определенное по формулам работы [4], равно 10 см для прямоугольника и контура (4), 13.3 см для окружности, 14.1 см ромба и контура (6)

Изофоты в кроссовере для всех указанных выше контуров даны на рис. 1, *в*—4, *в*. Для квадратов в фазовых плоскостях $\bar{x}_0\bar{x}'_0$, $\bar{y}_0\bar{y}'_0$, как и в кроссовере на входе, при $z=z_к$ получается равномерно светящийся квадрат. Его размеры $\bar{x}_к \times \bar{y}_к = 0.7 \times 0.7$, плотность тока внутри квадрата $J/4B_xB_y=2.04$. Имеется еще один вид фазовых контуров, для которых распределения плотности во входном и выходном кроссоверах подобны, — это окружность (3), которая преобразуется при движении пучка в эллипс, принимающий канонический вид в плоскости $z=z_к$. Изофоты в выходном кроссовере даны на рис. 1, *в*; кривая *1'* соответствует $J/4B_xB_y=2.7$, *2'* — 2.1, *3'* — 0.3, *4'* — 0. Для всех остальных фазовых контуров на входе распределения плотности тока во входном и выходном кроссоверах существенно различны.

Изофоты для входного контура рис. 2, *а*, *I* даны на рис. 2, *в*; кривая *1'* — $J/4B_xB_y=2.04$, *2'* — 1, *3'* — 0.5, *4'* — 0. В отличие от нарастающей интенсивности от центра к краям на входе в кроссовере на выходе мы имеем интенсивно светящийся квадрат в центре со спадающей к краям интенсивностью. Преобразованный граничный фазовый контур в плоскости $z=z_к$ приведен на рис. 2, *а*, *II*.

Фазовый ромб (рис. 3, *а*, *I*) преобразуется системой в плоскости $z=z_к$ в параллелограмм (рис. 3, *а*, *II*), две стороны которого параллельны оси $\bar{x}'$. Поскольку проекция на фазовую плоскость $\bar{y}\,\bar{y}'$ имеет аналогичный вид, распределение плотности тока в кроссовере является равномерным внутри квадрата (рис. 3, *в*), при этом $J/4B_xB_y=1.47$.

Последний из рассмотренных нами фазовых контуров (6) в плоскости $z=z_к$ преобразуется в контур, изображенный на рис. 4, *а*, *II*. Изофоты в плоскости кроссовера (рис. 4, *в*) показывают, что распределение интенсивности становится менее быстроспадающим, чем на входе. Кривая *1'* соответствует $J/4B_xB_y=0.9$, *2'* = 0.5, *3'* — 0.

Таким образом, во всех рассмотренных нами случаях распределение плотности тока в кроссовере параксиального пучка, формируемом электронно-оптической системой, значительно ближе к равномерному и резко спадающему на краях, чем в плоскости изображения и входного кроссовера.

Литература

[1] *Штеффен К.* Оптика пучков высоких энергий. М.: Мир, 1969. 222 с.
[2] *Dymnikov A. D., Perelstein E. A.* Nucl. Isntr. Meth., 1978, v. 148, N 3, p. 567—571.
[3] *Шпак Е. В.* ЖТФ, 1987, т. 57, № 2, с. 322—329.
[4] *Шпак Е. В., Явор С. Я.* ЖТФ, 1984, т. 54, № 10, с. 1992—1998.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Ленинград

Поступило в Редакцию
16 марта 1987 г.

Журнал технической физики, т. 58, в. 5, 1988

РАССЕЯНИЕ ДВУМЕРНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА НА ТРЕХМЕРНОМ

И. И. Бойко, Ю. Н. Сиренко

В настоящем сообщении рассчитывается проводимость двумерного электронного газа (2МЭГ), расположенного в плоскости $z=0$, взаимодействующего с электронами, занимающими полупространство $z > l$ (см. рисунок). При достаточно малой длине l средняя частота столкновений оказывается достаточно высокой, что позволяет считать указанный механизм актуальным для полупроводниковых гетероструктур.

Для расчета функции распределения частиц 2МЭГ удобно использовать кинетическое уравнение в таком виде, где столкновительный член выражается через диэлектрическую функцию системы (в трехмерном случае такая форма используется при записи интеграла Ленарда—Балеску [1, 2]). Для невырожденного 2МЭГ

$$e\mathbf{E}\frac{\partial f(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} = \frac{e^2}{\pi}\int d^2g\,\frac{\mathbf{q}}{\mathbf{q}}\,\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}}\left\{\frac{\operatorname{Im}\varepsilon_s(\mathbf{q},\ \mathbf{v},\ \mathbf{q})}{|\varepsilon(\mathbf{qv},\ \mathbf{q})|^2}\left[f(\mathbf{v}) + \frac{V_2^2}{(\mathbf{qv})}\,\mathbf{q}\,\frac{\partial f(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}}\right]\right\} + I_{ee}^{(2)}. \quad (1)$$

Интеграл $I_{ee}^{(2)}$ описывает столкновение частиц 2МЭГ друг с другом, явный вид его нам не понадобится. Однородное электрическое поле E лежит в xy-плоскости; $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$; $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_x, \mathbf{q}_y)$; $v_2 = (T/m_2)^{1/2}$ — тепловая скорость частиц 2МЭГ; $\varepsilon(\omega, \mathbf{q}) = \varepsilon_s(\omega, \mathbf{q}) + \Delta\varepsilon_{2_D}(\omega, \mathbf{q})$.

Столкновительный член в (1) позволяет учесть любой потенциальный механизм рассеяния 2МЭГ. Мы ограничиваемся здесь рассмотрением рассеяния на флуктуационном потенциале.