

Изофоты в кроссовере для всех указанных выше контуров даны на рис. 1, *a*—4, *e*. Для квадратов в фазовых плоскостях  $\hat{x}_0\hat{x}'_0$ ,  $\hat{y}_0\hat{y}'_0$ , как и в кроссовере на входе, при  $z=z_k$  получается равномерно светящийся квадрат. Его размеры  $\hat{x}_k \times \hat{y}_k = 0.7 \times 0.7$ , плотность тока внутри квадрата  $J/4B_xB_y = 2.04$ . Имеется еще один вид фазовых контуров, для которых распределение плотности во входном и выходном кроссоверах подобны, — это окружность (3), которая преобразуется при движении пучка в эллипс, принимающий канонический вид в плоскости  $z=z_k$ . Изофоты в выходном кроссовере даны на рис. 1, *e*; кривая 1' соответствует  $J/4B_xB_y = 2.7$ , 2' — 2.1, 3' — 0.3, 4' — 0. Для всех остальных фазовых контуров на входе распределения плотности тока во входном и выходном кроссоверах существенно различны.

Изофоты для входного контура рис. 2, *a*, *I* даны на рис. 2, *e*; кривая 1' —  $J/4B_xB_y = 2.04$ , 2' — 1, 3' — 0.5, 4' — 0. В отличие от нарастающей интенсивности от центра к краям на входе в кроссовере на выходе мы имеем интенсивно светящийся квадрат в центре со спадающей к краям интенсивностью. Преобразованный граничный фазовый контур в плоскости  $z=z_k$  приведен на рис. 2, *a*, *II*.

Фазовый ромб (рис. 3, *a*, *I*) преобразуется системой в плоскости  $z=z_k$  в параллелограмм (рис. 3, *a*, *II*), две стороны которого параллельны осям  $\hat{x}'$ . Поскольку проекция на фазовую плоскость  $\hat{y} \hat{y}'$  имеет аналогичный вид, распределение плотности тока в кроссовере является равномерным внутри квадрата (рис. 3, *e*), при этом  $J/4B_xB_y = 1.47$ .

Последний из рассмотренных нами фазовых контуров (6) в плоскости  $z=z_k$  преобразуется в контур, изображенный на рис. 4, *a*, *II*. Изофоты в плоскости кроссовера (рис. 4, *e*) показывают, что распределение интенсивности становится менее быстроспадающим, чем на входе. Кривая 1' соответствует  $J/4B_xB_y = 0.9$ , 2' = 0.5, 3' = 0.

Таким образом, во всех рассмотренных нами случаях распределение плотности тока в кроссовере параксиального пучка, формируемом электронно-оптической системой, значительно ближе к равномерному и резко спадающему на краях, чем в плоскости изображения и входного кроссовера.

### Литература

- [1] Штейффен К. Оптика пучков высоких энергий. М.: Мир, 1969. 222 с.
- [2] Dymnikov A. D., Perelstein E. A. Nucl. Instr. Meth., 1978, v. 148, N 3, p. 567—571.
- [3] Шпак Е. В. ЖТФ, 1987, т. 57, № 2, с. 322—329.
- [4] Шпак Е. В., Ягор С. Я. ЖТФ, 1984, т. 54, № 10, с. 1992—1998.

Физико-технический институт  
им. А. Ф. Иоффе АН СССР  
Ленинград

Поступило в Редакцию  
16 марта 1987 г.

Журнал технической физики, т. 58, с. 5, 1988

## РАССЕЯНИЕ ДВУМЕРНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА НА ТРЕХМЕРНОМ

И. И. Бойко, Ю. Н. Сиренко

В настоящем сообщении рассчитывается проводимость двумерного электронного газа (2МЭГ), расположенного в плоскости  $z=0$ , взаимодействующего с электронами, занимающими полупространство  $z > l$  (см. рисунок). При достаточно малой длине  $l$  средняя частота столкновений оказывается достаточно высокой, что позволяет считать указанный механизм актуальным для полупроводниковых гетероструктур.

Для расчета функции распределения частиц 2МЭГ удобно использовать кинетическое уравнение в таком виде, где столкновительный член выражается через диэлектрическую функцию системы (в трехмерном случае такая форма используется при записи интеграла Ленарда—Балеску [1, 2]). Для невырожденного 2МЭГ

$$eE \frac{\partial f(v)}{\partial v} = \frac{e^2}{\pi} \int d^2g \frac{q}{q} \frac{\partial}{\partial v} \left\{ \frac{\text{Im} \epsilon_s(q, v, q)}{| \epsilon(qv, q) |^2} \left[ f(v) + \frac{V_2^2}{(qv)^2} q \frac{\partial f(v)}{\partial v} \right] \right\} + I_{ss}^{(2)}. \quad (1)$$

Интеграл  $I_{ss}^{(2)}$  описывает столкновение частиц 2МЭГ друг с другом, явный вид его нам не понадобится. Однородное электрическое поле  $E$  лежит в  $xy$ -плоскости;  $v = (v_x, v_y)$ ;  $q = (q_x, q_y)$ ;  $v_2 = (T/m_2)^{1/2}$  — тепловая скорость частиц 2МЭГ;  $\epsilon(\omega, q) = \epsilon_s(\omega, q) + \Delta\epsilon_{2D}(\omega, q)$ .

Столкновительный член в (1) позволяет учесть любой потенциальный механизм рассеяния 2МЭГ. Мы ограничиваемся здесь рассмотрением рассеяния на флуктуационном потенциале.

создаваемом в плоскости  $z=0$  равновесными электронами, однородно заполняющими полупространство  $z > l$  (приближение резкой зеркально отражающей границы). Одновременно в (1) учтена поляризационная сила, возникающая при направленном движении 2МЭГ. В интересующем нас случае диэлектрическая функция системы

$$\epsilon_s(\omega, q) = \frac{1}{2}(\epsilon_1 + \epsilon_2 \operatorname{cth} ql) - \frac{\epsilon_2}{2} \beta(\omega, q) / [1 + \beta(\omega, q) \operatorname{cth} ql] \operatorname{sh}^2 ql,$$

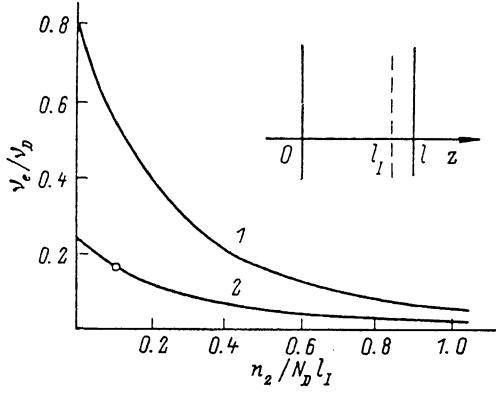
где  $\epsilon_1, \epsilon_2$  — диэлектрические постоянные решетки в областях  $z < 0$  и  $z > 0$  соответственно

$$\beta(\omega, q) = \frac{\epsilon_2 q}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_z}{k^2 (\epsilon_2 + \Delta \epsilon_{3D}(\omega, k))^2}, \quad k = (q, k_z),$$

$\Delta \epsilon_{3D}(\omega, k)$  — вклад неограниченного трехмерного электронного газа (3МЭГ) в диэлектрическую проницаемость среды;  $\Delta \epsilon_{2D}(\omega, q)$  — диэлектрическая проницаемость 2МЭГ. В случае  $qv_2 \gg \omega$  имеем

$$\Delta \epsilon_{2D}(\omega, q) \approx 2\pi e^2 n_2 / T q \equiv q_2/q$$

(см., например, [3]),  $n_2$  — концентрация 2МЭГ.



Будем искать решение уравнения (1) в виде сдвинутой максвелловской функции

$$f(v) \propto \exp[-m_2(v-u)^2/2T].$$

(Это справедливо для часто реализующейся на практике ситуации полного контроля [4]). После интегрирования (1) по скоростям получаем

$$j = en_2 u = en_2 \mu_e E = (e^2 n_2 / m_2 v_e) E,$$

где

$$v_e = \frac{4e^2}{\sqrt{2\pi m_2 T}} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} \int_0^\infty q dqe^{-\frac{\omega^2}{2q^2 v_e^2}} \frac{\operatorname{Im} \epsilon_s(\omega, q)}{|\epsilon(\omega, q)|^2}. \quad (2)$$

Величина интеграла (2) существенно зависит от отношения между расстоянием  $l$ , отделяющим двумерный газ от трехмерного, и длиной экранирования  $l_3$  в трехмерном газе. Длина  $l_3 = (\epsilon_2 T / 4\pi e^2 n_3)^{1/2}$  для невырожденного 3МЭГ, в вырожденном газе  $T$  заменяется на энергию Ферми;  $n_3$  — концентрация 3МЭГ в области  $z > l$ .

Результат расчета по формуле (2) можно представить в виде

$$v_e = \frac{v_2}{l} \frac{\eta \epsilon_2}{(\epsilon_1 + \epsilon_2 + q_2 l)^2} \frac{e^2}{l T} \left(1 + \frac{v_2}{v_3}\right) \min\left[\left(\frac{l_3}{l}\right)^2, \left(\frac{l}{l_3}\right)^2\right] \ln[l + l_3 l_3 + \min(l_3/l, (\epsilon_1 + \epsilon_2) q_2 l)].$$

Здесь  $v_3$  — тепловая (или фермиевская) скорость частиц 3МЭГ. Параметр  $\eta$  слабо зависит от длины; при  $l \gg l_3$  величина  $\eta \approx 3.5$ . Частота  $v_e$  максимальна, когда  $l_3$  приближается к  $l$ . В случае  $l_3 \gg l$  частота столкновений падает из-за уменьшения числа рассеивателей, а при  $l_3 \ll l$  из-за сильной экранировки в 3МЭГ. При малых  $l$  частота столкновений логарифмически зависит от  $l$ ; при больших  $l$  частота убывает быстрее, чем  $l^{-4}$ . По порядку величины минимальная длина свободного пробега в 2МЭГ равна длине  $l$ , деленной на плазменный параметр  $e^2/\epsilon_1 l T$ .

В МДП структурах из-за сильной экранировки частота  $v_e$ , оцененная согласно формуле (3), оказывается малой по сравнению с частотой рассеяния на дефектах. Рассмотрим гетероструктуру, при этом наряду с рассеянием на 3МЭГ будем учитывать рассеяние на заряженных примесях — акцепторах, — расположенных в области  $z < 0$ , и донорах, расположенных в об-

ласти  $z > l_J$ . (Мы здесь для определенности рассматриваем случай селективного легирования). Частоту столкновений с примесями можно рассчитать по формулам (1) и (2), вводя формально мнимую часть диэлектрической функции, связанную с примесями (см., например, [5]).

Частота рассеяния на акцепторах

$$\nu_A \sim 16\pi^2 N_A \mathcal{L} / (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 4q_2 l_{\min})^2 \sqrt{m_2} T^{3/2}.$$

Здесь  $\mathcal{L}$  — кулоновский логарифм,  $N_A$  — концентрация заряженных акцепторов. Частота рассеяния  $\nu_D$  на заряженных донорах с концентрацией  $N_D$  в случае  $l_s < l_I$  имеет вид

$$\nu_D = \sqrt{\frac{8\pi^3}{m_2 T_3}} \frac{e^4 N_D}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + q_2 l_I)^2} \left(\frac{l_s}{l}\right)^3.$$

Численные оценки приведем применительно к гетеропереходу GaAs—Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As. На рисунке представлены результаты расчета отношения  $\nu_e/\nu_D$  как функции параметра  $N_D l_I$ . Кривые 1, 2 относятся к случаям  $N_D l_I = 3 \cdot 10^{11}$  и  $10^{12}$  см<sup>-2</sup> соответственно. Светлый кружок на кривой 2 отвечает, например, набору  $N_D = 7 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>,  $l_I = 150$  Å и величине  $\nu_e \approx 1.6 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup>. При этом  $l_s \approx 60$  Å,  $l \approx 165$  Å,  $\mu_e \approx 1.7 \cdot 10^5$  см<sup>2</sup>/В·с. Частота  $\nu_A \sim 5 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup> при  $N_A \sim 10^{15}$  см<sup>-3</sup>. Из рисунка видно, что рассеяние 2МЭГ на трехмерных электронах может вносить вклад, заметный по сравнению с рассеянием на примесях.

### Литература

- [1] Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 527 с.
- [2] Климонтович Ю. Л. Кинетическая теория неидеального газа и неидеальной плазмы. М.: Наука, 1975. 352 с.
- [3] Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф. Электронные свойства двумерных систем. М.: Мир, 1985. 416 с.
- [4] Ferry D. K. Slo. St. Electron., 1978, v. 21, N 1, p. 115—122.
- [5] Балев О. Г., Бойко И. И. Укр. физ. журн., 1984, т. 29, № 5, с. 710—716.

Институт полупроводников  
АН УССР  
Киев

Поступило в Редакцию  
24 марта 1987 г.

УДК 537.521

Журнал технической физики, т. 58, в. 5, 1988

## К ТЕОРИИ НИЗКОВОЛЬТНОГО РАЗРЯДА В СМЕСИ ЦЕЗИЯ С МОЛЕКУЛЯРНЫМ ВОДОРОДОМ

Ф. Г. Бакшт, В. Г. Иванов

В [1, 2] была теоретически показана возможность реализации низковольтного ( $U < 8$  В) разряда в смеси цезия с молекулярным водородом и отмечено наличие в плазме такого разряда значительной концентрации отрицательных ионов водорода  $N_{H^-}$ . В настоящем сообщении исследуется зависимость состояния плазмы низковольтного разряда и концентрации отрицательных ионов водорода от тока эмиссии катода  $j_{es}$ , давления водорода  $P_{H_2}$  и полной концентрации цезия  $N_{Cs}$ . Проводится оптимизация разряда по давлению  $P_{H_2}$  и концентрации  $N_{Cs}$  с целью получения наибольшей концентрации отрицательных ионов  $N_{H^-}$ .

Как и в [1], плазма низковольтного разряда предполагается однородной по концентрации  $\rho_e$ , а эмиссия катода  $j_{es}$  считается постоянной по вольт-амперной характеристике (ВАХ). Условие однородности плазмы выполняется при сильной ионизации цезия и при не слишком больших величинах тока  $j_e$  разряда и параметра  $p_{H_2} L$  ( $p_{H_2}$  — давление водорода,  $L$  — зазор). Чтобы не выходить за пределы применимости модели однородной плазмы, в рассматриваемых ниже примерах увеличение давления  $p_{H_2}$  сопровождается соответствующим уменьшением зазора  $L$  так, чтобы  $p_{H_2} L = \text{const} = 1$  Тор·см. При заданной величине  $j_{es}$  ВАХ разряда имеют сравнительно простой вид, соответствующий в основном насыщению тока  $j_e$  на уровне эмиссии катода:  $j_e \approx j_{es}$  (см. [1]). Поэтому ниже будут приведены лишь расчетные зависимости пар-